

文章编号: 0258-7025(2007)07-0930-05

升余弦变迹布拉格光纤光栅中的 调制不稳定性

贾维国, 史培明, 杨性愉, 张俊萍, 樊国梁
(内蒙古大学物理系, 内蒙古 呼和浩特 010021)

摘要 利用相干耦合非线性薛定谔方程,研究了激光脉冲在升余弦变迹布拉格光纤光栅中传输时,在反常色散区和正常色散区所产生的调制不稳定性。结果表明在反常色散区和正常色散区都能产生调制不稳定性;在反常色散区,当输入功率达到一定数值时,产生明显的规律性增益谱;在正常色散区,在产生调制不稳定性功率区域,调制不稳定性存在并从给定值一直持续到无穷;在反常色散区和正常色散区,增益谱都受到升余弦变迹函数的制约。

关键词 光通信;光栅;布拉格光栅;升余弦变迹;调制不稳定性;增益

中图分类号 TN 253 **文献标识码** A

Modulation Instability of Fiber Bragg Gratings with Raised Cosine Apodization

JIA Wei-guo, SHI Pei-ming, YANG Xing-yu, ZHANG Jun-ping, FANG Guo-liang
(Department of Physics, Inner Mongolia University, Hohhot, Inner Mongolia 010021, China)

Abstract The coherently coupled nonlinear Schrödinger equation is used to study the modulation instability of laser pulses propagating in fiber Bragg gratings with raised cosine apodization function in both anomalous and normal dispersion regimes. The results show that modulation instability is produced in both anomalous and normal dispersion regimes. The obvious regular gain spectra have been produced when the input power reaches a certain value in anomalous dispersion regime. The modulation instability in normal dispersion regime rises from a fixed value to infinite when the input power is in the range that can produce modulation instability. Furthermore, the gain spectra have been restrained by raised cosine apodization function in both dispersion regimes.

Key words optical communication; grating; fiber Bragg gratings; raised cosine apodization; modulation instability; gain

1 引 言

当激光脉冲在非线形介质中传输时,由于非线性和色散的相互作用产生调制不稳定性。在弱噪声和其他一些小微扰存在时,由于振幅和相位调制,连续波最终被分裂成高重复率的超短脉冲,从而产生光孤子^[1,2]。在光纤光栅中,实验也观察到了入射光脉冲由于调制不稳定性最终被分裂成高重复率的超短脉冲^[3,4]。输入光脉冲由于布拉格反射形成前向波和后向波,并通过非线性效应的相互作用产生交叉相位调制,产生调制不稳定性^[5]。变迹光纤

光栅就是使光纤光栅中的折射率沿轴向呈现一个类似钟型函数的形状变化^[6,7],它可以改善光纤光栅的反射谱、时延特性和色散特性等。利用激光脉冲在光纤布拉格光栅中所遵循的相干耦合薛定谔方程^[8~10],讨论了升余弦变迹布拉格光纤光栅中的调制不稳定性。表明不同的变迹函数、输入功率、带宽位置具有不同的不稳定性增益,调制不稳定性不仅在反常色散区而且在正常色散区产生。

2 理 论

激光脉冲在布拉格光纤光栅中传输时所遵循的

收稿日期:2006-12-06;收到修改稿日期:2007-03-05

基金项目:国家自然科学基金(60468001)资助项目。

作者简介:贾维国(1960—),男,副教授,硕士,主要从事非线性光学研究。E-mail:jwg1960@163.com

耦合薛定谔方程为

$$i \frac{\partial E_+}{\partial t} + i \frac{\partial E_+}{\partial z} + \kappa E_- + \gamma(|E_+|^2 + 2|E_-|^2)E_+ = 0, \quad (1a)$$

$$i \frac{\partial E_-}{\partial t} - i \frac{\partial E_-}{\partial z} + \kappa E_+ + \gamma(|E_-|^2 + 2|E_+|^2)E_- = 0, \quad (1b)$$

式中 E_+, E_- 为在光纤光栅中传输的前向波和后向波; γ 为非线性系数; κ 为耦合系数, 对于不同的变迹函数其耦合系数不同。对于升余弦变迹光纤光栅, 耦合系数 κ 为

$$\kappa = \kappa_0 \frac{1}{2} \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi z}{L}\right) \right], \quad (2)$$

式中 $\kappa_0 = \delta n/2n$ 为常数, δn 为折射率的起伏(或微扰), L 为升余弦光束的宽度(即光栅长度)。

方程(1)的稳态解为

$$E_+ = a_+ \exp(iKz), \quad (3a)$$

$$E_- = a_- \exp(iKz), \quad (3b)$$

式中 a_+, a_- 为前向波和后向波的振幅, K 为波数。输入功率 $P_0 = a_+^2 + a_-^2$, 引入参数 $f = a_-/a_+$ 用来描述总能量在前向波和后向波的分配情况, 则 $a_+ = \sqrt{\frac{P_0}{1+f^2}}$, $a_- = \sqrt{\frac{P_0}{1+f^2}}f$ 。当 $f < 0$ 时对应于反常色散区, $f > 0$ 时对应于正常色散区; $|f| > 1$ 以后向波为主, $|f| < 1$ 以前向波为主。对(1)式连续波解引入一阶微扰项 u 和 v 有

$$E_+ = (a_+ + u) \exp(iKz),$$

$$E_- = (a_- + v) \exp(iKz), \quad (4)$$

将(4)式代入(1)式, 并且线性化, 有

$$i \frac{\partial u}{\partial t} + i \frac{\partial u}{\partial z} + \kappa v - \kappa f u + G[(u + u^*) + 2f(v + v^*)] = 0, \quad (5a)$$

$$i \frac{\partial v}{\partial t} + i \frac{\partial v}{\partial z} + \kappa u - \kappa f^{-1} v + G[f^2(v + v^*) + 2f(u + u^*)] = 0, \quad (5b)$$

其中

$$G = \frac{\gamma P_0}{1+f^2}, \quad (6)$$

设

$$u = u_s \exp[i(\Omega t - qz)] + u_a \exp[i(-\Omega t + qz)], \quad (7a)$$

$$v = v_s \exp[i(\Omega t - qz)] + v_a \exp[i(-\Omega t + qz)], \quad (7b)$$

式中 Ω 和 q 为由于频率(波数)偏离了布拉格频率(波数), 并且因为交叉调制等耦合和微扰因数引起

的附加频率(波数), 叠加在原频率(波数)之上, 应为一小量, q 为 Ω 的函数。将(7)式代入(5)式, 得到有关 u_s, u_a, v_s, v_a 的线性方程, 可以得到色散关系

$$(\Omega^2 - q^2)^2 - 2\kappa^2(\Omega^2 - q^2) - \kappa^2 f^2(\Omega + q)^2 - \kappa^2 f^{-2}(\Omega - q)^2 + 4\kappa G f(3q^2 - \Omega^2) = 0. \quad (8)$$

从(8)式可以看出, 对于给定参量 f 和输入功率 P_0 , Ω 和 q 的关系为四次方的多项式, 有四个根。当所有的四个根为实数时, 其解是稳定的, 如果至少有两个根为复数, 并形成一对共轭复数, 那么解是不稳定的。

2.1 反常色散区

当 $f < 0$ 时, 为禁带之上反常色散区, 对应于色散曲线的上支; 当 $f = -1$ 时为禁带之上能带底, $G = \gamma P_0/2$, 多项式(8)转化为 Ω^2 的二次方程

$$\Omega^2 = q^2 + 2\kappa(\kappa - G) \pm 2\sqrt{\kappa^2(\kappa - G)^2 + \kappa q^2(\kappa + 2G)}. \quad (9)$$

当 Ω 有复数根时调制不稳定性存在。由

$$q^2 + 2\kappa(\kappa - G) - 2\sqrt{\kappa^2(\kappa - G)^2 + \kappa q^2(\kappa + 2G)} < 0, \quad (10)$$

即 $q^2(q^2 - 12\kappa G) < 0$, 解得

$$q = 0 \text{ 或 } -q_0 < q < q_0, \quad (11)$$

其中 $q_0 = \sqrt{12\kappa G}$, 所以当 $-q_0 < q < q_0$ 时, 调制不稳定性存在, 定义 $g(q) = |\text{Im}(\Omega)|$, $g(q)$ 代表波数 $K + q$ 对于原始波数 K 偏移 q 后的扰动增益。当 q 满足(11)式时调制不稳定性存在, 对应的增益为

$$g(q) = q^2 + 2\kappa\left(\kappa - \frac{\gamma P_0}{2}\right) - 2\sqrt{\kappa^2\left(\kappa - \frac{\gamma P_0}{2}\right)^2 + \kappa q^2(\kappa + \gamma P_0)}, \quad (12)$$

取 $L = 5 \text{ cm}$, $\kappa_0 = 5.0 \text{ cm}^{-1}$, $\gamma = 0.5 \text{ cm}^{-1} \cdot \text{GW}^{-1}$, 从理论上讲对于任何输入功率都可以产生调制不稳定性。

图 1 为在不同输入功率下, $z = 2 \text{ cm}$ 时调制不稳定性增益谱。从图 1 可以看出, 当输入功率较小时 ($P_0 = 50 \text{ W}$), 在调制不稳定性区域内, 会产生许多小的尖峰脉冲串, 这是因为光纤光栅有较小非线性系数, 由于光纤光栅的性质(前向波和后向波的相互作用)和调制不稳定性共同作用的结果, 并且, 调制不稳定性不起主导作用。随着输入功率的增大, 调制不稳定性开始起主导作用, 这时在调制不稳定性增益谱的背景下叠加有明显的小尖峰脉冲串, 当只有输入功率达到一定数值时, 才能产生明显的有规律的增益谱。

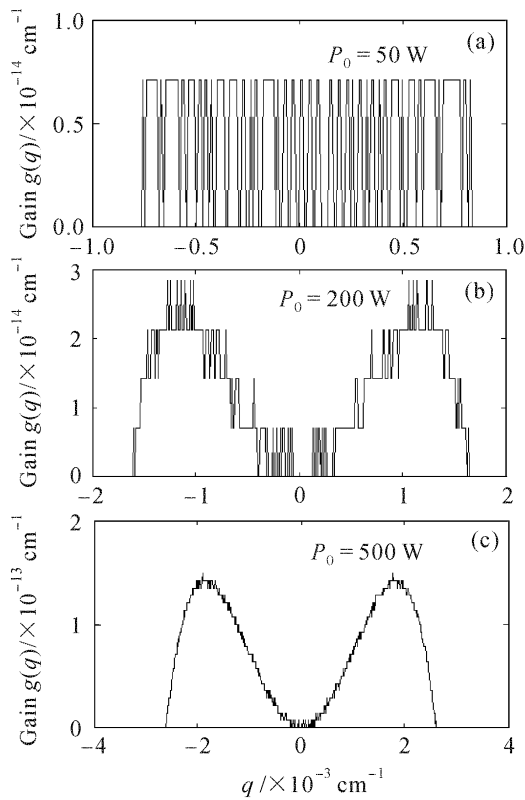


图 1 在不同输入功率下当 $z = 2$ cm 时, 调制不稳定性增益谱随波数偏移 q 的变化关系

Fig.1 Gain of modulation instability as a function of power at $z = 2$ cm of wave number shift q under different input power P_0

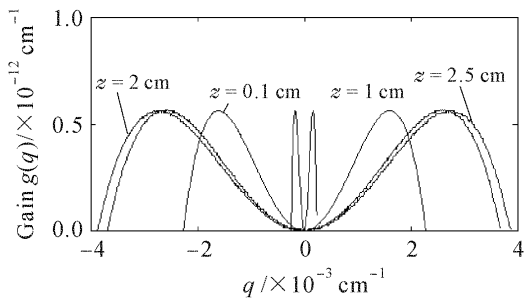


图 2 $P_0 = 1000$ W, 传输距离不同时, 调制不稳定性增益谱随 q 的关系

Fig.2 Gain of modulation instability as a function of q for different propagation distances at input power of 1000 W

图 2 为输入功率一定, 传输距离不同时, 调制不稳定性增益谱随波数偏移 q 的变化关系。随着传输距离的增加, 增益谱强度不变, 宽度增加, 增益谱中心频率远离布拉格频率, 当传输距离达到耦合系数 κ 的最大值时 (即 $z = L/2$), 增益谱的宽度最大, 以后随着传输距离的增加, 增益谱强度不变, 宽度减小, 整个增益谱是以光纤光栅 $L/2$ 为对称。显然, 调制不稳定性增益谱受到升余弦变迹函数的限制。

图 3 为传输距离一定, 输入功率不同时, 增益谱

随输入功率 q 的变化关系, 显然, 随着输入功率的增大, 增益谱强度增强, 宽度加宽, 增益谱中心频率远离布拉格频率。

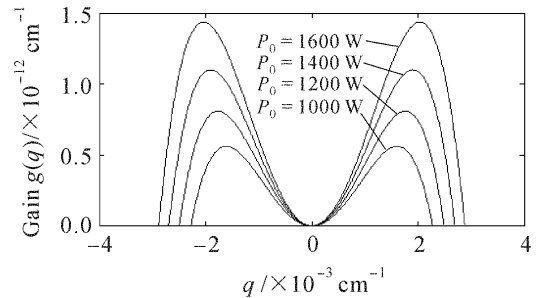


图 3 $z = 1$ cm, 输入功率不同时, 调制不稳定性增益谱随 q 的变化关系

Fig.3 Gain of modulation instability as a function of q for different input power at propagation distance of 1 cm

由耦合薛定谔方程, 根据光纤光栅二阶色散的定义有^[1]

$$\beta_2^g = -\frac{\text{sgn}(\delta)\kappa^2/v_g^2}{(\delta^2 - \kappa^2)^{3/2}}, \quad (13a)$$

式中 v_g 为无光栅时的脉冲群速度, $v_g = c/n_0$ (n_0 为光栅的平均折射率, c 为光速), δ 为失谐量, 对于反常色散区 δ 为正值, δ 依赖于参数 f 且满足^[1]

$$\delta = \frac{\kappa(1 + f^2)}{2f} + \frac{3\gamma P_0}{2}, \quad (13b)$$

由(13a)和(13b)式得

$$\beta_2^g = -\frac{\kappa^2/v_g^2}{\left\{ \left[\frac{\kappa(1 + f^2)}{2f} + \frac{3\gamma P_0}{2} \right]^2 - \kappa^2 \right\}^{3/2}}. \quad (14)$$

由于在光纤光栅中表征禁带宽度的色散关系的对称性^[1] $f = -4, -3, -2, -1$, 同 $-1 \leq f < 0$ 所对应分数点 $f = -\frac{1}{4}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}, -1$ 具有相同的色散性质。

图 4 为输入功率 $P_0 = 1$ kW, 参数 f 取不同值

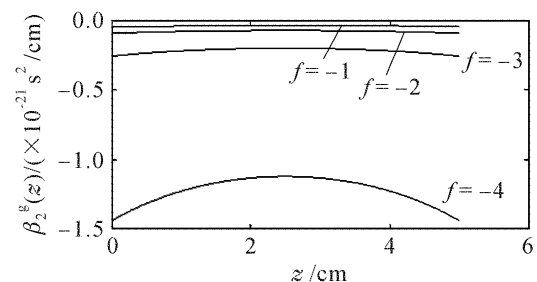


图 4 f 取不同值时色散 β_2^g 随传输距离 z 的变化关系
Fig.4 Dispersions β_2^g as a function of propagation distance z at different f value

时色散 β_2 随传输距离的变化关系,从图可以看出在光纤光栅中的二阶色散 β_2 受升余弦变迹函数的制约,二阶色散 β_2 随传输距离的增加而增大,到达变迹函数的极大点 $z = L/2$ 时,达到最大;然后 β_2 随传输距离的增加而减小;这同图 2 增益谱随传输距离的变化关系相一致。并且,随着参数 f 增大二阶色散 $|\beta''(z)|$ 减小,在能带底 $f = -1$ 时, $|\beta''(z)|$ 最小,变化范围最小。所以当输入功率和传输距离一定时调制不稳定性增益谱随参数 f 的增大,增益谱强度应增强,宽度减小,增益谱中心频率趋近布拉格频率。同样在 f 为不同值时,调制不稳定性增益谱随输入功率和传输距离的变化关系同图 2 和图 3 显示的性质相同。所以,参数 f 取不同值时,光纤光栅二阶色散 β_2 随传输距离的变化关系同参数 f 取不同值时调制不稳定性增益谱随传输距离的变化关系相适应。

2.2 正常色散区

当 $f > 0$ 时,为禁带之下正常色散区,对应于色散曲线的下支,当 $f = 1$ 时,对应于禁带之下能带顶, $G = \gamma P_0/2$ 。同样,多项式(6)转化为 Ω^2 的二次方程

$$\Omega^2 = q^2 + 2\kappa(\kappa + G) \pm 2\sqrt{\kappa^2(\kappa + G)^2 + \kappa q^2(\kappa - 2G)}. \quad (15)$$

当 Ω 有复数根时存在调制不稳定性,由

$$\kappa^2(\kappa + G)^2 + \kappa q^2(\kappa - 2G) < 0, \quad (15a)$$

得

$$q^2 > \frac{\kappa(\kappa + G)^2}{2G - \kappa}, \quad (15b)$$

因为 $q^2 > 0$,所以 $2G - \kappa > 0$,即 $P_0 > \frac{\kappa}{\gamma}$ 时,(15)式

有复数解。所以 $|q| > q_1 = (\kappa + G)\left(\frac{\kappa}{2G - \kappa}\right)^{1/2}$ 时,调制不稳定性存在并一直持续到 $|q| \rightarrow \infty$ 。

图 5 为输入临界功率 P_0 随传输距离 z 的关系,相应的参数为; $L = 5$ cm, $\kappa_0 = 5.0$ cm⁻¹, $\gamma =$

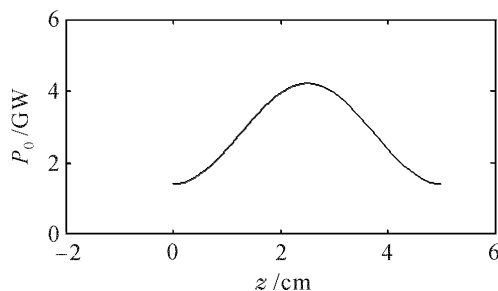


图 5 输入临界功率 P_0 随传输距离 z 的关系
Fig. 5 Critical input power P_0 as a function of propagation distance z

0.5 cm⁻¹ · GW⁻¹。

当 $|q| \rightarrow \infty$ 时

$$[\kappa^2(\kappa + G)^2 + \kappa q^2(\kappa - 2G)]^{1/2} \cong q[\kappa(\kappa - 2G)]^{1/2}, \quad (16)$$

所以(15)式变为

$$\Omega^2 = q^2 + 2\kappa(\kappa + G) \pm 2q[\kappa(\kappa - 2G)]^{1/2}, \quad (17a)$$

$$\Omega \cong \pm q \pm i[\kappa(2G - \kappa)]^{1/2}, \quad (17b)$$

$P_0 > \frac{\kappa}{\gamma}$, 且 $|q| > q_1 = \left(\kappa + \frac{\gamma P_0}{2}\right)\left(\frac{\kappa}{\gamma P_0 - \kappa}\right)^{1/2}$ 时,

对应的增益谱为

$$g(q) = [\kappa q^2(2G - \kappa) - \kappa^2(\kappa + G)^2]^{1/2}, \quad (18a)$$

当 $|q| \rightarrow \infty$ 时,对应的增益谱为

$$g(q) \cong [\kappa(2G - \kappa)]^{1/2}. \quad (18b)$$

图 6 为输入功率一定,传输距离不同时,调制不稳定性增益谱随 q 的变化关系。根据对称性,我们只作出了 $q > q_1$ 靠近 q_1 的部分。从图可以看出,随着传输距离的增加最初增益谱斜率增大,强度增强,然后斜率基本不变,强度变小,起始波数远离布拉格波数,直到升余弦变迹函数的极大值点,随着传输距离的继续增加增益谱强度先增强后减弱,当 $z \approx L$ 时,其增益谱恢复到 $z \approx 0$ 时的状态。

图 7 为传输距离一定,不同输入功率时,增益谱

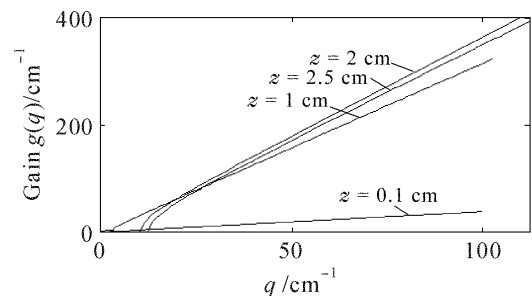


图 6 $P_0 = 12$ GW,传输距离不同时,调制不稳定性增益谱随 q 的变化关系

Fig. 6 Gain of modulation instability as a function of q for different propagation distances at input power of 12 GW

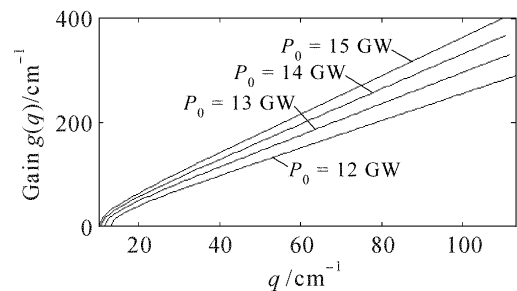


图 7 $z = 2$ cm,输入功率不同时,调制不稳定性增益谱随 q 的变化关系

Fig. 7 Gain of modulation instability as a function of q for different input power at propagation distance of 2 cm

随 q 的变化关系,随着输入功率的增加增益谱强度增强,产生调制不稳定性的起始波数向布拉格波数趋近。当 $f \neq 1$ 时,同样可以用光纤光栅二阶色散进行定性讨论。

3 结 论

升余弦变迹布拉格光纤光栅中在反常色散区和正常色散区都能产生调制不稳定性。在反常色散区对于任何输入功率都可以产生调制不稳定性。但因为光纤光栅有较小非线性系数,由于光纤光栅的性质(前向波和后向波的相互作用)和调制不稳定性,当只有输入功率达到一定数值时,才能产生明显的规律性增益谱。并且输入功率、传输距离一定时,当 $f = -1$ 位于禁带之上能带底时,调制不稳定性增益的强度最强、宽度最窄;当远离能带底时强度减弱、宽度变宽,整个增益谱是以光纤光栅 $L/2$ 为对称,受到升余弦变迹函数的限制。对于高比特率光通信系统,当超短脉冲的功率达到较高的水平时,由于调制不稳定性增益谱的存在,很容易产生误码和混码;所以分析清楚调制不稳定性增益谱和相关参数的关系,有利于实现全光纤通信中光孤子在变迹布拉格光纤光栅中的稳定传输。

在正常色散区,当 $P_0 > \frac{\kappa}{\gamma}, q > (\kappa + G) \left(\frac{\kappa}{2G - \kappa} \right)^{1/2}$ 或 $q < -(\kappa + G) \left(\frac{\kappa}{2G - \kappa} \right)^{1/2}$ 时,调制不稳定性存在并一直持续到 $|q| \rightarrow \infty$; 同样整个增益谱受到升余弦变迹函数的制约。在正常色散区产生调制不稳定性的输入功率较高,容易实现光纤通信中光孤子在变迹布拉格光纤光栅中的稳定传输。

参 考 文 献

- Govind P. Agrawal. Nonlinear Fiber Optics & Applications of Nonlinear Fiber Optics [M]. Jia Dongfang, Yu Zhenhong, Tan Bin *et al.* transl. 3rd Edition. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2002
Govind P. Agrawal. 非线性光纤光学原理及应用[M]. 贾东方,余震虹,谈斌等译. 第3版. 北京:电子工业出版社, 2002
- K. Tai, A. Hasegawa, A. Tomita. Observation of modulation instability in optical fibers [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1986, **56**(2):135~138
- B. J. Eggleton, C. M. de Sterke, R. E. Slusher *et al.*. Distributed feedback pulse generator based on nonlinear fibre grating [J]. *Electron. Lett.*, 1996, **32**(25):2341~2342
- B. J. Eggleton, C. Martijn de Sterke, A. B. Aceves *et al.*. Modulation instability and multiple soliton generation in apodized fiber gratings [J]. *Opt. Commun.*, 1998, **149**:267~271
- C. Martijn de Sterke. Theory of modulation instability in fiber Bragg gratings [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1998, **15**(11):2660~2667
- Herbert G. Winful, Ron Zamir, Sandra Feldman. Modulation instability in nonlinear periodic structures: implications for "gap solitons" [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 1991, **58**(10):1001~1003
- S. Lee, R. Khosravani, J. Peng *et al.*. Adjustable compensation mode dispersion using a high-birefringence nonlinearly chirped fiber Bragg gratings [J]. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 1999, **11**(10):982~983
- C. Martijn de Sterke, J. E. Sipe. Coupled modes and the nonlinear Schrodingers equation [J]. *Phys. Rev. A*, 1990, **42**(1):550~555
- Jia Weiguo, Yang Xingyu. Vector modulation instability at the arbitrary polarized direction in strongly birefringence dispersion decreasing fiber [J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, **54**(3):1053~1058
贾维国,杨性愉. 强双折射光纤中任意偏振方向矢量调制不稳定性[J]. 物理学报, 2005, **54**(3):1053~1058
- Jia Weiguo, Shi Peiming, Yang Xingyu *et al.*. Modulation instability of near frequency propagation regime in polarization-maintaining fibers [J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(9):4575~4581
贾维国,史培明,杨性愉等. 保偏光纤中相近频率传输区域的调制不稳定性[J]. 物理学报, 2006, **55**(9):4575~4581