

文章编号: 0258-7025(2007)07-0967-05

# 频谱泄漏对正弦相位调制干涉测量精度的影响

何国田<sup>1,2</sup>, 王向朝<sup>1</sup>, 曾爱军<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> 中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800; <sup>2</sup> 中国科学院研究生院, 北京 100039)

**摘要** 在正弦相位调制(SPM)干涉仪中,若调制频率或者采样频率发生变化将使干涉信号出现频谱泄漏,减小了谐波分量的幅值,在测量结果中引入了误差。对频谱泄漏的产生及其对测量精度的影响进行了理论分析,获得了频谱泄漏引入测量误差的计算方法。实验测得频率漂移量在 $-0.3\sim 0.3$  Hz内,得到的频谱泄漏引入的误差为 $0.3\sim 7.9$  nm,当超出这个范围时,频谱泄漏误差将迅速增长。实验结果与模拟分析结果一致。

**关键词** 测量;正弦相位调制干涉仪;频谱泄漏;离散傅里叶变换;测量精度;频率变化

中图分类号 TN 247 文献标识码 A

## Influence of Spectrum Leakage on Measurement Accuracy of Sinusoidal Phase Modulating Interferometer

HE Guo-tian<sup>1,2</sup>, WANG Xiang-zhao<sup>1</sup>, ZENG Ai-jun<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China)  
(<sup>2</sup> Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

**Abstract** In sinusoidal phase modulating (SPM) interferometry, the spectrum leakage is generated due to the frequency variation of modulating signal or sampling signal. The spectrum leakage induces errors in the measurement result by reducing values of harmonic components. The spectrum leakage in a SPM interferometer and its influence on measurement accuracy are analyzed theoretically with the discrete Fourier transform method. The mathematical expression of the measurement error induced by frequency leakage is obtained. In experiments, when the frequency shift is  $-0.3\sim 0.3$  Hz, the induced measurement error is  $0.3\sim 7.9$  nm. Beyond the range, the measurement error increases obviously. The experimental and theoretical data agree well with each other.

**Key words** measurement; sinusoidal phase modulating interferometer; spectrum leakage; discrete Fourier transform; measurement accuracy; frequency changes

## 1 引 言

正弦相位调制(SPM)干涉测量技术是一种先进的高精度干涉测量技术,可用积分法、微分法、傅里叶变换等求出相位分布,具有移相简单、无需识别单个条纹的特点。它从测量表面形貌到位移、振动,从测量阶梯形貌到长度,从实验平台到普通平台;测量范围从纳米到厘米,精度达几个纳米;具有结构简单、调制方便、稳定性好、精度高、抗干扰能力强,能

在复杂噪声环境下工作的能力,已成为干涉测量中的一种重要方法<sup>[1~8]</sup>。本文讨论的正弦相位调制干涉仪,通过在参考光路中使用正弦振动的压电陶瓷(PZT)对参考光相位进行调制,在干涉信号中引入随时间正弦变化的调制项。利用傅里叶分析方法对干涉信号进行处理,得到相位后即可计算出被测物理量<sup>[9]</sup>。

在信号处理中,周期信号的数字抽样要求采样时钟信号与其严格同步,若周期信号或采样时钟信

收稿日期:2006-08-31;收到修改稿日期:2006-12-30

基金项目:国家自然科学基金(60578051)和上海市科委国际合作计划项目(051107085)资助课题。

作者简介:何国田(1965—),男,四川人,博士研究生,主要从事图像传感与光学测量方面的研究工作。

E-mail: slhgt@siom. ac. cn

导师简介:王向朝(1957—),男,辽宁凌源人,研究员,博士生导师,研究领域为信息光电子技术。

E-mail: wxz26267@siom. ac. cn

号受干扰使它们的频率出现微小变化,其采样序列的离散傅里叶变换将产生较大频谱泄漏与截断误差<sup>[10~12]</sup>。在正弦相位调制干涉测量过程中,通过离散傅里叶变换对干涉信号进行处理后得到一、二、三阶谐波分量<sup>[9,13]</sup>,进而求得相位对应的物理量。如果调制信号或者采样信号的频率发生改变,也会存在频谱泄漏等问题,进而影响其测量精度。本文对正弦相位调制干涉仪中频谱泄漏的产生及其对测量精度的影响进行了理论分析,并对其影响进行了模拟计算与实验验证。

## 2 频谱泄漏的原因

以机械调制方式的正弦相位调制干涉测量仪测量位移为例说明频谱泄漏的产生及其对位移测量的影响,面形、振动等参数测量中的频谱泄漏及其影响情况与之类似。正弦相位调制干涉测量光路如图 1 所示。激光器的出射光由分束器(BS)分成两束光,它们分别由参考镜和被测物体反射后形成参考光和物光,干涉信号由光电探测器检测。参考镜黏在压电陶瓷上,通过给压电陶瓷施加一个正弦变化的电压  $a\cos(\omega_c t + \theta)$  使参考镜正弦振动,实现了对干涉信号的正弦相位调制,即干涉信号中包含一个随时间正弦变化的相位调制项。

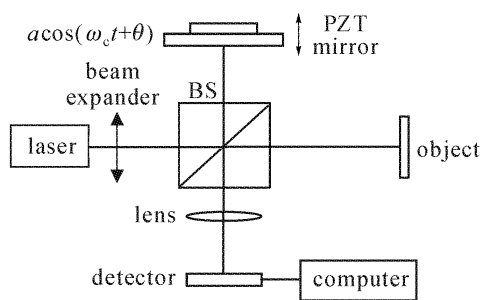


图 1 正弦相位调制干涉仪的测量原理图

Fig. 1 Schematic diagram of the sinusoidal phase modulating interferometer

探测器所接收的干涉信号为<sup>[1]</sup>

$$s(t) = s_0 \cos[z \cos(\omega_c t + \theta) + \alpha],$$

$$z = 4\pi a / \lambda, \quad \omega_c = 2\pi f_c, \quad \alpha = 4\pi r / \lambda, \quad (1)$$

式中  $\omega_c$  为调制角频率;  $s_0$  为干涉信号交流分量的振幅;  $z$  为调制深度,它是压电陶瓷振幅  $a$  与波长  $\lambda$  的函数;  $\alpha$  为相位,它是被测物体位移  $r$  的函数;  $\theta$  为初始相位;  $f_c$  为调制频率,且有  $f_c = 1/T_c$ ,  $T_c$  为调制信号的周期。将干涉信号进行离散傅里叶变换(DFT)得到一、二、三阶谐波分量即可求出相位  $\alpha$ ,

并计算出被测物体的位移。

设采样信号频率为  $f_s$ , 以  $f_s$  对干涉信号  $s(t)$  采样,可以得到离散信号为<sup>[14]</sup>

$$s(n) = s(t) |_{t=nT_s} = \sum_{k=0}^m A_k e^{j(k\theta + \alpha)} e^{jn\omega_c T_s} =$$

$$\sum_{k=0}^m A_k e^{j(k\theta + \alpha)} e^{jn\omega_0}, \quad -\infty < n < \infty \quad (2)$$

式中  $n$  为采样序号;  $\omega_0$  为相邻两点之间的相位差,  $\omega_0 = \omega_c T_s = 2\pi T_s / T_c$ ;  $f_s = 1/T_s$ ,  $T_s$  为采样周期;  $m$  为信号的最高谐波次数;  $A_k$  为第  $k$  次谐波的幅值,它是调制深度的贝塞耳函数。

假设在调制信号的一个周期内采样  $N$  点,即将信号  $s(n)$  用矩形窗函数进行截断,则该矩形窗函数可表达为

$$d(n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq N \\ 0 & 0 > n > N \end{cases} \quad (3)$$

设信号  $s(n)$  由矩形窗截断后的序列信号为  $s_d$ , 当满足  $N > 2m$  时,对信号  $s(n)$  进行数字傅里叶变换。在频域( $\omega$ )内可表示为<sup>[10,14,15]</sup>

$$s_d(e^{j\omega}) = F[s(n)d(n)] = \frac{1}{2\pi} S(\omega) \cdot D(\omega) =$$

$$\sum_{k=0}^m F_k e^{j(k\theta + \alpha)} \left[ \sum_{n=0}^{N-1} e^{jn(\omega - k\omega_c)} \right], \quad (4)$$

式中  $S(\omega)$ ,  $D(\omega)$  分别为  $s(n)$ ,  $d(n)$  的傅里叶变换后的频谱,  $F_k$  为第  $k$  次谐波在频域内的幅值。在频域内,对(4)式进行  $N$  点采样,其采样点之间的相位间隔可以表示为  $\Delta\phi = 2\pi/N$ , 则第  $l$  次谐波为

$$S(l) = s_d(e^{j\omega}) |_{\omega=2\pi l/N} = \sum_{k=0}^m F_k e^{j(k\theta + \alpha)} D(e^{j2\pi l/N - k\omega_c}), \quad (5)$$

式中  $l$  为整数。

下面分析产生频谱泄漏的原因。调制频率出现波动,从  $f_c$  变为  $f'_c$  (即理想频率为  $f_c$ , 实际频率为  $f'_c$  或周期为  $T'_c$ ), 令

$$\epsilon = \frac{f'_c}{f_c} = 1 + \Delta\epsilon, \quad (6)$$

式中  $\Delta\epsilon$  为理想与实际频率的相对误差,不妨假设采样频率  $f_s$  与采样点数  $N$  不变,则采样频率与调制频率间将不再满足关系式<sup>[11]</sup>

$$f_s = Nf_c = Nf'_c / \epsilon, \quad (7)$$

故有  $\omega_0 = \frac{2\pi T_s}{T'_c} = \frac{2\pi\epsilon}{N}$ , 此时第  $l$  次谐波可改写为

$$S(l) = F_l e^{j(l\theta + \alpha)} D(e^{j(l-k\epsilon)2\pi/N}) +$$

$$\sum_{\substack{k=0 \\ k \neq l}}^m F_k e^{j(k\theta + \alpha)} D(e^{j(l-k\epsilon)2\pi/N}). \quad (8)$$

当调制频率不发生改变,即  $\epsilon = 1$  时,(7)式成

立。信号  $s(t)$  在时域被均匀采样, 对应频域也是均匀采样, 则有  $|D(e^{j(l-k)2\pi/N})| = 1$ ,  $|D(e^{j(l-k)2\pi/N})| = 0$ , 从(8)式可以得到  $S(l) = F_l e^{j(l\theta+\omega)}$ , 即干涉信号没有发生频谱泄漏。

当  $\epsilon \neq 1$  时, 干涉信号在时域非均匀采样, 则  $|D(e^{j(l-k)2\pi/N})| < 1$ , 且  $l - k\epsilon \neq$  整数 ( $k \neq l$ ), 使  $D(e^{j(l-k)2\pi/N}) \neq 0$ , 其他各次谐波幅值以一定比例关系叠加到第  $l$  次谐波上, 使各阶谐波分量的幅值减小。同时, 由于  $D(e^{j(l-k)2\pi/N}) \neq 0$ , 将在信号有效带宽之外的其他谐波频率点上出现一定幅值的谱线, 即频谱泄漏。如果调制频率在理想频率附近微小变化, 即  $\epsilon \approx 1$  时,  $\Delta\epsilon$  对应相角  $\Delta\omega \leq 2\pi/N$ , 频域相角  $\omega(t)$  变化在  $2\pi/N$  对应的时间内, 从(8)式得到  $S(l) \approx F_l e^{j(l\theta+\omega)}$ , 各阶谐波分量幅值变化非常小, 可不考虑频谱泄漏的影响。当调制频率变化较大时, 即频域相角  $\omega(t)$  变化超出  $2\pi/N$  时, 频谱泄漏使各阶谐波分量的幅值变化显著。

同理, 当调制频率不变, 采样频率出现波动时, 也会产生频谱泄漏问题。

在正弦相位调制位移测量中, 当采样频率发生变化(例如电路噪声引起采样频率变化)或调制频率发生变化(例如压电陶瓷的滞回特性引起调制频率变化,  $\epsilon \neq 1$ ) 时, 即采样频率与调制频率间整数倍关系失调, 即等式(7)不成立, 干涉信号将会出现频谱泄漏。

下面将定量分析正弦相位调制干涉仪中的频谱泄漏。对(1)式进行傅里叶变换或利用  $\delta$  函数将(8)式展开后, 将(6)式代入, 且  $|\omega| < \omega_c/2$  时, 可得一、二、三阶谐波分量为<sup>[13]</sup>

$$S_1(\epsilon\omega_c) = -J_1(z) [\delta(\epsilon\omega_c - \omega_c) e^{i\theta} + \delta(\epsilon\omega_c - \omega_c) e^{-i\theta}] F(\sin\alpha), \quad (9)$$

$$S_2(2\epsilon\omega_c) = -J_2(z) [\delta(2\epsilon\omega_c - 2\omega_c) e^{i2\theta} + \delta(2\epsilon\omega_c - 2\omega_c) e^{-i2\theta}] F(\cos\alpha), \quad (10)$$

$$S_3(3\epsilon\omega_c) = -J_3(z) [\delta(3\epsilon\omega_c - 3\omega_c) e^{i3\theta} + \delta(3\epsilon\omega_c - 3\omega_c) e^{-i3\theta}] F(\sin\alpha), \quad (11)$$

式中  $J_m(z)$  为  $m$  阶贝塞耳函数。由(9)与(11)式可得  $z$  和  $\theta$  值, 用(9)与(10)式可得

$$\tan\alpha = \left| \frac{S_1(\omega)/J_1(z)}{S_2(\omega)/J_2(z)} \right|, \quad (12)$$

利用(12)式可计算出位移

$$r = \lambda\alpha/(4\pi). \quad (13)$$

当  $\epsilon = 1$ , 即没有频谱泄漏发生时, 根据光电探测器探测到的干涉信号, 由(9)~(13)式即得位移计算公式, 此时测量的位移值为  $r_b$ 。

当  $\epsilon \neq 1$  时, 从(9)式可以看出, 一阶谐波从  $\omega_c$  偏移到  $\epsilon\omega_c$ , 从(10)式可以看出二阶谐波从  $2\omega_c$  偏移到  $2\epsilon\omega_c$ , 从(11)式可以看出三阶谐波从  $3\omega_c$  偏移到  $3\epsilon\omega_c$ , 使一、二、三阶谐波分量的幅值减小。因此出现频谱泄漏时, 利用公式(9)~(11)计算出的  $z, \theta, \alpha$  值不准确, 将在位移测量值中引入误差。如果  $\Delta\epsilon$  对应的相角满足关系式  $\Delta\omega \leq 2\pi/N$ , 即  $\epsilon \approx 1$  时, 一、二、三阶谐波分量的幅值变化非常小, 频谱泄漏引入的测量误差可以忽略。如果  $\Delta\epsilon$  对应的相角满足关系式  $\Delta\omega > 2\pi/N$ , 一、二、三阶谐波分量的幅值变化较大, 频谱泄漏将引入较大的测量误差。

因此, 当  $\epsilon \neq 1$  时, 根据光电探测器探测到的干涉信号由(9)~(13)式得到相应位移值为  $r_s$ 。计算位移值与位移值  $r_s$  的差值即为位移的泄漏误差。

### 3 引入的测量误差

#### 3.1 理论误差

对于(2)式表示的干涉信号, 若调制信号频率与采样频率匹配, 即分别为  $T_c$  和  $T_s$ , 则干涉信号经过长度为  $LT_c$  的时间窗进行截断后, 可以得到  $N'$  点离散信号, 且满足关系式  $N' = LT_c/T_s$  或  $f_s/f_c = N'/L$ , 其中  $L$  为截取的周期数。干涉信号采样后得到的理想抽样序列为<sup>[14]</sup>

$$s_l(n) = s(nT_s) = \sum_{k=0}^m A_m e^{j(k\theta+\alpha)} e^{j2\pi k n f_c T_s} = \sum_{k=0}^m A_m e^{j(k\theta+\alpha)} e^{j2\pi k n L / N'}, \quad (14)$$

当调制信号频率与采样频率不匹配时, 设实际的调制周期为  $T'_c$ , 且满足关系式  $N' = [LT'_c/T_s]$ , 式中 “[ ]” 为取整符号。干涉信号被采样后得到的实际抽样序列为

$$s_s(n) = s_a(nT_s) = \sum_{k=0}^m A_m e^{j(k\theta+\alpha)} e^{j(2\pi k n f'_c T_s)} = \sum_{k=0}^m A_m e^{j(k\theta+\alpha)} e^{j2\pi k n L [1-y/(T_c+y)]/N'}, \quad (15)$$

式中  $y = T'_c - T_c$ , 为调制信号周期的变化量。

设理想序列与实际序列的误差为  $M_0(n)$ , 由(14), (15)式得

$$M_0(n) = s_s(n) - s_l(n) = \sum_{k=0}^m A_m e^{j(k\theta+\alpha)} e^{j(2\pi k n L / N')} \{ e^{-j2\pi k n L y / [N'(T_c+y)]} - 1 \} = \sum_{k=0}^m C e^{j(k\theta+\alpha)} e^{j(2\pi k n L / N')}, \quad (16)$$

式中  $C$  为第  $k$  次谐波分量的抽样误差,  $C = A_m [B(n) - 1]$ ,  $B(n) = e^{-j2\pi k n L y / [N'(T_c+y)]}$ 。第  $k$  次谐波

分量的相对误差  $R_c(k)$  表示为

$$R_c(k) = C/A_m = B(n) - 1, \quad (17)$$

由于  $|y| < T_s/2N'$ , 存在关系式  $N' \gg Lm$ , 则  $2\pi knLy/N'T_s < \pi knL/N'^2 \ll 1$ ,  $B(n)$  可以简化为

$$B(n) = e^{-j2\pi knLy/[N'(T'_c+y)]} \approx \cos\{2\pi knLy/[N'(T'_c+y)]\} \approx 1 - (1/2!)\{2\pi knLy/[N'(T'_c+y)]\}^2, \quad (18)$$

频谱泄漏引起第  $k$  次谐波分量的相对误差  $R_c(k)$  可近似为

$$R_c(k) \approx (1/2!)\{2\pi knLy/[N'(T'_c+y)]\}^2. \quad (19)$$

若理想采样频率为  $f_s$ , 实际采样频率为  $f'_s$ , 且  $y = T'_s - T_s$ , 同理可得频谱泄漏引起第  $k$  次谐波分量的相对误差  $R_s(k)$  为

$$R_s(k) \approx (1/2!)(2\pi knLy/N'T_s)^2 = (1/2!)(2\pi knyT'_s/T_cT_s)^2. \quad (20)$$

可见, 当  $\epsilon \neq 1$  时, 第一、二、三次谐波分量将存在 (19) 式或 (20) 式所表达的误差, 将带有误差的第一、二、三次谐波分量代入 (9) ~ (13) 式可以获得频谱泄漏情况下的计算位移值。当  $\epsilon = 1$  时, 将没有频谱泄漏情况下的第一、二、三次谐波分量代入 (9) ~ (13) 式可以获得理论位移值。

### 3.2 模拟频谱泄漏对测量精度的影响

考虑随机噪声情况下对频谱泄漏影响正弦相位调制干涉测量仪测量精度的过程进行模拟, 其中设位移的标称值为 100 nm, 波长为 632.8 nm, 调制深度为 2.63, 调制频率为 1000 Hz, 抽样信号频率为 8000 Hz, 采样点数为 128, 信噪比为 60 dB。在随机噪声条件下, 将上述参数代入 (1), (2) 式得到离散干涉信号, 并对离散干涉信号进行傅里叶变换后, 利用 (9) ~ (13) 式及  $\epsilon = 1$  得到多个计算位移值, 这些计算位移值的平均值即为理论位移值。在其他条件不变, 当调制频率在频率偏差  $-1.6 \sim 0.9$  Hz 范围内变化时, 重复上述计算过程。在某一个调制频率下, 可得出多个计算位移值, 这些计算位移值的平均值即为该调制频率下的模拟位移值。不同调制频率下的模拟位移值如图 2 所示。可以看出, 无频谱泄漏时位移测量误差主要由噪声等其他因素所引起, 其大小为 0.26 nm, 该误差也包含在频谱泄漏情况下的位移测量总误差中。当抽样长度与采样周期的乘积不等于调制信号周期的整数倍时, 将产生频谱泄漏并引入测量误差; 当抽样长度与采样周期的乘积约等于调制信号周期的整数倍时, 如调制频率的变

化范围为 999.10 ~ 1000.2 Hz 时, 重复精度小于 4.6 nm, 频谱泄漏引入的误差小于 2.2 nm, 频谱泄漏的影响可以不考虑。抽样长度与采样周期的乘积与调制信号周期的整数倍的差异变大时, 频谱泄漏引入的误差迅速增加, 重复精度迅速降低。

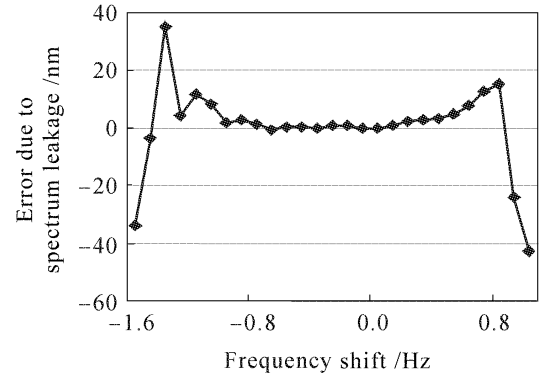


图 2 模拟的频率偏移引起的频谱泄漏误差

Fig. 2 Relationship between frequency shift and the error due to spectrum leakage obtained by simulation

从图 2 可知, 当频率漂移量在  $-1.3 \sim 0.5$  Hz 内时, 频谱泄漏引入的误差为  $-0.571 \sim 4.66$  nm。当频率漂移量超出该范围时, 频谱泄漏引入的误差迅速增加, 导致测量结果错误, 如在  $-1.3 \sim 0.5$  Hz 的频率漂移范围外, 将引入最大测量误差为 42.5%。泄漏误差不对称, 这是干涉信号中的直流成分对低频部分有补偿。

### 3.3 实验

实验装置如图 1 所示, 光源为 He-Ne 激光器。被测物体为一个背面粘有压电陶瓷的反射镜, 压电陶瓷上加一个峰值为 2.0 V, 频率约 100 Hz 的正弦电压信号, 使反射镜沿光轴方向正弦振动。压电陶瓷静止时调节两干涉臂光程差的大小使调制深度  $z = 2.59$  mm。当被测量物体的振动频率保持不变, 调制频率在 998.4 ~ 1001 Hz 范围内变化时, 测得频率偏移引起的频谱泄漏误差如图 3 所示。

当频率漂移量在  $-0.3 \sim 0.3$  Hz 内时, 频谱泄漏引入的误差为 0.3 ~ 7.9 nm。超出这个范围, 频谱泄漏误差将迅速增长。当频率漂移量为  $-1.6$  Hz 时, 频谱泄漏误差达 80.9 nm。对比图 2 与图 3 可知, 随频率漂移量的增加, 泄漏误差增大, 即两曲线变化趋势是一致的; 图 2 变化缓慢一些, 这是由于加入的模拟噪声量比实际噪声小, 模拟计算时没有考虑全实验环境干扰对测量结果的影响。可见, 频率漂移引起的频谱泄漏误差, 严重影响正弦相位调制干涉仪的测量精度。

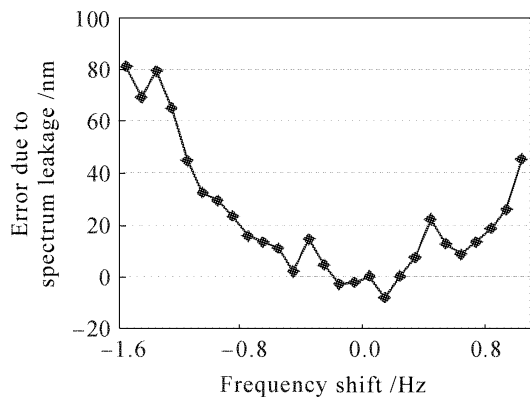


图3 实验测得频率偏移引起的频谱泄漏误差

Fig. 3 Relationship between frequency shift and the error due to spectrum leakage obtained in experiments

## 4 结 论

从正弦相位调制干涉测量过程出发,分析了一、二、三阶谐波分量泄漏的原因。并以机械调制的正弦相位调制干涉仪为例对频谱泄漏的产生及其对测量精度的影响进行了理论分析,获得了正弦相位调制干涉仪中频谱泄漏引入误差的计算方法。模拟计算与实验验证了正弦相位调制干涉仪中频谱泄漏将引入测量误差。频率漂移量在 $-0.3 \sim 0.3$  Hz内时,频谱泄漏引入的误差为 $0.3 \sim 7.9$  nm。超出这个范围,频谱泄漏误差将迅速增长。

## 参 考 文 献

- Xiangzhao Wang, Osami Sasaki, Takamasa Suzuki *et al.*. Measurement of spatially nonuniform phase changes of a light beam utilizing the reflectivity characteristic of self-pumped phase-conjugate mirror [J]. *Opt. Eng.*, 1999, **38**(9):1553~1559
- Takamasa Suzuki, Takao Ohizumi, Tatsuhiko Sekimoto *et al.*. Disturbance-free distributed Bragg reflector laser-diode interferometer with a double sinusoidal phase-modulating technique for measurement of absolute distance [J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(23):4482~4487
- Takamasa Suzuki, Hiromi Suda, Osami Sasaki. Double sinusoidal phase-modulating distributed-Bragg-reflector laser-diode interferometer for distance measurement [J]. *Appl. Opt.*, 2003, **42**(1):60~65
- Xuefeng Zhao, Takamasa Suzuki, Takamasa Masutomi *et al.*. Sinusoidal phase modulating laser diode interferometer for on-machine surface profile measurement [J]. *Opt. Eng.*, 2005, **44**(12):125602-1~125602-7
- Yande Xu. Two-period interference fringes interferometry [J]. *Opt. Eng.*, 2005, **44**(4):45601-1~45601-6
- Li Dailin, Wang Xiangzhao, Wang Xuefeng *et al.*. Composite light source interferometer for real-time micro-vibration measurement [J]. *Chinese J. Lasers*, 2004, **31**(3):350~353  
李代林,王向朝,王学锋等. 复合光源实时微振动干涉测量仪[J]. *中国激光*, 2004, **31**(3):350~353
- Takamasa Suzuki, Xuefeng Zhao, Osami Sasaki. Phase-locked phase-shifting laser diode interferometer with photothermal modulation [J]. *Appl. Opt.*, 2001, **40**(13):2126~2131
- Zhang Caini, Wang Xiangzhao. High-accuracy angular displacement measurement using sinusoidal phase-modulating Fabry-Perot interferometer [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(8):1141~1145  
张彩妮,王向朝. 法布里-珀罗板正弦相位调制型高精度角位移测量[J]. *光学学报*, 2004, **24**(8):1141~1145
- Osami Sasaki, Hirokazu Okazaki. Sinusoidal phase modulating interferometry for surface profile measurement [J]. *Appl. Opt.*, 1986, **25**(18):3137~3140
- Wang Maohai, Liu Huijin, Peng Hui *et al.*. Analysis on errors of discrete Fourier transform (DFT) in case of signal frequency drifting from designed value [J]. *Electrical Measurement & Instrumentation*, 2001, **38**(421):13~16  
王茂海,刘会金,彭辉等. 采样信号频率偏离设计值情况下离散傅里叶变换的误差分析[J]. *电测与仪表*, 2001, **38**(421):13~16
- Youheng Xu, Baoping Ju. Synchronized phasor measuring method using recursive DFT with a window function [C]. *Transmission and Distribution Conference and Exhibition: Asia and Pacific*, 2005, IEEE/PES. 1~6
- Jinming Liu, Huaiqiao Ying. The dominant frequency position's influence on FFT spectrum leakage [C]. *Processings of ICSP*, 1996. 241~245
- Osami Sasaki, Kazuhide Takahashi. Sinusoidal phase modulating interferometer using optical fibers for displacement measurement [J]. *Appl. Opt.*, 1988, **27**(19):4139~4142
- Hu Guangshu. *Digital Signal Processing—Theory, Algorithm and Realization* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1997. 88~93  
胡广书. *数字信号处理——理论、算法与实现*[M]. 北京:清华大学出版社, 1997. 88~93
- F. J. Harris. On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform [J]. *Proc. IEEE*, 1989, **66**(6):51~93