

文章编号: 0258-7025(2007)08-1096-05

双光栅成像中的汇合级光能量

万玲玉, 张卫平, 陈茂鑫, 黄 萌, 郭月波

(广西大学物理科学与工程技术学院, 广西南宁 530004)

摘要 从光传播基本理论和光栅衍射性质出发,研究了双光栅成像效应中的光能量传递,得到了确定汇合级光强的表达式。结合双光栅成像方程,分析了两光栅的衍射性质与成像位置对汇合级光能量的影响。分析表明汇合级光强与两光栅具体的衍射效率和双光栅成像时的位置密切相关。测量了三组不同类型双光栅成像系统的汇合级光能量,实验结果和理论分析基本一致。

关键词 衍射与光栅;双光栅成像;汇合光谱;汇合光能量

中图分类号 O 436.1 **文献标识码** A

Intensity of Combined Beams in Bi-Grating Imaging

WAN Ling-yu, ZHANG Wei-ping, CHEN Mao-xin, HUANG Meng, GUO Yue-bo

(School of Physics Science and Engineering Technology, Guangxi University, Nanning, Guangxi 530004, China)

Abstract Based on the theory of light propagation and diffraction characteristics of grating, the optical energy transfer of bi-grating imaging system is studied and the expression for the intensity of combined beams is given. Combined with bi-grating imaging formula, the influence of bi-grating properties and imaging place on intensity of combined beams is analyzed. The results show that intensity of combined beams is closely related with diffraction efficiency and location of two gratings. In three bi-grating imaging systems, the intensity of combined beams is measured. The experimental results are consistent with theoretical anticipation.

Key words diffraction and gratings; bi-grating imaging; spectral combination; intensity of combined beams

1 引言

目前人们熟知的“光栅成像”多指泰伯效应与劳效应^[1~6],所成像为光栅条纹像。双光栅成像指物光波经过两个光栅的两次衍射后形成原物虚像的现象,也称之为双光栅成像效应^[7,8],简称双光栅成像。文献[8,9]报道了双光栅成像效应和相关理论分析,但对双光栅成像中的光能量传递及特点未给予讨论。在双光栅成像效应中,来自物体的物光波经第一片光栅 G_1 后色散为各级物光谱波,当其中某级物光谱波再进入光栅 G_2 并满足汇合光谱条件时,在光栅 G_2 后形成的各级光谱中得到某汇合级光束,由该汇合级光束可观察到原物体图像。由于该汇合级光束经历了两次衍射,因而光强与两光栅的衍射性质有关。双光栅成像发生在光栅 G_1 与光栅 G_2 相

配合的一些特定位置上,当 G_1 固定后,进入光栅 G_2 前的光强会因为距 G_1 距离不同而不同;另外,光栅 G_2 的不同衍射特性也对在其后形成的某汇合级光能量产生影响,这使得形成双光栅成像效应时光栅 G_2 的汇合级光能量有着各种不同的情况^[8]。本文从光传播的基本理论出发,结合光栅衍射的固有性质,分析平行放置的双光栅成像效应的光能量传递情况和汇合级光能量特点。

2 双光栅成像中的汇合级光能量分析

双光栅成像的基本原理如图 1 所示,来自物体的包含不同波长的白光射向第一片光栅 G_1 ,该光栅将其衍射形成各级物光谱,当第 k_1 级按光谱排列的各色光入射到另一光栅 G_2 上并满足 k_2 级的汇合光

收稿日期:2007-02-26;收到修改稿日期:2007-03-12

基金项目:国家自然科学基金(10364001)资助项目。

作者简介:万玲玉(1975—),女,广西人,副教授,博士,主要从事空间光通信和衍射光学方面的研究。

E-mail: wanlingyu@sohu.com

谱条件时,经 G_2 出射的第 k_2 级光谱汇合形成白光束,从汇合光束中可以看到该物体的清晰图像。此时,两光栅的空间频率、衍射光的级数及放置方位满足^[8]

$$\frac{k_1 x_1}{d_1} = -\omega \frac{k_2 x_2}{d_2}, \quad (1)$$

式中 $k_1, 1/d_1, x_1$ 分别为光栅 G_1 的衍射级数、空间频率及 G_1 至物体的垂直距离; $k_2, 1/d_2, x_2$ 分别为光栅 G_2 的衍射级数、空间频率及 G_2 至物体的垂直距离;式中负号表示光束在经过两光栅衍射时的衍射光级数符号相反; ω 是系数,当两光栅平行放置时 $\omega \approx 1$ 。

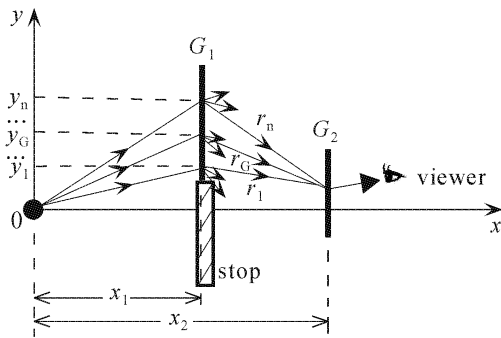


图1 双光栅汇合光谱成像原理示意图

Fig. 1 Schematic diagram of spectral combination imaging for bi-grating system

本文分析 $\omega = 1$ 的较简单情况(光栅平行放置且空间频率不是很高)。由(1)式可知,双光栅成像时两光栅的位置与光栅空间频率、衍射光级数紧密相关,级数不同,光栅距目标物的距离相差很大,入射光栅 G_2 前表面的光强也相差很大。同时由于入射光栅 G_2 的光束是来自光栅 G_1 的第 k_1 级衍射光,所以该光强与 G_1 的衍射特性有关。另外,在此成像效应中, G_2 所起的作用是汇合光谱,因而汇合级光强又与光栅 G_2 的衍射特性有关。

2.1 双光栅成像中的光能量传递

建立如图1所示的坐标,以白光点光源作为物,设中心波长为黄绿光 λ_G ,此物光波进入光栅 G_1 ,如入射光栅 G_1 前表面的光场复振幅为 A ,被 G_1 衍射后第 k_1 级光场复振幅为 A_G ,衍射效率为 η_{k_1G} ,则衍射光强为

$$I_{k_1G} = |A_G|^2 = \eta_{k_1G} |A|^2, \quad (2)$$

沿着该中心波长 k_1 级衍射光束中心光线上任意一点 (x, y) 的光强可表示为

$$I_G = \left| \frac{A_G}{r_G} \right|^2, \quad r_G^2 = (x - x_G)^2 + (y - y_G)^2, \quad (3)$$

式中 (x_G, y_G) 为黄绿光在光栅 G_1 上的坐标。对于入射角等于衍射角的情况,有

$$y = -\frac{k_1 \lambda_G}{2d_1 \sqrt{1 - \left(\frac{k_1 \lambda_G}{2d_1}\right)^2}} (x - 2x_G). \quad (4)$$

当 G_1 的第 k_1 级衍射光传播到 G_2 被再次衍射后,设其中第 k_2 级衍射光的衍射效率为 η_{k_2G} ,则该级光强为

$$I_{k_2G} = \eta_{k_2G} I_G, \quad (5)$$

同理白光光源通过光栅 G_1 色散的其他波长的光也与上述分析的黄绿光相似。如有 n 个波长的光,则入射 G_2 前表面观察点的合光强可表示为

$$I = \eta_{k_{11}} \frac{|A|^2}{r_1^2} + \dots + \eta_{k_{1G}} \frac{|A|^2}{r_G^2} + \dots + \eta_{k_{1n}} \frac{|A|^2}{r_n^2}, \quad (6)$$

而经光栅 G_2 衍射后第 k_2 汇合级光强为

$$I_{k_2} = \eta_{k_{21}} \eta_{k_{11}} \frac{|A|^2}{r_1^2} + \dots + \eta_{k_{2G}} \eta_{k_{1G}} \frac{|A|^2}{r_G^2} + \dots + \eta_{k_{2n}} \eta_{k_{1n}} \frac{|A|^2}{r_n^2}. \quad (7)$$

由于各光到达光栅 G_2 上的观察点的路径不同(参见图1), r_i 各不相同,但在 G_1 的空间频率不太高、与 G_2 的距离相对较大的情况下,可将它们都视为 r_G ,则有

$$I = |A|^2 \frac{1}{r_G^2} \sum_{i=1}^n \eta_{k_{1i}} = \eta_{k_1} \frac{I_0}{r_G^2}, \quad (8)$$

$$I_{k_2} = |A|^2 \frac{1}{r_G^2} \sum_{i=1}^n \eta_{k_{1i}} \eta_{k_{2i}} = \eta \frac{I_0}{r_G^2}, \quad (9)$$

式中 I_0 为物光波入射光栅 G_1 前表面的光强, η_{k_1} 为 G_1 对各光的第 k_1 级衍射效率之和, η 为各光 G_1 的 k_1 级衍射效率与 G_2 的 k_2 级衍射效率的乘积之和,可见汇合级光束的光强与光栅 G_1 的 k_1 级衍射效率、光栅 G_2 的 k_2 级衍射效率以及光栅 G_2 的位置密切相关。

2.2 光栅 G_1 不同的衍射特性对入射光栅 G_2 前表面光强的影响

先分析光栅 G_1 的衍射特性对入射光栅 G_2 前光强的影响,为简单起见,考虑红(R)、绿(G)、蓝(B)三色光的汇合情况,设各级黄绿光的入射角等于衍射角,取 $|A|^2 = 1, x_1 = 0.15 \text{ m}, d_1 = 1 \text{ mm}/1000 \text{ L}, \lambda_R = 650 \text{ nm}, \lambda_G = 550 \text{ nm}, \lambda_B = 450 \text{ nm}, k_1 = 1, 2, 3$ 。对于具有不同衍射特性的光栅 G_1 ,由(8)式得各级入射光栅 G_2 前表面的合光强在各 λ_G 光线上任意一点随 x 位置的变化关系如图2所示。入射光栅 G_2 前表面的合光强以距离的平方衰减,但同一位置不同衍射级的合光强和光栅 G_1 的衍

射性质有关。当各级合衍射效率相同, $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3$ 时, 在同样的位置, 光强 $I_1 > I_2 > I_3$, 如图 2(a) 所示。当各级合衍射效率不同, 如比值为 $\eta_1 : \eta_2 : \eta_3 = 9 : 8 : 5$ 时, $I_1 > I_2 > I_3$ 且第 1, 2 级之间的光强差略有增大, 见图 2(b)。图 2(c) 与 (d) 分别为光栅 G_1 各级合衍射效率比值为 $\eta_1 : \eta_2 : \eta_3 = 7.5 : 9 : 6$, $\eta_1 : \eta_2 : \eta_3 = 5 : 9 : 6$ 时, 各级入射光栅 G_2 前表面观察点的合光强随位置 x 的变化情况。可见当第 2 级的衍射效率大于第 1 级时, 在同样的位置上, 入射光栅

G_2 前表面观察点的合光强有可能出现 $I_2 \approx I_1$ 甚至 $I_2 > I_1$ 的情形, 具体取决于它们之间的比值。

由(1)式知, 当光栅 G_2 的汇合光谱级数 k_2 确定后, G_2 的位置 x_2 与所选用的光栅 G_1 的 k_1 级衍射光的关系为: k_1 大时 x_2 大, 光栅 G_2 离观察物的距离远, 反之则距离近, 而入射光栅 G_2 前的光强随距离衰减, 因此要获得较强的汇合级光强, G_1 应选择级数低且合衍射效率高的光栅。

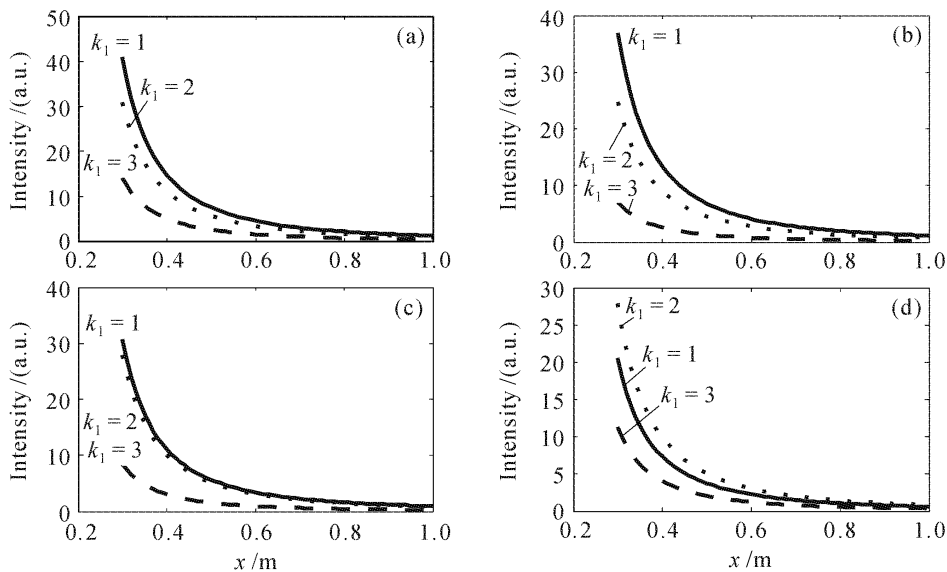


图 2 光栅 G_1 的衍射特性对入射光栅 G_2 前表面合光强的影响

Fig. 2 Effect of diffraction characteristic of grating G_1 on the sum of intensity on the front surface of grating G_2

2.3 光栅 G_2 的衍射特性对汇合级光强的影响

2.2 节分析表明光栅 G_1 的衍射特性及光栅 G_2 与目标物之间的距离影响着入射 G_2 前表面的光强, 而汇合级光强最终由入射 G_2 前表面的光强和光栅 G_2 的衍射性质决定。在考虑光栅 G_2 的衍射性质对汇合级光强的影响时, 可假定入射 G_2 前表面的光强是确定的, 光栅 G_1 的衍射性质在此并不重要, 因此可设各光 k_1 级衍射效率相同, 即 $\eta_{1i} = \eta_{11}$, (9) 式变为

$$I_{k_2} = \eta_{11} \frac{I_0}{r_{G_2}^2} \sum_{i=1}^n \eta_{k_{2i}} = \eta_{11} \eta_2 \frac{I_0}{r_G^2}, \quad (10)$$

式中 η_2 为 G_2 对各光的第 k_2 级衍射效率之和。

仍以红(R)、绿(G)、蓝(B)的复合光为例, 取 $x_1 = 0.15$ m, $k_1 = 1$, $d_1 = 1$ mm/1000 L, $d_2 = 1$ mm/100 L, 由(10)式计算出的光栅 G_2 的衍射性质对各汇合级光强的影响如表 1 所示, 表 1 中 x_2 为成像时 G_2 的位置, η_{2m} 为不同级的各波长衍射效率之和, m 为衍射光级数, $a = \eta_{11} I_0 c$, c 为一比例系数。由(1)式并结合表 1 中的数据可看出, 当光栅 G_1 的衍射光级

数 k_1 选定后, 光栅 G_2 的位置 x_2 随汇合光谱级数 k_2 而定, k_2 大时 x_2 小, 光栅 G_2 离观察物近, 入射 G_2 前的光强随距离的衰减量小, k_2 小时 x_2 大, 光栅 G_2 离观察物远, 入射 G_2 前的光强随距离的衰减量大。就一般光栅而言, 许多情况下, 级数低的衍射效率高, 级数高的衍射效率低; 而此时需结合因距离传播引入的光强衰减才能确定哪一级的汇合光强大, 不一定是离观察物远的弱, 离观察物近的强, 也不是衍射效率低的弱, 衍射效率高的强。一般情况如 G_2 各级的合衍射效率相差不大, 此时入射光栅 G_2 前的合光强随距离传播的衰减量大于衍射效率不同引起的差别, 汇合级光强基本上是距离远的那级小, 如表 1 中的第 3, 4 列数据所示, 当 G_2 各级的合衍射效率差别较大时, 衍射效率导致的光强差值和随距离传播的衰减量相当, 不同汇合级光能量会相同, 如第 5 列数据所示; 当某一级的合衍射效率较高, 与其他级的光强差值大于因距离增加引起的衰减时, 距离远的汇合级光强会大于距离近的汇合级光强, 如表 1 中的第 6~7 列数据所示。

表 1 光栅 G_2 的衍射性质对汇合级光强的影响Table 1 Effect of diffraction characters of grating G_2 on the intensity of combined beams

k_2	x_2 / m	I_{k_2}				
		$\eta_{21} : \eta_{22} : \eta_{23} : \eta_{24}$ = 1 : 1 : 1 : 1	$\eta_{21} : \eta_{22} : \eta_{23} : \eta_{24}$ = 9 : 8 : 7 : 5	$\eta_{21} : \eta_{22} : \eta_{23} : \eta_{24}$ = 36 : 7.1 : 2.4 : 1	$\eta_{21} : \eta_{22} : \eta_{23} : \eta_{24}$ = 8 : 6 : 4 : 1	$\eta_{21} : \eta_{22} : \eta_{23} : \eta_{24}$ = 5 : 9 : 2 : 1
1	1.5	0.51a	0.46a	0.18a	0.41a	0.25a
2	0.75	2.57a	2.05a	0.18a	1.54a	2.31a
3	0.5	7.55a	5.28a	0.18a	3.02a	1.51a
4	0.375	18.3a	9.12a	0.18a	1.83a	0.91a

3 实验

在光栅 G_1 及 k_1 级衍射光选定的情况下, 实验观测了光栅 G_2 不同汇合级的光强。建立如图 3 所示的双光栅成像系统, 对不同类型的光栅组合进行了汇合级光强的测量。实验采用有狭缝限制的仪器用高压汞灯(型号为 GGQ-50)作为物, 使用其黄、绿、蓝三条主要谱线, 中心波长分别为 578.0 nm(黄), 546.1 nm(绿), 435.8 nm(蓝)。实验中光源

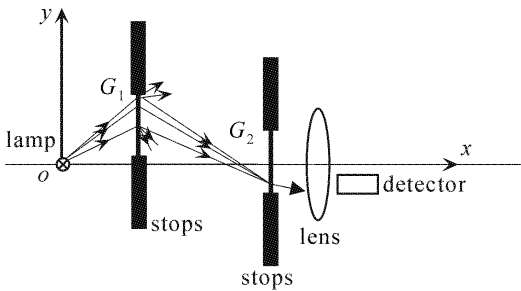


图 3 双光栅成像汇合级光能量测量装置图

Fig. 3 Experimental setup for measuring intensity of combined beams for bi-grating system

和光栅 G_1 固定, 移动 G_2 至某 k_2 级衍射光成像位置时用肉眼通过 G_2 可看到各波长汇合的缝光源清晰的像, 此时在 G_2 后加一透镜对缝光源的像聚焦, 用光探测器测量该汇合光束的光强。

对空间频率组合为 1000~100 L/mm(1 组), 1000~300 L/mm(2 组) 的双光栅系统进行了测量, 记为 $G_{1000} \sim G_{100}$, $G_{1000} \sim G_{300a}$, $G_{1000} \sim G_{300b}$, 每个组合中的第一片光栅 G_1 为同一个光栅, 空间频率为 1000 L/mm, 测量时使用 $k_1 = 1$ 级衍射光。 G_{300a} , G_{300b} 的空间频率相同但各级衍射效率比值不同, 光源与光栅的距离为 $x_1 = 0.13$ m。调节光栅 G_1 的位置, 使绿光的入射角等于衍射角, 此时, 沿该中间谱线移动光栅 G_2 , 寻找各汇合级并测量其光强。在组合 1000~100 L/mm 中, 测量了 $k_2 = 2, 3, 4$ 时的汇合级光强, 组合 $G_{1000} \sim G_{300a}$, $G_{1000} \sim G_{300b}$ 中, 测量了 $k_2 = 1, 2$ 时的汇合级光强, 如表 2 所示。表 2 中, η_m 为不同级的黄、绿、蓝三波长的衍射效率之和, x_{2m} 为汇合成像时光栅 G_2 的位置, I_m 为汇合级光强, m 为级数。

表 2 各组光栅的各汇合级光强实验值

Table 2 Measured results of intensity of combined beams for different bi-grating systems

	x_{22} / m	x_{23} / m	x_{24} / m	G_{100}	$I_2 : I_3 : I_4$
$G_{1000} \sim G_{100}$	0.650	0.433	0.325	$\eta_2 : \eta_3 : \eta_4 = 20 : 4 : 1$	3.2 : 1.7 : 1
$G_{1000} \sim G_{300a}$	x_{21} / m		x_{22} / m	G_{300a}	$I_{1a} : I_{2a}$
	0.433		0.217	$\eta_1 : \eta_2 = 5.2 : 1$	1 : 1.81
$G_{1000} \sim G_{300b}$	x_{21} / m		x_{22} / m	G_{300b}	$I_{1b} : I_{2b}$
	0.433		0.217	$\eta_1 : \eta_2 = 3.75 : 1$	1 : 2.43

组合 $G_{1000} \sim G_{100}$ 中, G_2 的 2, 3, 4 级之间的衍射效率差别较大, 2 级和 4 级的合衍射效率比值达 20 倍之多, 衍射效率引起的光强差大于因距离传播导致的光能量损失, 因此, 在该组合中, 2 级的汇合级光强大于 3 级和 4 级。组合 $G_{1000} \sim G_{300}$ 中, $k_2 = 1$ 和 $k_2 = 2$ 的成像距离相差 1 倍, 由于 G_{300a} , G_{300b} 的 1, 2

级之间的衍射效率比值小于因距离传播引起的光能量损失, 因而该两组合中都是第 2 汇合级的光强较强。这与理论分析结果基本相符。

4 结论

利用基本的光传播理论, 结合两光栅的衍射性

质和双光栅成像方程研究了双光栅衍射成像中的光能量传递情况和汇合级光能量特点,得到了反映汇合级光能量的公式。分析表明当光栅 G_1 固定,光栅 G_2 的汇合级光强由来自第一片光栅 G_1 的衍射光强度、光栅 G_2 的位置及其汇合级的衍射效率共同决定,它与各波长 G_1 的 k_1 级衍射效率与 G_2 的 k_2 级衍射效率的乘积之和成正比,与光传播的距离平方成反比。由于汇合级数高的 G_2 离目标物近,汇合级数低的 G_2 离目标物远,而来自光栅 G_1 的衍射光强随传播距离的平方衰减,因此要获得较高的汇合级能量,须使成像位置近的 G_2 的那级衍射效率高。实验结果和理论分析基本一致,该结果对双光栅衍射成像系统的具体应用具有实际参考意义。

参 考 文 献

- 1 H. F. Talbot. Facts relating to optical science [J]. *Philos. Mag.*, 1836, **9**:401~407
 - 2 Von E. Lau, Beugungserscheinungen an Doppelrastern [J]. *Ann. Phys.*, 1948, **2**(6):417~423
 - 3 G. J. Swanson, E. N. Leith. Lau effect and grating imaging [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1982, **72**(5):552~555
 - 4 G. J. Swanson, E. N. Leith. Analysis of the Lau effect and generalized grating imaging [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1985, **2**(6):789~793
 - 5 Paul Latimer. Talbot effect and Cornu's spiral [J]. *Appl. Opt.*, 1994, **33**(22):4983~4987
 - 6 Feihong Yu, Liren Liu, Jeffrey A. Davis. Ray matrices and double-grating imaging [J]. *Appl. Opt.*, 1994, **33**(1):42~49
 - 7 Weiping Zhang, Wenlou Wei. Method for spectrum imaging [C]. *SPIE*, 2001, **4548**:99~102
 - 8 Zhang Weiping, He Xiaorong. The spectral combination characteristic of grating and the bi-grating diffraction imaging effect [J]. *Science in China Series G: Physics Mechanics and Astronomy*, 2007, **50**(1):1672~1799
 - 9 He Xiaorong, Zhang Weiping. Analysis of the bi-grating diffraction imaging effect by Fresnel diffraction theory [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(8):~
- 何小荣,张卫平. 用菲涅耳衍射理论分析双光栅成像效应[J]. *光学学报*, 2007, **27**(8):1371~1376