

文章编号: 0258-7025(2007)06-0809-05

光束漂移误差与长曝光光斑光束质量 β 因子的关系

叶红卫, 李新阳, 鲜 浩, 饶长辉

(中国科学院光电技术研究所自适应光学研究室, 四川 成都 610209)

摘要 分析了理想无波像差条件下和有随机波像差条件下光束漂移误差与长曝光光斑光束质量 β 因子的关系, 得出光束漂移误差与长曝光光斑的光束质量 β 因子的关系。理论分析和数值仿真结果显示, 光束漂移误差对长曝光光斑的光束质量 β 因子的影响与无光束漂移误差时系统初始光束质量无关, 而与光束质量 β 因子的评价标准和光学系统中心遮拦比有关。分析了实际应用场景下对光束漂移误差的要求, 指出对长曝光光斑光束质量的要求越高, 允许的光束漂移误差越小。

关键词 激光技术; 光束传输; 光束质量 β 因子; 光束漂移误差; 长曝光光斑; 高斯函数

中图分类号 TN 012 **文献标识码** A

Relationship between the Beam Excursion Error and the Beam Quality β Factor of Long-Term Exposure Spot

YE Hong-wei, LI Xin-yang, XIAN Hao, RAO Chang-hui

(Laboratory on Adaptive Optics, Institute of Optics and Electronics,
The Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China)

Abstract The relationship between the beam excursion error and the beam quality β factor of long-term exposure spot was analyzed with and without random wavefront error. The formula to calculate the beam quality β factor of long-term exposure spot with beam excursion error was given. The theoretic analysis and the numerical calculation results indicate that beam quality affected by beam excursion error was independent of the beam quality without beam excursion error, but relative to the criterion of the beam quality β factor and the obstructed ratio of optics system. The beam excursion error request in application was analyzed. The results indicate that the better the beam quality wanted, the smaller the beam excursion error needed.

Key words laser technique; beam transfer; beam quality β factor; beam excursion error; long-term exposure spot; Gaussian function

1 引言

通过大气湍流成像等应用非常关注光束传输到目标上的长曝光光斑的光束质量问题^[1~3]。长曝光光斑的光束质量通常用光束质量 β 因子来评价^[2~5]。根据光学原理和实验结果, 点光源在经过远距离传输后, 在目标上的长曝光光斑是一个圆对称的、中心亮四周暗的弥散斑。这个弥散斑中既包含有光学系统和大气湍流引起的高阶像差, 也包含

有大气湍流整体倾斜像差、跟踪瞄准误差等引起的光束漂移误差。高阶像差和光束漂移误差对长曝光光斑光束质量 β 因子的影响效果不同。鲜浩等^[4,5]研究了用泽尼克模式分解的高阶像差和光束质量 β 因子的关系, 建立了离焦、像散、球差等各种高阶波像差与光束质量 β 因子间的拟合关系式。但研究中未包括光束漂移误差对长曝光光斑的光束质量 β 因子的影响。由于光束漂移误差和长曝光光斑的光束

收稿日期: 2006-11-08; 收到修改稿日期: 2007-01-04

作者简介: 叶红卫(1972—), 男, 河北人, 助理研究员, 博士研究生, 主要从事自适应光学、大气光学等方面的理论和应用研究。E-mail: YHW0310@126.com

导师简介: 李新阳(1971—), 男, 博士, 研究员, 主要从事自适应光学、大气光学等方面的研究。E-mail: xyli@ioe.ac.cn

质量 β 因子的关系问题在理论研究和实际工作中非常重要,所以有必要对其进行仔细的研究。

2 理想无像差条件下光束漂移对长曝光光斑光束质量的影响

根据光学原理,一个有中心遮拦的无像差圆口径光学系统的远场光斑光强分布为^[3]

$$I_0(\alpha) = \frac{\pi}{4(1-\epsilon^2)} \left[\frac{2J_1(\pi\alpha)}{\pi\alpha} - \epsilon^2 \frac{2J_1(\pi\epsilon\alpha)}{\pi\epsilon\alpha} \right]^2, \quad (1)$$

式中参数 α 为成像面位置坐标,单位是 λ/D , λ 为成像波长, D 为光束直径, ϵ 为中心遮拦比, J_1 为第 1 阶贝塞耳函数。其半径 b 范围内的环围能量为^[3]

$$F(b) = 2\pi \int_0^b I_0(\alpha) \alpha d\alpha, \quad (2)$$

(1)式定义的光斑能量是归一化的,即当 b 无穷大时,光斑的环围能量总和为 1。当 $\epsilon \rightarrow 0$ 时,(1),(2)式描述的是艾里斑的光强分布和环围能量。

长曝光光斑是许多幅瞬时光斑叠加后的结果,在有光束漂移误差时,点光源长曝光光斑的光强分布可以表示为光束漂移误差的概率密度函数与瞬时光斑光强分布 $I(\alpha)$ 的卷积。根据统计光学和概率统计理论,光束漂移的概率密度函数是轴对称的高斯函数形式^[6]

$$p_{\text{ult}}(\alpha) = \frac{1}{2\pi\delta_T^2} \exp\left(-\pi \frac{\alpha^2}{2\pi\delta_T^2}\right), \quad (3)$$

式中 δ_T 为光束整体漂移的均方根误差,单位是 (λ/D) 角弧度。有光束漂移误差情况下,无像差波面远场长曝光光斑光强分布为

$$I_{\text{LE}}(\alpha) = p_{\text{ult}}(\alpha) I(\alpha) = F^{-1} \left\{ F \left[\frac{1}{2\pi\delta_T^2} \exp\left(-\pi \frac{\alpha^2}{2\pi\delta_T^2}\right) \right] \times F \left\{ \frac{\pi}{4(1-\epsilon^2)} \left[\frac{2J_1(\pi\alpha)}{\pi\alpha} - \epsilon^2 \frac{2J_1(\pi\epsilon\alpha)}{\pi\epsilon\alpha} \right]^2 \right\} \right\}, \quad (4)$$

式中 F 和 F^{-1} 分别表示傅里叶变换和反傅里叶变换。

光束质量 β 因子定义为在包含同样多环围能量的条件下,实际系统远场光斑的环围半径与理想衍射光斑的环围半径之比。光束质量 β 因子是评价光学系统能量传输性能的重要指标之一^[2~5]。对于理想衍射光斑,一定半径 b_0 内的环围能量与总能量的比为

$$\eta = 2\pi \int_0^{b_0} I_0(\alpha) \alpha d\alpha, \quad (5)$$

式中 $I_0(\alpha)$ 为理想光斑光强分布,(5)式中的总能量

归一化为 1。对于非衍射极限光斑,一定半径 b 内的环围能量与总能量的比为

$$\eta = 2\pi \int_0^b I_{\text{LE}}(\alpha) \alpha d\alpha, \quad (6)$$

式中 $I_{\text{LE}}(\alpha)$ 表示实际光斑光强分布。所以在环围能量与总能量的比为 η 时,实际光斑的光束质量 β 因子表示为

$$\beta = b/b_0, \quad (7)$$

由于环围能量与总能量的比 η 没有统一的规定,一般以包含与衍射极限光斑一级暗环内同样多的能量为评价标准。对于无像差光学系统,光束质量 β 因子为 1。波像差或光束漂移误差越大,光束质量 β 因子将越大。

李新阳等^[5]指出离焦、像散、球差等高阶波像差与光束质量 β 因子的关系为

$$\beta_i^2 = 1 + (k_i \delta_i)^2, \quad i = 3, 4, \dots, N \quad (8)$$

式中 δ_i 为各阶泽尼克像差的均方根值, k_i 为各阶泽尼克像差与其光束质量 β 因子关系的拟合系数。当光学系统的总像差由各阶泽尼克像差的和表征时,对总像差的光束质量 β 因子有

$$\beta^2 = 1 + \sum_{i=3}^N (\beta_i^2 - 1), \quad (9)$$

式中 N 为像差总阶数。光束漂移误差 δ_T^2 可以分解为两个正交方向上的整体倾斜像差的和, $\delta_T^2 = \delta_1^2 + \delta_2^2$, 均服从正态分布 $N(0, \delta_T^2/2)$ 。以无遮拦平台光束一级衍射暗环半径内包含总能量的比 $\eta = 0.838$ 作为计算光束质量 β 因子的评价标准,按照(4)式的卷积计算方法,仿真分析了不同遮拦比 ϵ 下,光束质量 β 因子与光束漂移误差的关系,如图 1 所示。参照(8)式的形式,对各种情况下的仿真结果进行拟合

$$\beta^2 = 1 + (k \cdot \delta_T)^2, \quad (10)$$

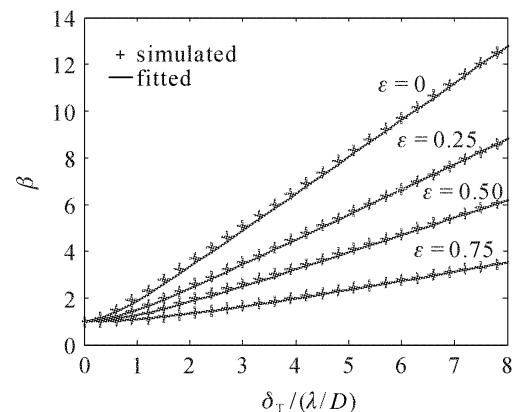


图 1 理想无像差条件下光束漂移误差 δ_T 与光束质量 β 因子的关系

Fig. 1 Relationship between beam excursion error and beam quality β factor without wavefront error

拟合结果与仿真结果符合很好,这说明无像差条件下光束漂移误差对长曝光光斑光束质量的影响可以用(10)式近似计算。不同遮拦比对应的拟合系数 k 如表 1 所示。当遮拦比 ϵ 分别为 0, 0.25, 0.50, 0.75 时均用 $\eta = 0.838$ 作为光束质量 β 因子的评价标准,衍射光斑对应的 b_0 分别为 1.22, 1.78, 2.56, 4.82(单位: λ/D)。

表 1 理想无像差条件下以 0.838 作为光束质量 β 因子的评价标准时的拟合系数 k

Table 1 Fitted coefficients k with the criterion $\eta=0.838$ without wavefront error

ϵ	0	0.25	0.50	0.75
k	1.59	1.09	0.76	0.42

如果两个正交方向上的整体倾斜像差与长曝光光斑的光束质量 β 因子的关系分别表示为

$$\beta_1^2 = 1 + (k_1 \delta_s)^2, \quad \beta_2^2 = 1 + (k_2 \delta_s)^2, \quad (11)$$

则总的光束漂移误差与长曝光光斑的光束质量 β 因子的关系可以表示为

$$\beta^2 = 1 + (k \cdot \delta_T)^2 = 1 + \sum_{i=1}^2 (\beta_i^2 - 1), \quad (12)$$

其中 $k = k_1 = k_2$ 。可见理想无像差条件下,光束漂移误差和高阶像差与光束质量 β 因子间的关系在形式上是一致的。在文献[5]基础上,包含整体倾斜像差的各阶项泽尼克像差与光束质量 β 因子的关系(9)式可以扩展为更一般的表达式

$$\beta^2 = 1 + \sum_{i=1}^N (\beta_i^2 - 1). \quad (13)$$

3 随机像差条件下光束漂移误差对长曝光光斑光束质量的影响

3.1 随机像差远场光斑的高斯函数拟合

根据统计光学的原理,含有随机像差长曝光光斑的光强分布可以用圆对称高斯函数表示为

$$I_{sg}(\alpha) = (d/2)^{-2} \exp[\pi(2\alpha/d)^2], \quad (14)$$

其中参数 d 单位是 λ/D ,它决定了光斑的宽度和峰值亮度。

在以光斑中心为圆心、角半径为 b 的环内,高斯光斑的归一化环围能量为

$$F_{sg}(b) = 2\pi \int_0^b I_{sg}(\alpha) \alpha d\alpha = 1 - \exp(-4\pi b^2/d^2), \quad (15)$$

可见(14)式定义的高斯光斑具有能量总和归一化的特点。根据(15)式,环围能量与总能量比为 η 时

应的环围半径为

$$b(\eta) = [-\ln(1-\eta)/\pi]^{1/2} d/2, \quad (16)$$

根据光束质量 β 因子的定义为

$$\beta = b(\eta)/b_0(\eta) = d/d_0, \quad (17)$$

式中 b_0, b 分别为理想衍射光斑和实际光斑与 η 对应的环围能量半径, d_0 和 d 分别表示理想衍射光斑和实际光斑的等效高斯宽度, d_0 和 b_0 都是常数。由(17)式可见光束质量 β 因子与实际光斑的等效高斯宽度成正比。

3.2 光束漂移对长曝光光斑的光束质量 β 因子的影响

在有光束漂移时,高斯光斑的长曝光像的光强分布可以表示为光束漂移误差的概率密度函数 $p_{\text{tilt}}(\alpha)$ 与高斯拟合光斑光强分布函数 $I_{sg}(\alpha)$ 的卷积。根据概率统计理论

$$\begin{aligned} I_{LE}(\alpha) &= p_{\text{tilt}}(\alpha) I_{sg}(\alpha) = \\ &F^{-1} \left\{ F \left[\frac{1}{2\pi\delta_T^2} \exp\left(-\pi \frac{\alpha^2}{2\pi\delta_T^2}\right) \right] \times \right. \\ &\left. F \left[(d/2)^{-2} \exp(-4\pi\alpha^2/d^2) \right] \right\} = \\ &\frac{1}{2\pi\delta_T^2 + (d/2)^2} \exp \left[-\pi \frac{\alpha^2}{2\pi\delta_T^2 + (d/2)^2} \right], \end{aligned} \quad (18)$$

有光束漂移误差情况下的长曝光远场光斑仍是高斯型,但能量进一步弥散。假设无光束漂移误差光斑的光束质量因子为 β ,环围能量占总能量比例为 η 对应的环围半径为

$$b(\eta) = \sqrt{-\ln(1-\eta)(d/2)^2/\pi} = b_0\beta, \quad (19)$$

有光束漂移误差 δ_T 后,环围能量占总能量比例为 η 对应的环围半径为

$$b'(\eta) = \sqrt{-\ln(1-\eta)[2\pi\delta_T^2 + (d/2)^2]/\pi} = b_0\beta', \quad (20)$$

其中 β' 为考虑光束漂移后长曝光光斑的光束质量因子。可见光束漂移误差使得长曝光光斑的光束质量进一步下降,由(20)式可得

$$\beta'^2 = \beta^2 + k^2 \delta_T^2, \quad k = \sqrt{\frac{-2\ln(1-\eta)}{b_0^2}}, \quad (21)$$

设光束漂移误差引起的光束质量因子为

$$\beta_{\text{tilt}}^2 = 1 + k^2 \delta_T^2, \quad (22)$$

则包含光束漂移误差后,长曝光光斑的光束质量为

$$\beta'^2 = 1 + (\beta^2 - 1) + (\beta_{\text{tilt}}^2 - 1), \quad (23)$$

这就是在有光束漂移误差的情况下长曝光光斑的光束质量 β 因子的表达式,与(13)式的形式一致。光束质量 β_{tilt} 因子计算公式(22)中的系数 k 与光束质量 β

因子的评价标准 η 和光束遮拦比 ϵ 有关。

4 实际应用场景下对光束漂移误差的要求

4.1 光束漂移误差对长曝光光斑的光束质量 β 因子的影响

实际工作场景中非常关心在一定光束质量限制条件下对光束漂移误差的要求。选取了不同初始光束质量 β 因子的瞬时光斑,用数值仿真方法研究光束漂移误差对长曝光光斑的光束质量 β 因子的影响。分别以实心无像差条件下 $\eta = 83.8\%$,以及遮拦比 $\epsilon = 0.5$ 空心无像差条件下 $\eta = 48\%$ 作为光束质量 β 因子的评价标准,仿真结果如图 2 所示。不同测量标准下光束漂移误差对系统光束质量 β 因子的影响效果不同,以 $\eta = 83.8\%$ 作为光束质量评价标准时,按照(21)式计算得到 β_{ilt} 因子中系数 k 为 1.56,以 $\eta = 48\%$ 作为光束质量评价标准时,计算得 β_{ilt} 因

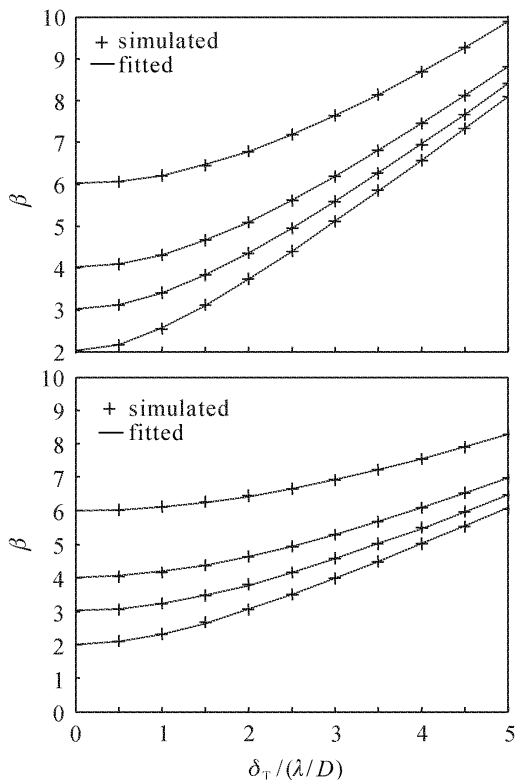


图 2 以 $\eta = 0.838$ 的实心光束(a)和 $\eta = 0.48$ 的空心光束($\epsilon = 0.5$)(b)为光束质量评价标准时,光束漂移误差 δ_T 与光束质量 β 因子的关系

Fig.2 Relationship between the beam excursion and beam quality β factor. $\eta = 0.838$ as the criterion of the beam quality β factor in plane wave with no obstruction (a) and $\eta = 0.48$ as the criterion of the beam quality β factor in obstructed plane wave ($\epsilon = 0.5$) (b)

子中系数 k 为 1.14,仿真结果与理论结果符合很好。

由于计算光束质量 β 因子时的环围能量标准没有统一的认识,按照(21)式分析了不同遮拦比、不同光束质量测量标准条件下,(21)式中系数 k 值的变化。如图 3 所示。在同一光束质量测量标准条件下,遮拦比越大, k 值越小,光束漂移误差对光束质量 β 因子影响就越小。同一遮拦比下,光束质量测量标准 η 越小, k 值越大,光束漂移误差对光束质量 β 因子的影响越大。

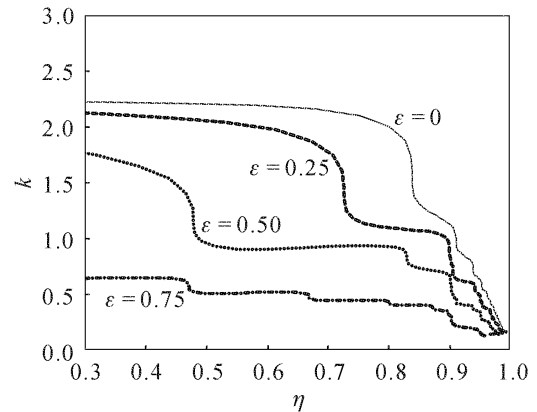


图 3 光束质量评价标准 η 与系数 k 的关系

Fig.3 Relationship between beam quality criterion η and the coefficients k

根据(21)式,在光束质量 β 因子评价标准 $\eta = 0.838$ 的条件下,遮拦比 ϵ 分别为 0, 0.25, 0.50, 0.75 时,系数 k 分别为 1.56, 1.07, 0.75, 0.40。与表 1 无像差条件下理想光斑的拟合系数 k 差别小于 5%,可以认为这种差别不大。无论初始光斑状态是无像差理想光斑还是有随机像差光斑,都可以统一按照(21)式来计算光束漂移误差下的长曝光光斑的光束质量 β 因子。

4.2 实际应用场景下光束漂移误差与长曝光光斑光束质量的匹配

光束漂移误差会使光斑弥散,长曝光光斑的光束质量 β 因子增加。实际工作中光束漂移误差与实际长曝光光斑的光束质量 β 因子的匹配关系非常重要。设无光束漂移误差时长曝光光斑光束质量为 β_0 ,有光束漂移误差时长曝光光斑光束质量为 β'_0 。根据(21)式得到光束漂移误差与长曝光光斑的光束质量 β 因子的关系为

$$\delta_T = \frac{\beta_0}{k} \sqrt{\frac{\beta'^0_0}{\beta_0^2} - 1}, \quad (24)$$

设无光束漂移误差时的长曝光光斑峰值功率密度为 P_0 ,有光束漂移误差时的长曝光光斑峰值功率密度

为 P , 光斑峰值功率密度与光束质量 β 因子的平方成反比^[2]

$$\frac{\beta_0^2}{\beta^2} \propto \frac{P_0}{P}, \quad (25)$$

将(21)式代入(25)式, 得到光束漂移误差与长曝光光斑功率密度的关系为

$$\delta_T = \frac{\beta_0}{k} \sqrt{\frac{P_0}{P} - 1}, \quad (26)$$

(24) 和(26) 式就是实际工作条件下对光束漂移误差的限制。这说明需要光束漂移误差与无光束漂移误差时系统的光束质量因子成正比, 与光学系统的衍射极限角 λ/D 成正比, 与(21) 式中系数 k 的大小成反比。如果希望光束漂移误差引起的峰值功率密度下降程度或使光束质量因子增加程度小, 那么对光束漂移误差的要求就高。

由于光束质量 β 因子的评价标准不同, 系数 k 受光束中心遮拦比状态和光束质量 β 因子评价标准的影响很大, 因此在不同条件下对光束漂移误差的要求也不同。例如以衍射光斑一倍衍射半径内包含能量作为光束质量评价标准, 对于 $\epsilon = 0.5$ 的空心光束, 光束漂移误差与光束质量 β 因子的关系中系数 $k = 1.14$ 。如果希望光束漂移误差使长曝光光斑的光束质量 β 因子增加小于 20%, 对光束漂移误差的要求为 $\delta_T \leq 0.58\beta(\lambda/D)$ 。

5 结 论

理论分析了理想无波像差条件下和有随机波像差条件下光束漂移误差与长曝光光斑的光束质量 β 因子的关系, 针对实心光束和有中心遮拦光束的不同情况, 用快速傅里叶变换方法建立了光束漂移误

差均方根与长曝光光斑的光束质量 β 因子间的计算公式。结果表明, 光束漂移误差与光束质量 β 因子间的关系可由光束漂移误差均方根的统计结果加权决定。光束漂移误差对长曝光光斑的光束质量 β 因子的影响与无光束漂移误差时系统初始光束质量无关, 而与光束质量 β 因子的评价标准和光学系统中心遮拦比有关, 拟合系数会有所不同。还分析了实际应用场景下对光束漂移误差的要求, 指出对长曝光光斑光束质量的要求越高, 允许的光束漂移误差越小, 这为实际工程中各项设计指标的分配提供理论依据。分析发现, 不同的近场光强分布对光束质量影响的差异也很大。

参 考 文 献

- 1 John W. Hardy. Adaptive Optics for Astronomical Telescopes [M]. New York: Oxford University Press, 1998. 104~134
- 2 Su Yi, Wan Min. High Energy Laser System [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2004
苏毅, 万敏. 高能激光系统 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2004
- 3 Du Xiangwan. Factors for evaluating beam quality of a real high power laser on the target surface in far field [J]. *Chinese J. Lasers*, 1997, **A24**(4): 327~332
杜祥琬. 实际强激光远场靶面上光束质量的评价因素 [J]. *中国激光*, 1997, **A24**(4): 327~332
- 4 Xian Hao, Jiang Wenhan. The relation between wavefront aberration and beam quality factor [J]. *Chinese J. Lasers*, 1999, **A26**(5): 415~419
鲜浩, 姜文汉. 波像差与光束质量指标的关系 [J]. *中国激光*, 1999, **A26**(5): 415~419
- 5 Li Xinyang, Xian Hao, Wang Chunhong *et al.*. Relationship between beam quality factor β and wavefront error [J]. *Chinese J. Lasers*, 2005, **32**(6): 798~802
李新阳, 鲜浩, 王春鸿等. 波像差与光束质量 β 因子的关系 [J]. *中国激光*, 2005, **32**(6): 798~802
- 6 Matthew R. Whiteley. Compensation efficiencies of conventional tracking and high-order beam control in extended turbulence [C]. *SPIE*, 2000, **4125**: 22~32