

文章编号: 0258-7025(2007)06-0829-04

# 反射率对人射角扫描测定单轴晶体的折射率

邢进华<sup>1,2</sup>, 侯海虹<sup>3</sup>, 钱 斌<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 常熟理工学院江苏省新型功能材料重点实验室, 江苏 常熟 215500

<sup>2</sup> 南京大学固体微结构物理国家重点实验室, 江苏 南京 210093; <sup>3</sup> 中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800

**摘要** 通过分析波矢沿任意方向的单轴晶体的折射率, 在光轴位于入射面内时, 给出了入射光分别为 s 光和 p 光的反射率拟合函数。利用改进的反射率扫描仪, 测量了 CaCO<sub>3</sub> 晶体的 s 光和 p 光反射率随入射角变化情况, 由理论拟合获得单轴晶体的两个主折射率, 分别为  $n_o = 1.6559$  和  $n_e = 1.4851$ 。这种方法不需要对样品进行加工, 其精度达到 0.0001。另外, 对于晶体光轴未知的情况, 采用改进的布儒斯特技术分别测出三个晶体表面的布儒斯特角, 由此可以确定光轴的方向。

**关键词** 材料; 单轴晶体; 折射率; 反射率; 拟合; 光轴

中图分类号 O 435.1 文献标识码 A

## Refractive Indices Measurements of Uniaxial Crystal by Reflectivity Scan to Incident Angle

XING Jin-hua<sup>1,2</sup>, HOU Hai-hong<sup>3</sup>, QIAN Bin<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Jiangsu Provincial Key Laboratory of Advanced Functional Materials, Changshu Institute of Technology, Changshu, Jiangsu 215500, China

<sup>2</sup> State Key Laboratory of Solid State Microstructures, Nanjing University, Nanjing, Jiangsu 210093, China

<sup>3</sup> Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China

**Abstract** The refractive indices along arbitrary wave vector direction were analyzed in uniaxial crystal with buried optical axis. When the optical axis is in the plane of incidence, the reflectivity fitting functions of s- and p-polarized light are presented. Then, the changes of reflectivity with incident angle have been measured with a modified reflectivity scanner, in s- and p-polarized light for CaCO<sub>3</sub> crystal respectively. Using a fitting of experimental data based on reflectivity fitting functions the two principal refractive indices were obtained,  $n_o = 1.6559$ , and  $n_e = 1.4851$ . This technique does not need sample machining, and the accuracy reaches 0.0001. Otherwise, in the case of unknown optical axis, the optical axis direction was determined with the Brewster angles of the three crystal surfaces measured by using the improved Brewster angle technique.

**Key words** materials; uniaxial crystal; refractive indices; reflectivity; fitting; optical axis

## 1 引言

测量晶体折射率的方法可以分成透射型和反射型两类。透射型有最小偏向角法<sup>[1,2]</sup>, V 型棱镜法<sup>[3,4]</sup>和激光干涉法<sup>[5~9]</sup>; 反射型主要有布儒斯特角法<sup>[10~12]</sup>。但这些方法对样品和光轴方向都有一定的要求<sup>[13,14]</sup>。最小偏向角法虽然测量精度高, 但对晶体样品的要求也高, 需将样品加工成三棱镜, 顶角

的塔差要足够小; V 型棱镜法所需样品较大, 而且所用测量棱镜的折射率必须大于待测样品的折射率; 激光干涉法要求样品为较厚的平行平板, 这种方法的测量精度与样品厚度有关, 样品越厚, 精度越高。布儒斯特角法虽然简单, 但测量精度不高, 其原因是通过测量强度捕捉一个入射角——布儒斯特角。上面这些方法的测量精度与加工样品密切相关, 高要求地加工样品对某些材料来说代价昂贵。

收稿日期: 2006-12-12; 收到修改稿日期: 2007-01-19

基金项目: 国家自然科学基金(10474031, 10523001)和江苏省新型功能材料重点实验室开放课题(KY200620)资助项目。

作者简介: 邢进华(1958—), 男, 江苏人, 副教授, 主要从事光学材料物理性质的研究。E-mail: xingjh@cslg.edu.cn

反射率拟合方法只应用在测量各向同性介质和薄膜的折射率<sup>[15]</sup>,无加工要求.但还没发现应用于晶体上,其原因是晶体的双折射现象,尤其是非常光的折射率是随传播方向变化的,没有现成的反射率拟合函数.本文通过分析波矢沿任意方向的单轴晶体的折射率,在光轴位于入射面内时,给出了入射光分别为 s 光和 p 光的反射率拟合函数.测量了 CaCO<sub>3</sub> 晶体的 s 光和 p 光反射率随入射角的变化情况,通过理论拟合获得单轴晶体的两个主折射率.并对于晶体光轴未知的情况,采用改进的布儒斯特技术确定了光轴的方向.

## 2 原 理

由麦克斯韦(Maxwell)方程组可得到晶体光学的一个基本方程<sup>[12]</sup>

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 n^2 [\mathbf{E} - \mathbf{k}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{E})], \quad (1)$$

式中  $\mathbf{k}$  为光波法线方向的单位矢量,在主轴坐标系  $(x_1, x_2, x_3)$  中的物质方程为

$$D_i = \epsilon_0 \epsilon_i E_i, \quad i = 1, 2, 3, \quad (2)$$

由于  $\mathbf{D} \cdot \mathbf{k} = 0$ , 所以有

$$D_1 k_1 + D_2 k_2 + D_3 k_3 = 0, \quad (3)$$

由(1)~(3)式,得到

$$\frac{k_1^2}{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{\epsilon_1}} + \frac{k_2^2}{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{\epsilon_2}} + \frac{k_3^2}{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{\epsilon_3}} = 0, \quad (4)$$

(4) 式描述了在晶体中传播的光波法线方向  $\mathbf{k}$  与相应的折射率  $n$  和晶体光学参量(主介电张量)之间的关系.

对于单轴晶体,主介电系数为

$$\epsilon_1 = \epsilon_2 = n_o^2, \quad \epsilon_3 = n_e^2 \neq n_o^2, \quad (5)$$

$x_3$  为单轴晶体的光轴,  $\mathbf{k}$  与光轴的夹角为  $\theta$ , 并总可以选取  $x_1$  使  $\mathbf{k}$  在  $x_2 o x_3$  平面内, 这样

$$k_1 = 0, \quad k_2 = \sin\theta, \quad k_3 = \cos\theta, \quad (6)$$

其中  $\theta$  为波矢与光轴之间的夹角.对于给定的光波法线方向  $\mathbf{k}$  存在两种特许线偏振光(o 光和 e 光), 其相应的两个折射率  $n'$  和  $n''$  由(5), (6) 式的关系代入(4) 式解得

$$n' = n_o, \quad (7)$$

$$\frac{1}{n''^2} = \frac{\sin^2\theta}{n_e^2} + \frac{\cos^2\theta}{n_o^2}. \quad (8)$$

对于单轴晶体完整的光学特征,只要确定了光轴方向和两个主折射率  $n_o, n_e$ , 任何方向的折射率就可由(7) 和(8) 式求得.一般,光轴  $x_3$  不在样品表面上,与表面法线的夹角为  $\xi$ .总可以转动晶体使光轴

在入射面内,如图 1 所示,选取另一坐标系为  $(x'_1, x'_2, x'_3)$ , 其中  $x'_1, x'_2$  轴在样品表面上,  $\theta = \varphi - \xi$ ,  $\varphi$  为波矢与晶体表面法线  $x'_3$  轴之间的夹角.(8) 式可以写成

$$\frac{1}{n''^2} = \frac{\sin^2(\varphi - \xi)}{n_e^2} + \frac{\cos^2(\varphi - \xi)}{n_o^2}. \quad (9)$$

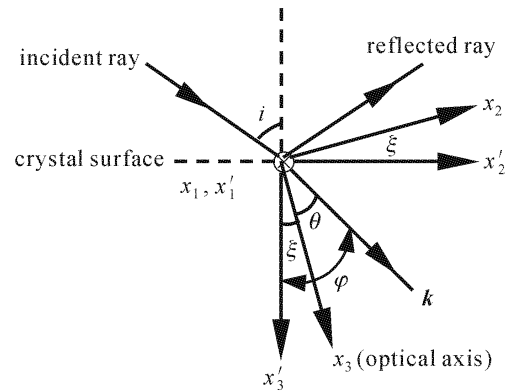


图 1 两个坐标系的相互关系

Fig. 1 Relation of the two coordinate systems

### 2.1 s 光反射率的拟合函数

一束线偏振光自空气中以入射角  $i$  入射至晶体表面上,当电场矢量垂直于入射面时,折射光为寻常光.由菲涅耳方程可知反射率为

$$R_{\perp} = \frac{\sin^2(i - \varphi)}{\sin^2(i + \varphi)}, \quad (10)$$

又有折射定律

$$\sin i = n_o \sin \varphi, \quad (11)$$

这样,通过测量反射率随入射角变化关系,由根据(10)和(11)式的拟合程序可以确定 o 光的折射率  $n_o$ .

### 2.2 p 光反射率的拟合函数

当电场矢量平行于入射面时,折射光为 e 光.相应方程为

$$R_{\parallel} = \frac{\tan^2(i - \varphi)}{\tan^2(i + \varphi)}, \quad (12)$$

$$\sin i = n'' \sin \varphi, \quad (13)$$

但是,式中 e 光的折射率  $n''$  是随  $\mathbf{k}$  与光轴夹角变化的,其变化关系由(9) 式确定.因此,由(9) 和(13) 式得到入射角  $i$  与折射角  $\varphi$  的关系为

$$\frac{\sin^2\varphi}{\sin^2 i} = \frac{\sin^2(\varphi - \xi)}{n_e^2} + \frac{\cos^2(\varphi - \xi)}{n_o^2}, \quad (14)$$

其中,  $n_o$  由 s 光反射率拟合确定.这样,通过测量 p 光反射率随入射角的变化关系,由根据(12) 和(14) 式的拟合程序可以确定 e 光的主折射率  $n_e$ .

### 2.3 光轴方向的测定

若晶体光轴方向未知,可采用改进的布儒斯特

角技术确定晶体的光轴方向<sup>[12]</sup>。当光轴不在入射面内时,入射的 p 光就会出现双折射,就不存在使反射光强度为零的布儒斯特角;当同时转动晶体(绕表面法线)和入射光,使反射强度为零时,光轴就在入射面内,折射光为 e 光。入射角为相应的布儒斯特角  $i_B$ ,满足

$$n'' = \tan i_B, \quad (15)$$

这时,折射角  $\varphi = \xi + \theta = 90^\circ - i_B$ ,代入(9)式并结合(15)式可得

$$\frac{1}{\tan^2 i_B} = \frac{\cos^2(i_B + \xi)}{n_e^2} + \frac{\sin^2(i_B + \xi)}{n_o^2}, \quad (16)$$

对样品的三个独立表面都有类似于(16)式,则可得到三个独立方程。因此,对于给定形状的晶体,由实验测得三个表面上的布儒斯特角,就可确定晶体的光轴方向及两个主折射率。

### 3 实验与分析

反射率测量装置如图 2 所示,用 Rigaku Dmax-rB 型转靶 X 射线衍射仪改装而成。P 为偏光器,D 为光阑,SL 为球面透镜,S 为样品。光源采用中心波长为 623.8 nm 的 He-Ne 激光,通过偏振器入射到样品表面上。 $\text{CaCO}_3$  晶体样品安放在转动系统  $R_1$  的平台上,入射的 s 光或 p 光由样品表面反射进入光电探测器。该探测器安放在第二个转动系统  $R_2$  的平台上,两个转动平台以  $\theta/2\theta$  同步扫描,步长  $2\theta$  为  $0.02^\circ$ ,扫描范围为  $30^\circ \sim 85^\circ$ 。晶体可绕样品表面法线转动。用计算机处理数据和控制转动系统。为了有效地消除杂散光,在探测器前插入一个与探测器同步转动的小孔长管。

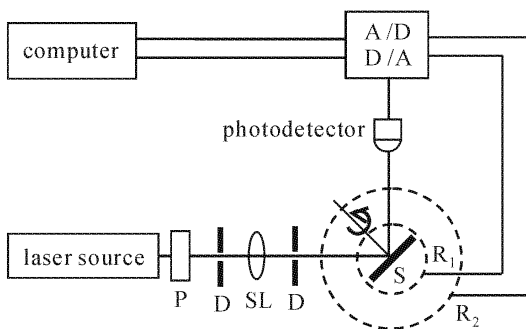


图 2 反射率和布儒斯特角的测量装置

Fig. 2 Experimental setup to measure the reflectivity and Brewster angle

样品是相邻三个独立表面互相垂直的  $\text{CaCO}_3$  晶体,三个表面的布儒斯特角的测量结果分别为  $58.03^\circ$ ,  $58.67^\circ$  和  $58.40^\circ$ ,光轴与三个表面的夹角分

别为  $63.93^\circ$ ,  $46.52^\circ$  和  $54.73^\circ$ 。

反射率测量结果如图 3 所示。由(10)和(11)式拟合程序可以确定 o 光的折射率  $n_o$  为 1.6559;由(12)和(14)式拟合程序可以确定 e 光的主折射率  $n_e$  为 1.4851。采用最小二乘法原理进行拟合的同时,也得到折射率的极限误差为  $3.7 \times 10^{-7}$ 。但是按照最小二乘法处理数据时,没有考虑仪器的系统误差。为此,与最小偏向角法进行比较,图 3 中的理论曲线是用最小偏向角法测出的折射率代入两组拟合函数得到的  $R-i$  曲线,它们与拟合曲线的偏离都小于 0.0001。

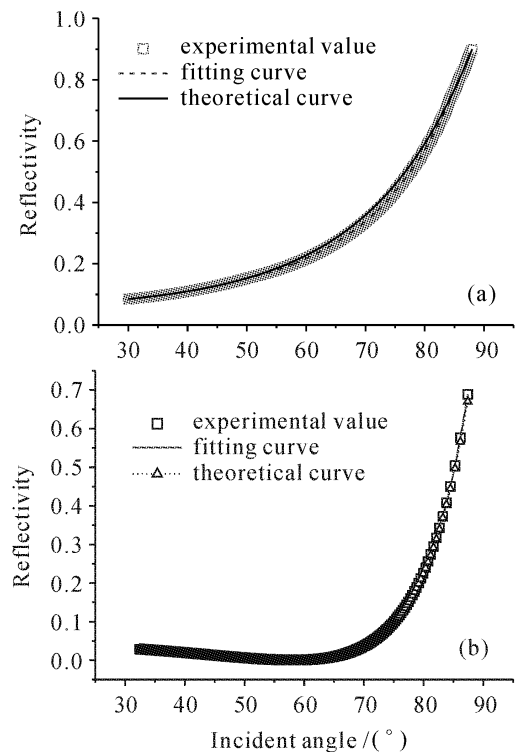


图 3 s 光(a)和 p 光(b)反射率的实验结果、拟合曲线及理论曲线

Fig. 3 Experimental results, fitting curve, theoretical curve of s light (a) and p light (b)

### 4 结 论

如果晶体的光轴方向是未知的,可以首先采用改进的布儒斯特角技术确定光轴方向。但测量精度受到该技术的限制。在晶体的光轴方向已知的情况下,分别确定了光轴位于入射面内时的入射 s 光和 p 光反射率的拟合函数;通过反射率测定和拟合获得了单轴晶体的两个主折射率。这种方法是对反射率随入射角的变化关系的测量数据进行理论拟合,因此其精度较高,可达到 0.0001。该方法对样品除激光入射点局部抛光外,不需要其他加工。因此,提高了反射测量技术的精度,又避免了透射技术测量精

度与样品加工密切相关的不足。

### 参 考 文 献

- 1 V. Marinova, M. Veleva. Refractive index measurements and transmission spectra of  $\text{Bi}_2(\text{MoO}_4)_3$  single crystals [J]. *Opt. Mater.*, 2002, **19**:329~333
- 2 Ren Quan, Huan Hui, Ding Lanying *et al.*. Study on the refractive indices of  $\text{PbBr}_2$  crystal [J]. *Acta Optica Sinica*, 1994, **14**(7):781~782  
任 诠, 宦 晖, 丁兰英 等.  $\text{PbBr}_2$  晶体的折射率研究[J]. *光学学报*, 1994, **14**(7):781~782
- 3 V. A. Fedorov, Yu. N. Korkishko, J. A. Sanz-Garcia *et al.*. Structural and optical characterization of  $\text{Er}^{3+}/\text{Yb}^{3+}$ -doped  $\text{LiNbO}_3$ [J]. *Appl. Phys. B*, 2001, **73**:449~451
- 4 G. T. Purves, G. Jundt, C. S. Adams *et al.*. Refractive index measurements by probe-beam deflection [J]. *Eur. Phys. J. D*, 2004, **56**:1~4
- 5 M. Galli, F. Marabellia, D. Comoretto. Interferometric determination of the anisotropic refractive index dispersion of poly-(p-phenylene-vinylene) [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2005, **86**:201119~201121
- 6 Chaorong Li, K. Tsukamoto. The direct interference intensity phase analyzing technique for in situ Michelson interference and its application in studying of the fluctuation of crystal growth rates [J]. *J. Cry. Growth*, 2001, **233**:336~342
- 7 Suat Topcu, Luc Chassagne, Yasser Alayli *et al.*. Improving the accuracy of homodyne Michelson interferometers using polarization state measurement techniques [J]. *Opt. Commun.*, 2005, **247**:133~139
- 8 R. P. Shukla, D. V. Udupa, M. D. Aggarwal. Zygo interferometer for measuring refractive index of photorefractive bismuth silicon oxide ( $\text{Bi}_2\text{SiO}_2$ ) crystal [J]. *Optics & Laser Technology*, 1998, **30**:425~430
- 9 S. C. Jones, M. C. Robinson, Y. M. Gupta. Ordinary refractive index of sapphire in uniaxial tension and compression along the *c* axis [J]. *J. Appl. Phys.*, 2003, **93**(2):1023~1031
- 10 N. Sisodia, R. Trivedi, R. K. Choubey *et al.*. Influence of Mg doping on refractive index of  $\text{LiNbO}_3$  crystals [J]. *Appl. Phys. A*, 2006, **84**:291~295
- 11 R. K. Choubey, P. Sen, P. K. Sen *et al.*. Optical properties of MgO doped  $\text{LiNbO}_3$  single crystals [J]. *Opt. Mater.*, 2006, **28**:467~472
- 12 Xing Jinhua. Measurements of refractive indices and optical axis of uniaxial crystal using Brewster angle method [J]. *College Physics*, 2004, **23**(6):49~50  
邢进华. 用布儒斯特角法同时测定单轴晶体的折射率和光轴方向[J]. *大学物理*, 2004, **23**(6):49~50
- 13 Tan Tianya, Yi Kui, Shao Jianda *et al.*. Measurement of refractive index of the optical crystal with spectrophotometer [J]. *Chinese J. Lasers*, 2005, **32**(12):1678~1682  
谭天亚, 易 葵, 邵建达 等. 利用分光光度计测量光学晶体的折射率[J]. *中国激光*, 2005, **32**(12):1678~1682
- 14 Chen Zhenqiang, Zhang Ge, Shen Hongyuan *et al.*. Measurement of principal refractive indices and expression of thermal refractive index coefficients of emerald laser crystal [J]. *Chinese J. Lasers*, 2003, **30**(9):843~846  
陈振强, 张 戈, 沈鸿元 等. 绿宝石激光晶体的主折射率及其温度系数的精确测量[J]. *中国激光*, 2003, **30**(9):843~846
- 15 D. Luna-Moreno, E. De la Rosa-Cruz, F. J. Cuevas *et al.*. Refractive index measurement of pure and  $\text{Er}^{3+}$ -doped  $\text{ZrO}_2\text{-SiO}_2$  sol-gel film by using the Brewster angle technique [J]. *Optical Materials*, 2002, **19**:275~281