

文章编号: 0258-7025(2007)07-0945-07

光子晶体光纤的温度特性数值模拟

卫 延, 常德远, 郑 凯, 简水生

(北京交通大学光波技术研究所, 北京 100044)

摘要 提出了基于二阶透明边界条件(2nd TBC)的二维矢量伽辽金有限元法(FEM),并用其对任意横截面形状和折射率分布的光纤进行了模式分析。二阶透明边界条件与一阶透明边界条件(1st TBC)相比,提高了光纤模式限制损耗(CL)的精度,与多极法(MM)计算结果的相对误差在 10%以内。对单模光子晶体光纤(PCF)温度特性进行了数值模拟,得出光子晶体光纤有效折射率 n_{eff} ,有效半径 R_{eff} 和限制损耗随温度变化的近似公式,研究表明当折射率温度系数 ξ 在所研究的波长和温度范围内变化不剧烈时 n_{eff} 随温度升高线性增加,增加量与波长 λ ,光子晶体光纤空气孔直径 d 和孔距 Λ 无关;温度变化对光子晶体光纤色散特性无影响; R_{eff} 随温度升高线性减小,减小量与 ξ ,温度增量 ΔT , Λ^2 , λ^2 成正比,与 d 成反比;限制损耗随温度升高线性减小,减少量与 ξ , ΔT , 限制损耗成正比,在大 d/Λ , 长波长处限制损耗随温度变化较快。

关键词 光纤光学;光子晶体光纤;有限元法;二阶透明边界条件

中图分类号 TN 256 **文献标识码** A

Numerical Simulation of Temperature Properties of Photonic Crystal Fibers

WEI Yan, CHANG De-yuan, ZHENG Kai, JIAN Shui-sheng

(Institute of Lightwave Technology, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract The two-dimensional (2D) Galerkin vectorial finite-element method (FEM) with 2nd transparent boundary conditions (2nd TBC) is reported and the modes of fibers with arbitrary cross-section shape and arbitrary refractive indices distribution are analyzed. By 2nd TBC the confinement loss (CL) of modes of photonic crystal fibers (PCF) is solved more accurately than by 1st TBC. The relative error between results of FEM with 2nd TBC and multipole method (MM) is no more than 10%. After the temperature properties of a single mode PCF is numerically simulated, the approximate formulas for the change of effective refractive index n_{eff} , effective radius R_{eff} and CL of PCF with temperature are constructed. When the temperature coefficient of refractive index ξ varies slowly within the range of wavelength and temperature, as temperature increases, n_{eff} increases linearly and the increment has nothing to do with wavelength λ , diameter of air hole d and distance between two nearest holes Λ ; R_{eff} decreases linearly and the decrement is in proportion to ξ , temperature increment ΔT , Λ^2 and λ^2 , and inverse proportion to d ; CL decreases linearly and the decrement is in proportion to ξ , ΔT , and CL, CL varies more rapidly with larger d/Λ at a longer wavelength. The dispersive properties of PCF are not affected by temperature change.

Key words fiber optics; photonic crystal fibers; finite-element method; 2nd transparent boundary conditions

1 引言

光子晶体光纤(PCF)通过横截面上空气孔的灵活设置可以实现许多独特的光传输性质。如无截止单模传输、奇异的色散特性、高双折射、高非线性、

大数值孔径和大模场面积等。光子晶体光纤的这些性质为长途通信、光纤激光器、光纤光栅、光开关、滤波器、波长转换器、孤子发生器、光纤偏振器的设计带来新的观念。但是在实际应用中,当光子晶体光纤所在的环境温度发生变化或者受到外力作用时,

收稿日期:2006-09-19;收到修改稿日期:2007-02-07

基金项目:国家 863 计划(2004AA31G200)资助项目。

作者简介:卫 延(1981—),男,河南人,博士研究生,主要从事光纤通信技术的研究。E-mail:weiyantonglin86@sina.com

导师简介:简水生(1929—),男,江西人,中国科学院院士,博士生导师,目前研究方向为全光网通信和特种光纤。

E-mail:ssjian@center.njtu.edu.cn

构成光子晶体光纤的材料折射率和光纤横截面形状会发生变化,进而影响光子晶体光纤的模式特性。有限元法(FEM)^[1~8]可用来分析任意横截面形状和折射率分布的光纤的模式特性,但其解决光子晶体光纤模式特性的难点在于计算具有合适边界条件(BC)的区域边界。为了能够计算光子晶体光纤各模式传输常数的虚部以得到该模式的限制损耗(CL),需要添加吸收边界条件(ABC)。近来使用最多的是—阶透明边界条件(1st TBC)^[6]和完全匹配层(PML)^[2,4]。完全匹配层来源于时域有限差分法(FDTD)^[9],被证明是非常有效的吸收边界,反射可以减小到—80 dB。由于有限元法和时域有限差分法模型的网格划分不同,完全匹配层不能简单地应用于有限元模型中,需要做复杂的优化^[2]。为达到期望的吸收效果,完全匹配层需要被设置得相当厚,大大加重了计算任务。—阶透明边界条件可用来计算光子晶体光纤各模式的限制损耗,但是其结果与多极法(MM)的相对误差达到30%。为提高计算光子晶体光纤模式限制损耗的精度,本文将二阶透明边界条件(2nd TBC)用于光纤模式分析的有限元模型,利用该模型能够准确求出光纤各个模式的传输常数、模式场分布,进而得到光纤的限制损耗、有效面积、偏振特性和色散特性等,并模拟了温度变化对光子晶体光纤光传输特性的影响。

2 温度变化对光子晶体光纤折射率和结构参数的影响

对于由不同种材料组合制成的光子晶体光纤,由于材料热膨胀系数不同,温度变化时光子晶体光纤会产生非均匀的形变和热应力分布,使得光子晶体光纤变成折射率分布非均匀且各向异性的光波导。这里仅研究温度均匀变化的情况,忽略光纤横截面不同位置的温差,因为光纤横截面尺寸非常小。对于无外力作用的由单一 SiO₂ 制作且纵向均匀的光子晶体光纤,考察其变形和应力是一平面应变问题。设熔融 SiO₂ 的热膨胀系数为 α , 折射率温度系数为 ξ , 温度从 T_0 变化到 T_1 , 光子晶体光纤孔径为 d , 孔距为 Λ 。由于 SiO₂ 的弹性模量 E 很大, 光子晶体光纤孔中空气对变形的影响可忽略。根据热力学理论, SiO₂ 区和孔都会自由膨胀, 且无热应力, 各个方向产生相同的线应变 $\epsilon = \int_{T_0}^{T_1} \alpha dT$, 光子晶体光纤横截面产生等比例放大或缩小, 孔径变为 $d' = d(1 + \epsilon)$, 孔距变为 $\Lambda' = \Lambda(1 + \epsilon)$, 且 $d'/\Lambda' = d/\Lambda$ 。由于

无热应力, 光子晶体光纤中 SiO₂ 区折射率均匀分布且各向同性, 折射率增量 $\Delta n = \int_{T_0}^{T_1} \xi dT$ 。

为验证光子晶体光纤温度变化引起光子晶体光纤均匀膨胀, 用有限元法分析了一层孔三角格子光子晶体光纤温度从 0 °C 升高到 1000 °C 后截面的变形。根据光子晶体光纤横截面的几何对称性, 取截面的 1/4 进行分析, 参数 $E = 73.1 \times 10^9$ Pa, 泊松比 $\nu = 0.17$, $\alpha = 0.55 \times 10^{-6}$ K⁻¹, $d = 2.5$ μ m, $\Lambda = 6.75$ μ m。图 1(a) 所示为光子晶体光纤横截面位移等高线和位移矢量的分布, 图 1(b) 为位移随半径变化。可见横截面位移关于光子晶体光纤中心线呈轴对称分布, 随着半径线性增加, 表明温度升高引起光子晶体光纤的均匀膨胀, 光子晶体光纤横截面等比例放大。热膨胀系数 α 很小, 温度升高 1000 °C 引起的应变只有 0.55×10^{-3} , 在所研究区域内各点的位移小于 1×10^{-8} m。此变形对光子晶体光纤模式特性的影响很小, 不考虑折射率变化, 根据麦克斯韦(Maxwell)方程的比例性质, 温度为 1000 °C 时波长 1550 nm 处光子晶体光纤模式的有效折射率和模式场分布与 0 °C 时波长 1550.8 nm 处相同。因此可忽略热膨胀效应, 仅仅考虑热光效应对光子晶体光纤

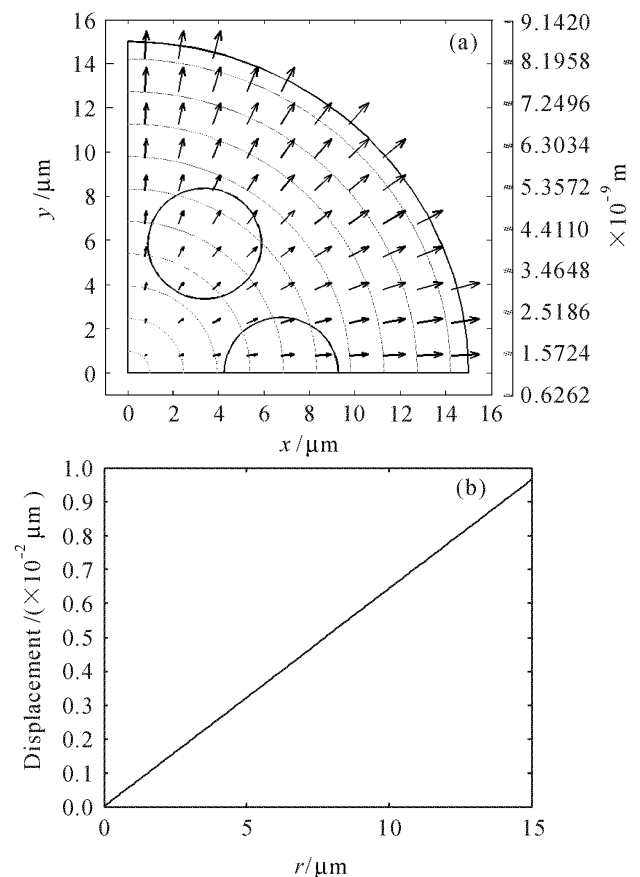


图 1 温度变化引起的光子晶体光纤横截面上的位移分布
Fig. 1 Displacement distribution in cross-section of PCF induced by temperature change

光传输特性的影响。对于其他单一材料制作的光子晶体光纤, 仍可得到此结论。

3 伽辽金有限元方法

使用伽辽金方法进行有限元建模, 对于任意横截面形状, 介电常数为对角矩阵的任意非磁性材料光波导, 只含横向磁场分量的矢量波动方程可以表示为^[6]

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{n_{zz}^2} \left(\frac{\partial \mathbf{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{H}_x}{\partial y} \right) \right] \\ - \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{n_{zz}^2} \left(\frac{\partial \mathbf{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{H}_x}{\partial y} \right) \right] \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{1}{n_{yy}^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \mathbf{H}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{H}_y}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{n_{xx}^2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \mathbf{H}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{H}_y}{\partial y} \right) \end{bmatrix} + k_0^2 n_{\text{eff}}^2 \begin{bmatrix} \frac{1}{n_{yy}^2} \mathbf{H}_x \\ \frac{1}{n_{xx}^2} \mathbf{H}_y \end{bmatrix} = k_0^2 \begin{bmatrix} \mathbf{H}_x \\ \mathbf{H}_y \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中 $k_0 = 2\pi/\lambda$ 为真空中的波数, $\mathbf{H}_x, \mathbf{H}_y$ 分别为磁场的 x, y 分量, $\begin{bmatrix} n_{xx}^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_{yy}^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_{zz}^2 \end{bmatrix} \epsilon_0$ 为介电常数矩阵, ϵ_0 为真空中的介电常数。

方程(1)中暗含了散度条件 $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, \mathbf{B} 为磁感应强度, 并且穿过非磁性材料边界的磁场连续, 所以据(1)式建立的有限元模型不出现伪解。用三角剖分程序将计算区域 Ω 离散为众多的二阶三角单元 Ω_e , 外边界单元 Γ_e 和内边界单元 Γ_{int_e} , 以 $\mathbf{w} = [w_x, w_y]^T$ 为权值函数, 用伽辽金法可以导出方程(1)变分问题的离散公式

$$\begin{aligned} & \sum_{\text{B}_e} \left[- \int_{\Gamma_e} \frac{w_y}{n_{zz}^2} \left(\frac{\partial \mathbf{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{H}_x}{\partial y} \right) dy - \int_{\Gamma_e} \frac{w_x}{n_{zz}^2} \left(\frac{\partial \mathbf{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{H}_x}{\partial y} \right) dx - \int_{\Gamma_e} \frac{w_x}{n_{yy}^2} \left(\frac{\partial \mathbf{H}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{H}_y}{\partial y} \right) dy + \int_{\Gamma_e} \frac{w_y}{n_{xx}^2} \left(\frac{\partial \mathbf{H}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{H}_y}{\partial y} \right) dx \right] + \\ & \sum_{\text{int}_e} \left[\int_{\Gamma_{\text{int}_e}} \Delta_x \left(\frac{1}{n_{yy}^2} \right) w_x \left(\frac{\partial \mathbf{H}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{H}_y}{\partial y} \right) dy - \int_{\Gamma_{\text{int}_e}} \Delta_y \left(\frac{1}{n_{xx}^2} \right) w_y \left(\frac{\partial \mathbf{H}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{H}_y}{\partial y} \right) dx \right] + \\ & \sum_{\text{tri}_e} \iint_{\Omega_e} \left\{ \frac{1}{n_{zz}^2} \left(\frac{\partial w_y}{\partial x} - \frac{\partial w_x}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial \mathbf{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{H}_x}{\partial y} \right) + \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{w_x}{n_{yy}^2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{w_y}{n_{xx}^2} \right) \right] \left(\frac{\partial \mathbf{H}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{H}_y}{\partial y} \right) + \right. \\ & \left. k_0^2 n_{\text{eff}}^2 \left(\frac{w_x \mathbf{H}_x}{n_{yy}^2} + \frac{w_y \mathbf{H}_y}{n_{xx}^2} \right) - k_0^2 (w_x \mathbf{H}_x + w_y \mathbf{H}_y) \right\} dx dy = 0, \quad (2) \end{aligned}$$

式中 $\Delta_x \left(\frac{1}{n_{yy}^2} \right) = \left(\frac{1}{n_{yy}^2} \right)_{x=x_{\text{int}+}} - \left(\frac{1}{n_{yy}^2} \right)_{x=x_{\text{int}-}}$, $\Delta_y \left(\frac{1}{n_{xx}^2} \right) = \left(\frac{1}{n_{xx}^2} \right)_{y=y_{\text{int}+}} - \left(\frac{1}{n_{xx}^2} \right)_{y=y_{\text{int}-}}$, $\text{int}+, \text{int}-$ 分别表示内部区域边界的外侧和内侧; tri_e 表示网格剖分形成的三角形单元, B_e, int_e 分别表示外边界单元和内部区域边界单元。

计算出各个单元矩阵并集合, 得到广义本征值线性方程

$$(\mathbf{M}_1 - n_{\text{eff}}^2 \mathbf{M}_2) \{\mathbf{H}\} = \{0\}, \quad (3)$$

求解该方程, 可得到各个模式的传输常数和模式场分布。这里列向量 \mathbf{H} 代表有限元网格各节点上的磁场分量 $\mathbf{H}_x, \mathbf{H}_y$ 的近似值, $\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2$ 为 $2N \times 2N$ 稀疏矩阵, N 为网格结点的数目。由内部三角单元刚度矩阵、内边界单元矩阵和外边界单元矩阵集合得到 \mathbf{M}_1 , 由内部三角单元的质量矩阵集合得到 \mathbf{M}_2 。

4 二阶吸收边界条件和外边界单元矩阵

外边界上模式场应满足二阶吸收边界条件

$$\frac{\partial \mathbf{H}_\lambda}{\partial r} \Big|_\Gamma = \left[-jk_{r,\lambda} - \frac{1}{2r} + \frac{1}{8r(1+jk_{r,\lambda}r)} + \frac{1}{2r(1+jk_{r,\lambda}r)} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right] \mathbf{H}_\lambda \Big|_\Gamma + O(r^{-9/2}), \quad \lambda = x, y \quad (4)$$

式中 $k_{r,x} \Big|_\Gamma = k_0 \sqrt{n_{xx}^2 - n_{\text{eff}}^2} \Big|_\Gamma, k_{r,y} \Big|_\Gamma = k_0 \sqrt{n_{yy}^2 - n_{\text{eff}}^2} \Big|_\Gamma, r$ 为外边界 Γ 的半径, θ 为角度坐标, $O(r^{-9/2})$ 表示高阶小量。为了能够处理(4)式中对角度的导数项, 引入代换: $\frac{\partial}{\partial \theta} = r \frac{\partial}{\partial s}, \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} = r^2 \frac{\partial^2}{\partial s^2}, s$ 表示边界单元的弧长。

(4)式中外边界单元模式场的导数项可以表示为

$$\frac{\partial \mathbf{H}_x}{\partial x} \Big|_\Gamma = -\frac{x}{r} \left[jk_{r,x} + \frac{1}{2r} - \frac{1}{8r(1+jk_{r,x}r)} \right] \mathbf{H}_x \Big|_\Gamma + \frac{x}{r} \frac{1}{2(1/r+jk_{r,x})} \frac{\partial^2 \mathbf{H}_x}{\partial s^2} \Big|_\Gamma - \frac{y}{r} \frac{\partial \mathbf{H}_x}{\partial s} \Big|_\Gamma, \quad (5a)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}_y}{\partial x} \Big|_r = -\frac{x}{r} \left[jk_{r,-1} + \frac{1}{2r} - \frac{1}{8r(1+jk_{r,-1}r)} \right] \mathbf{H}_y \Big|_r + \frac{x}{r} \frac{1}{2(1/r+jk_{r,y})} \frac{\partial^2 \mathbf{H}_y}{\partial s^2} \Big|_r - \frac{y}{r} \frac{\partial \mathbf{H}_y}{\partial s} \Big|_r, \quad (5b)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}_x}{\partial y} \Big|_r = -\frac{y}{r} \left[jk_{r,x} + \frac{1}{2r} - \frac{1}{8r(1+jk_{r,x}r)} \right] \mathbf{H}_x \Big|_r + \frac{y}{r} \frac{1}{2(1/r+jk_{r,x})} \frac{\partial^2 \mathbf{H}_x}{\partial s^2} \Big|_r + \frac{x}{r} \frac{\partial \mathbf{H}_x}{\partial s} \Big|_r, \quad (5c)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}_y}{\partial y} \Big|_r = -\frac{y}{r} \left[jk_{r,y} + \frac{1}{2r} - \frac{1}{8r(1+jk_{r,y}r)} \right] \mathbf{H}_y \Big|_r + \frac{y}{r} \frac{1}{2(1/r+jk_{r,y})} \frac{\partial^2 \mathbf{H}_y}{\partial s^2} \Big|_r + \frac{x}{r} \frac{\partial \mathbf{H}_y}{\partial s} \Big|_r, \quad (5d)$$

外边界离散为二次线单元,单元上场分布 Φ 仅是 x 或者 y 的二次函数

$$\Phi(x) = \sum_{j=1}^3 U_j^e(x) \Phi_j^e = [\mathbf{U}^e][\Phi_1^e, \Phi_2^e, \Phi_3^e]^T, \quad (6)$$

1,2代表单元首尾结点,3是单元中点, Φ_j^e 为3个结点上场的值, $[\mathbf{U}^e] = [U_1^e, U_2^e, U_3^e]$ 为形函数.公式(2)左侧的第一项可以表示为

$$\sum_{B_e} [\mathbf{KB}^e] \begin{Bmatrix} \{\mathbf{H}_y^e\} \\ \{\mathbf{H}_x^e\} \end{Bmatrix} = \sum_{B_e} \begin{bmatrix} \mathbf{KB}_y^e & 0 \\ 0 & \mathbf{KB}_x^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{H}_y^e\} \\ \{\mathbf{H}_x^e\} \end{Bmatrix}, \quad (7)$$

$[\mathbf{KB}^e]$ 为单元矩阵.记 $\gamma_{1,\lambda} = jk_{r,\lambda} + \frac{1}{2r} - \frac{1}{8r(1+jk_{r,\lambda}r)}$, $\gamma_{2,\lambda} = \frac{1}{2(1/r+jk_{r,\lambda})}$, $\lambda = x, y$,各个矩阵为

$$[\mathbf{KB}_y^e] = -\frac{1}{n_{ze}^2} [\mathbf{I}_1^e] - \frac{1}{n_{ze}^2} [\mathbf{I}_3^e] - \frac{1}{n_{ye}^2} [\mathbf{I}_6^e] + \frac{1}{n_{xe}^2} [\mathbf{I}_8^e], \quad [\mathbf{KB}_x^e] = \frac{1}{n_{ze}^2} [\mathbf{I}_2^e] + \frac{1}{n_{ze}^2} [\mathbf{I}_4^e] - \frac{1}{n_{ye}^2} [\mathbf{I}_5^e] + \frac{1}{n_{xe}^2} [\mathbf{I}_7^e],$$

$$[\mathbf{I}_1^e] = \int_{\tilde{r}_e} \frac{x}{r} [\mathbf{U}^e]^T \left(-\gamma_{1,y} [\mathbf{U}^e] + \gamma_{2,y} \frac{\partial^2}{\partial s^2} [\mathbf{U}^e] \right) dy - \int_{\tilde{r}_e} \frac{y}{r} [\mathbf{U}^e]^T \frac{\partial}{\partial s} [\mathbf{U}^e] dy,$$

$$[\mathbf{I}_2^e] = \int_{\tilde{r}_e} \frac{y}{r} [\mathbf{U}^e]^T \left(-\gamma_{1,x} [\mathbf{U}^e] + \gamma_{2,x} \frac{\partial^2}{\partial s^2} [\mathbf{U}^e] \right) dy + \int_{\tilde{r}_e} \frac{x}{r} [\mathbf{U}^e]^T \frac{\partial}{\partial s} [\mathbf{U}^e] dy,$$

$$[\mathbf{I}_3^e] = \int_{\tilde{r}_e} \frac{x}{r} [\mathbf{U}^e]^T \left(-\gamma_{1,y} [\mathbf{U}^e] + \gamma_{2,y} \frac{\partial^2}{\partial s^2} [\mathbf{U}^e] \right) dx - \int_{\tilde{r}_e} \frac{y}{r} [\mathbf{U}^e]^T \frac{\partial}{\partial s} [\mathbf{U}^e] dx,$$

$$[\mathbf{I}_4^e] = \int_{\tilde{r}_e} \frac{y}{r} [\mathbf{U}^e]^T \left(-\gamma_{1,x} [\mathbf{U}^e] + \gamma_{2,x} \frac{\partial^2}{\partial s^2} [\mathbf{U}^e] \right) dx + \int_{\tilde{r}_e} \frac{x}{r} [\mathbf{U}^e]^T \frac{\partial}{\partial s} [\mathbf{U}^e] dx,$$

$$[\mathbf{I}_5^e] = \int_{\tilde{r}_e} \frac{x}{r} [\mathbf{U}^e]^T \left(-\gamma_{1,x} [\mathbf{U}^e] + \gamma_{2,x} \frac{\partial^2}{\partial s^2} [\mathbf{U}^e] \right) dy - \int_{\tilde{r}_e} \frac{y}{r} [\mathbf{U}^e]^T \frac{\partial}{\partial s} [\mathbf{U}^e] dy,$$

$$[\mathbf{I}_6^e] = \int_{\tilde{r}_e} \frac{y}{r} [\mathbf{U}^e]^T \left(-\gamma_{1,y} [\mathbf{U}^e] + \gamma_{2,y} \frac{\partial^2}{\partial s^2} [\mathbf{U}^e] \right) dy + \int_{\tilde{r}_e} \frac{x}{r} [\mathbf{U}^e]^T \frac{\partial}{\partial s} [\mathbf{U}^e] dy,$$

$$[\mathbf{I}_7^e] = \int_{\tilde{r}_e} \frac{x}{r} [\mathbf{U}^e]^T \left(-\gamma_{1,x} [\mathbf{U}^e] + \gamma_{2,x} \frac{\partial^2}{\partial s^2} [\mathbf{U}^e] \right) dx - \int_{\tilde{r}_e} \frac{y}{r} [\mathbf{U}^e]^T \frac{\partial}{\partial s} [\mathbf{U}^e] dx,$$

$$[\mathbf{I}_8^e] = \int_{\tilde{r}_e} \frac{y}{r} [\mathbf{U}^e]^T \left(-\gamma_{1,y} [\mathbf{U}^e] + \gamma_{2,y} \frac{\partial^2}{\partial s^2} [\mathbf{U}^e] \right) dx + \int_{\tilde{r}_e} \frac{x}{r} [\mathbf{U}^e]^T \frac{\partial}{\partial s} [\mathbf{U}^e] dx.$$

5 数值模拟

图2(a)中所示的一层孔三角格子光子晶体光纤^[6]常被应用于验证数值算法的精度,参数 $\Lambda = 6.75 \mu\text{m}$, $d = 2.5 \mu\text{m}$,计算区域半径 $R_b = 10 \mu\text{m}$,背景折射率 $n_{\text{SiO}_2} = 1.45$, $n_{\text{air}} = 1$,波长 $\lambda = 1.45 \mu\text{m}$.对称的波导结构导致了模式场分布的对称性,所以取图2(b)所示的1/4(扇形区AOB)进行计算可得准确结果.只需要在OA,OB上设置理想电导体(PEC)或理想磁导体(PMC)边界条件,这样不仅能大大减小计算量,还能根据OA,OB上边

界条件的不同区分出简并模式.为了能计算有效折射率 n_{eff} 的虚部,在圆弧AB上添加二阶透明边界条件.计算得基模电场等高线和矢量图如图2(c)所示.

表1所示为有限元法二阶透明边界条件与多极法和有限元法一阶透明边界条件计算得到的光子晶体光纤前6个低阶模式的有效折射率.假设多极法计算结果为准解,有限元法一阶透明边界条件计算基模 n_{eff} 虚部的相对误差达到30%,而有限元法二阶透明边界条件计算前6个模式 n_{eff} 虚部的相对误差都在10%以内,所以二阶透明边界条件比一阶

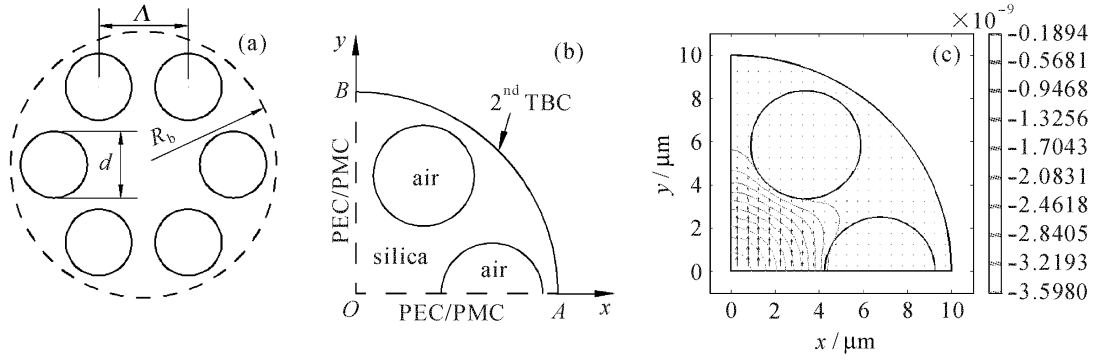


图 2 光子晶体光纤横截面参数、边界条件和基模电场分布

Fig. 2 Cross-section parameter, boundary condition and fundamental mode electric field distribution of PCF

表 1 三种方法计算的光子晶体光纤模式的有效折射率

Table 1 n_{eff} of PCF solved by three methods

Mode	FEM 2 nd TBC		MM		FEM 1 st TBC	
	Real part	Imaginary part	Real part	Imaginary part	Real part	Imaginary part
HE ₁₁ a	1.445394	3.41×10^{-8}	1.445395	3.15×10^{-8}	1.445394	4.11×10^{-8}
HE ₁₁ b	1.445394	3.42×10^{-8}			1.445393	4.12×10^{-8}
TE ₀₁	1.438581	5.47×10^{-7}	1.438586	4.99×10^{-7}	1.438576	3.97×10^{-7}
HE ₂₁ a	1.438443	1.01×10^{-6}	1.438446	9.93×10^{-7}	1.438442	7.13×10^{-7}
HE ₂₁ b	1.438443	1.02×10^{-6}			1.438438	7.11×10^{-7}
TM ₀₁	1.438363	1.46×10^{-6}	1.438367	1.37×10^{-6}	1.438362	1.03×10^{-6}

透明边界条件大大提高了计算 n_{eff} 虚部的精度。用有限元法二阶透明边界条件计算出光子晶体光纤模式的有效折射率 n_{eff} 和模式场分布 $\{\mathbf{H}_x, \mathbf{H}_y\}^T$, 色散 D , 限制损耗(用 CL 表示) 和有效面积 A_{eff} 分别为

$$D = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 [\text{Re}(n_{\text{eff}})]}{d\lambda^2}, \quad (8)$$

$$\text{CL} = 8.686k_0 \text{Im}(n_{\text{eff}}), \quad (9)$$

$$A_{\text{eff}} = \frac{[\iint_S |\mathbf{H}(x, y)|^2 dx dy]^2}{\iint_S |\mathbf{H}(x, y)|^4 dx dy}, \quad (10)$$

式中 $\text{Re}(n_{\text{eff}})$ 表示取 n_{eff} 实部, $\text{Im}(n_{\text{eff}})$ 表示取 n_{eff} 虚部, c 表示光速, S 表示光纤的横截面。

选取单模三角格子光子晶体光纤研究其温度特性。假设背景材料热光效应在所研究的波长范围和温度范围内保持一致, 即折射率温度系数为常数, $\xi = 1.1 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ 。光子晶体光纤参数: $\Delta = 2.3 \text{ } \mu\text{m}$, $d/\Delta = 0.4$, 3 层孔, 背景材料为纯 SiO_2 玻璃, 折射率从 Sellmeier 公式得到。波长 $\lambda = 1.55 \text{ } \mu\text{m}$ 处 $0 \text{ } ^\circ\text{C}$ 时光纤基模有效折射率 $n_{\text{eff}} = 1.422983 - j1.868 \times 10^{-6}$, 有效面积 $A_{\text{eff}} = 37.356 \text{ } \mu\text{m}^2$ 。当外界温度升高到 $400 \text{ } ^\circ\text{C}$, $800 \text{ } ^\circ\text{C}$ 和 $1200 \text{ } ^\circ\text{C}$ 时, 光子晶体光纤的基模有效折射率和有效面积依次为: $n_{\text{eff}} = 1.427392 - j1.770 \times 10^{-6}$, $A_{\text{eff}} = 37.2852 \text{ } \mu\text{m}^2$; $n_{\text{eff}} = 1.431801 - j1.678 \times 10^{-6}$, $A_{\text{eff}} =$

$37.215 \text{ } \mu\text{m}^2$; $n_{\text{eff}} = 1.436211 - j1.592 \times 10^{-6}$, $A_{\text{eff}} = 37.145 \text{ } \mu\text{m}^2$ 。图 3(a)~(d) 分别表示温度为 $0 \text{ } ^\circ\text{C}$, $400 \text{ } ^\circ\text{C}$, $800 \text{ } ^\circ\text{C}$ 和 $1200 \text{ } ^\circ\text{C}$ 情形下基模模式电场的等高线和矢量图, 可见模式电场分布的变化不明显。折射率温度系数 ξ 很小, 温度每升高 $100 \text{ } ^\circ\text{C}$, SiO_2 折射率仅增加 0.0011 , 而对于光子晶体光纤来说, 背景折射率对光纤模式特性的影响本来就与 d 和 Δ 无法相比, 所以温度变化引起光子晶体光纤模式场分布的改变很小。

图 4(a) 为光子晶体光纤基模 n_{eff} 随温度的变化关系。初始温度 $0 \text{ } ^\circ\text{C}$, 随温度升高, 在 d/Δ 取 0.4 , 0.3 和 0.2 时 n_{eff} 均匀增加且三条线相互平行, 即 dn_{eff}/dT 为常数, 表明温度变化引起 n_{eff} 线性变化且与 d, Δ 无关, 仅与光子晶体光纤材料性质有关。数值结果表明

$$\Delta n_{\text{eff}}/\Delta T = \xi, \quad (11)$$

此关系可以由微扰法得到。设光子晶体光纤横截面模式电场分布函数为 $\Phi(x, y)$, 由于温度变化对光子晶体光纤模式场影响微小, 可认为不变, 所以

$$\Delta n_{\text{eff}} = \frac{\iint_{S_{\text{silica}}} \xi \Delta T \Phi^2 dx dy}{\left(\iint_{S_{\text{silica}}} \Phi^2 dx dy + \iint_{S_{\text{air}}} \Phi^2 dx dy \right)} \approx \xi \Delta T, \quad (12)$$

S_{air} 和 S_{silica} 为光子晶体光纤横截面的空气孔和 SiO_2

区,此处 Δn_{eff} 仅针对有效折射率的实部,对于全内反射型光子晶体光纤(TIR PCF)模场主要分布在中心 SiO_2 区,对空气孔的场积分可以忽略,因此(12)式的近似公式成立。根据公式(8)和(11)可知温度

变化对光子晶体光纤的色散无影响,因为有效折射率增量 Δn_{eff} 与波长无关,这可以从图 4(b)验证, 0°C 和 1200°C 时光子晶体光纤的色散曲线重合。

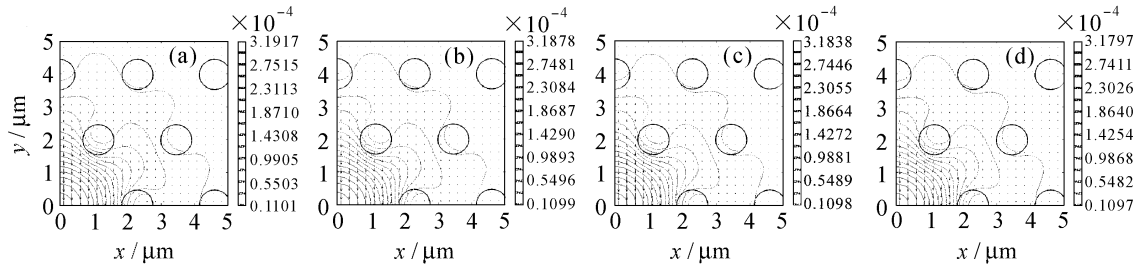


图 3 光子晶体光纤基模模式电场等高线图和矢量图在温度 0°C (a), 400°C (b), 800°C (c)和 1200°C (d)的情形
Fig. 3 Contour and vector diagram electric field distribution of fundamental mode at temperature 0°C (a), 400°C (b), 800°C (c) and 1200°C (d)

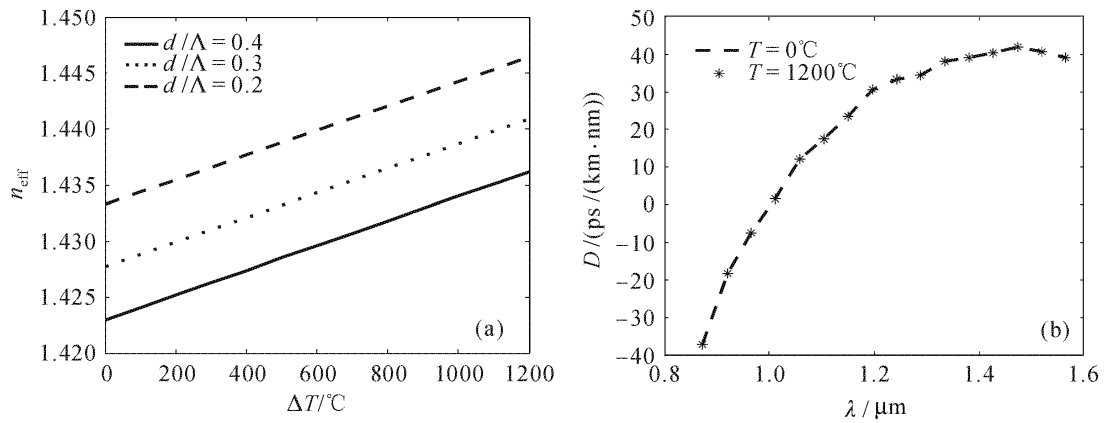


图 4 (a) n_{eff} 随温度的变化($\Lambda = 2.3 \mu\text{m}$, d/Λ 不同);
(b) 温度不同时光子晶体光纤的色散曲线($\Lambda = 2.3 \mu\text{m}$, $d/\Lambda = 0.4$)
Fig. 4 (a) n_{eff} varies with temperature with $\Lambda = 2.3 \mu\text{m}$, $d/\Lambda = 0.2, 0.3$ and 0.4 ;
(b) dispersive curve of PCF at temperature of 0°C and 1200°C with $\Lambda = 2.3 \mu\text{m}$, and $d/\Lambda = 0.4$

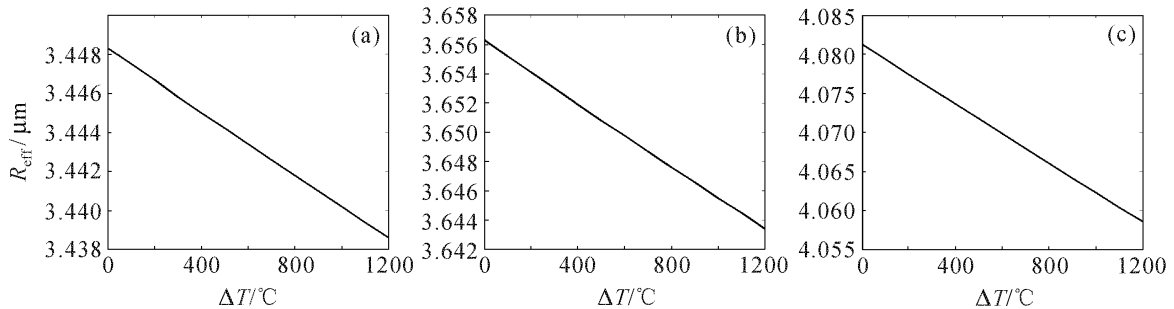


图 5 R_{eff} 随温度的变化, $\Lambda = 2.3 \mu\text{m}$, $d/\Lambda = 0.4$ (a), 0.3 (b), 0.2 (c), $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$
Fig. 5 R_{eff} varies with temperature with $\Lambda = 2.3 \mu\text{m}$, $d/\Lambda = 0.4$ (a), 0.3 (b) and 0.2 (c), and $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$

根据公式(10)可得光子晶体光纤各模式场的有效面积 A_{eff} 。为方便讨论,定义模式场的有效半径 R_{eff} ,满足 $A_{\text{eff}} = \pi R_{\text{eff}}^2$ 。初始温度 0°C ,在 $d/\Lambda = 0.4, 0.3$ 和 0.2 时, $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ 处基模 R_{eff} 随温度升高而降低,如图 5 所示。根据数值结果得出近似公式

$$\frac{\Delta R_{\text{eff}}}{\Delta T} = -C_R \xi \frac{\Lambda^2}{d} \left(\frac{\lambda}{\lambda_R} \right)^2, \quad (13)$$

式中 C_R, λ_R 为常数; $\lambda_R = 1 \mu\text{m}$,当 $d/\Lambda > 0.2$ 时, $C_R = 5.80 \times 10^{-2}$, C_R 值适当增大。温度变化引起光子晶体光纤基模 R_{eff} 减少量与 $\xi, \Delta T, \Lambda^2, \lambda^2$ 成正比,与 d 成反比。

从公式(9)可得光子晶体光纤模式的限制损耗 C_L 。初始温度 0°C ,在 $d/\Lambda = 0.4, 0.3$ 和 0.2 时, $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ 处基模限制损耗随温度升高而降低,如图 6

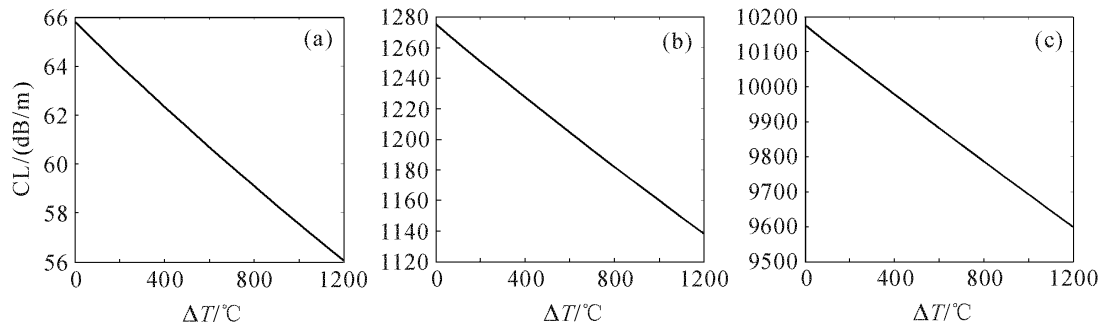


图 6 限制损耗随温度的变化, $\Lambda = 2.3 \mu\text{m}$, $d/\Lambda = 0.4$ (a), 0.3 (b), 0.2 (c), $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$

Fig. 6 CL varies with temperature with $\Lambda = 2.3 \mu\text{m}$, $d/\Lambda = 0.4$ (a), 0.3 (b) and 0.2 (c), and $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$

所示。根据计算结果拟合出近似公式

$$\frac{\Delta C_L}{C_L \Delta T} = -C_L \xi \left(\frac{d}{\Lambda}\right)^{1.5} \left(\frac{\lambda}{\lambda_L}\right)^{0.9}, \quad (14)$$

式中 C_L, λ_L 为常数: $C_L = 49.5, \lambda_L = 1 \mu\text{m}$ 。温度升高引起光子晶体光纤基模限制损耗减少量与 $\xi, \Delta T, C_L$ 成正比, 在大 d/Λ , 长波长处限制损耗随温度变化较快。

因此, 温度升高引起光子晶体光纤模式场变化微小, 但是有效半径 R_{eff} 减小表明模式场向中心收缩, 所以 n_{eff} 实部增加, 限制损耗 C_L 减小。从公式 (11), (13), (14) 可知 $n_{\text{eff}}, R_{\text{eff}}$ 和 C_L 受温度的影响都是线性的; 温度升高引起 n_{eff} 增量与 ξ 和 ΔT 有关, 与 λ, d, Λ 无关, 温度变化对光子晶体光纤色散性质无影响; R_{eff} 减少量与 $\xi, \Delta T, \Lambda^2, \lambda^2$ 成正比, 与 d 成反比; 限制损耗减少量与 $\xi, \Delta T, C_L$ 成正比, 在大 d/Λ , 长波长处限制损耗随温度变化较快。温度变化引起 $n_{\text{eff}}, R_{\text{eff}}$ 和 C_L 数值上改变很小, 光子晶体光纤表现出较好的温度稳定性。

6 结 论

建立了基于二阶透明边界条件的全矢量伽辽金平面有限元模型, 分析了任意横界面形状和折射率分布的光纤的传输特性, 提供了计算任意横截面折射率分布光子晶体光纤模式限制损耗简便准确的方法。二阶透明边界条件克服了多极法受制于圆形孔的束缚缺点, 相比于完全匹配层减少了计算量, 相比于一阶透明边界条件提高了精度。利用数值模拟分析了温度对光子晶体光纤传输特性的影响, 得到了单模光子晶体光纤有效折射率 n_{eff} , 有效半径 R_{eff} 和限制损耗 C_L 随温度变化的近似公式, 结果表明 $n_{\text{eff}}, R_{\text{eff}}$ 和 C_L 受温度的影响都是线性的, 且温度变化对光子晶体光纤色散特性无影响。此结果是在假设光

子晶体光纤背景材料热光效应在所研究的波长范围和温度范围内保持一致情形下得出的, 对于折射率温度系数 ξ 随波长和温度变化较小的情况也适用, 当 ξ 随波长或温度变化剧烈时不再适用, 此时得不到普遍性的结果, 但仍然可采用有限元法二阶透明边界条件法进行计算。

参 考 文 献

- 1 Maxim V. Eliseev, Andrey G. Rozhnev, Alexander B. Manenkov. Guided and leaky modes of complex waveguide structures [J]. *J. Lightwave Technol.*, 2005, **23**(8): 2586~2594
- 2 S. S. A. Obayya, B. M. A. Rahman, H. A. El-Mikati. New full-vectorial numerically efficient propagation algorithm based on the finite element method [J]. *J. Lightwave Technol.*, 2000, **18**(3): 409~415
- 3 A. Cucinotta, S. Selleri, L. Vincetti *et al.*. Holey fiber analysis through the finite-element method [J]. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 2002, **14**(11): 1530~1532
- 4 L. Vincetti. Confinement losses in honeycomb fibers [J]. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 2004, **16**(9): 2048~2050
- 5 Kunimasa Saitoh, Masanori Koshiba. Confinement losses in air-guiding photonic bandgap fibers [J]. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 2003, **15**(2): 236~238
- 6 H. P. Uranus, H. J. W. M. Hoekstra. Modelling of microstructured waveguides using a finite-element-based vectorial mode solver with transparent boundary conditions [J]. *Opt. Express*, 2004, **12**(2): 2795~2809
- 7 Wang Jian, Yu Chongxiu. Effect of hetero-diameters of cladding air holes on nonlinearity coefficient of microstructured optical fibers [J]. *Chinese J. Lasers*, 2006, **33**(6): 775~778
王 健, 余重秀. 包层空气孔孔径的不均匀性对微结构光纤非线性系数影响[J]. *中国激光*, 2006, **33**(6): 775~778
- 8 Hu Minglie, Wang Qingyue, Li Yanfeng. Analysis of the microstructure fiber by the finite element method [J]. *Chinese J. Lasers*, 2004, **31**(11): 1337~1342
胡明列, 王清月, 栗岩峰. 微结构光纤的有限元分析计算法[J]. *中国激光*, 2004, **31**(11): 1337~1342
- 9 Chi Hao. Analysis of propagation characteristics of birefringent photonic crystal fibers [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(11): 1552~1556
池 灏. 双折射光子晶体光纤传输特性分析[J]. *光学学报*, 2004, **24**(11): 1552~1556