

文章编号: 0258-7025(2007)04-0481-04

# 改善激光陀螺输出特性的随机噪声注入方法

高玉凯, 林玉荣, 邓正隆

(哈尔滨工业大学控制科学与工程系, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要** 为消除机械抖动激光陀螺的动态闭锁误差, 基于闭锁误差累积角特性的分析和研究, 提出了多抖动周期阶梯噪声叠加白噪声的激光陀螺随机噪声注入新方法。理论分析表明, 向机械抖动装置中注入的多抖动周期阶梯噪声能使激光陀螺输出信号在整周期采样过程中具有很好的零偏稳定性, 而一定强度的高斯白噪声可以减小阶梯噪声在随机常值时间内产生的积累性误差。仿真实验结果验证了多抖动周期阶梯噪声叠加白噪声的注入方法优于传统的随机噪声注入法, 在减小激光陀螺输出零偏误差至同一个数量级的同时, 能够使激光陀螺的零偏稳定性提高2~4倍。

**关键词** 激光技术; 激光陀螺; 闭锁误差; 多抖动周期阶梯噪声叠加白噪声; 零偏稳定性

**中图分类号** V 241.5+58 **文献标识码** A

## A Method for Improving the Performance of Ring Laser Gyro by Injecting the Multi-Cycles Step Noise with White Noise

GAO Yu-kai, LIN Yu-rong, DENG Zheng-long

(Department of Control Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin, Helongjiang 150001, China)

**Abstract** Based on the accumulation of lock-in error, a method for eliminating the dynamic lock-in error by injecting multi-cycles step noise with white noise into the mechanically dithered ring laser gyroscope (RLG) is presented. The theoretical analysis proves that the multi-cycles step noise enhances the bias stability of RLG, as well as some intensity of the Gaussian white noise can reduce the accumulation of lock-in error during the step periods. The simulation experiment results show that this approach is prior to the traditional method in this way. Both methods decrease the bias error to the same orders of magnitude, while the bias stability is improved two or four times by injecting the multi-cycles step noise with white noise.

**Key words** laser technique; ring laser gyro; lock-in error; multi-cycles step noise with white noise; bias stability

### 1 引言

在激光陀螺的输出特性中, 存在着“速率闭锁”的现象, 即当激光陀螺输入角速率小于闭锁阈值时, 激光陀螺的输出量为零, 即使在输入角速度大于闭锁阈值, 且很接近于闭锁阈值时, 输出量也严重失真。为了克服闭锁误差的影响, 一般采用加入机械抖动的方法, 使陀螺大部分时间工作在锁区之外, 从而减小闭锁误差<sup>[1]</sup>。抖动偏频将原来集中在零点附近的锁区分割成位于抖动角频率的整数倍附近的一

系列小锁区, 形成动态锁区, 为了消除动态过锁区引起的动态闭锁误差, 较好的办法是向抖动信号中注入随机噪声<sup>[2,3]</sup>, 这样, 可以通过时域平均的方法来减小进出锁区所带来的误差。可是这样注入噪声, 每个抖动周期内噪声的取值就有正有负, 经过积分运算之后, 并不能有效地随机化激光陀螺过锁区的相位, 也就使激光陀螺误差角的减小并不明显<sup>[4]</sup>。通过注入由白噪声调制而成的半抖动阶梯噪声能很好地随机化激光陀螺过锁区的相位<sup>[5]</sup>, 但这种方法需要长时间的测量, 才能使激光陀螺的输出特性得

收稿日期: 2006-07-17; 收到修改稿日期: 2006-12-05

作者简介: 高玉凯(1970—), 男, 山东东平人, 博士研究生, 主要从事光电子技术和惯性技术研究。

E-mail: gaoyukai@hit.edu.cn

导师简介: 邓正隆(1939—), 男, 辽宁大连人, 教授, 博士生导师, 主要从事惯性技术的教学与研究工作。

E-mail: deagle@public.hr.hl.cn

到有效改善,如果测量时间短,阶梯噪声会造成较大的偏置误差。

针对传统随机噪声注入方法的不足,本文从减小激光陀螺闭锁误差累积角度出发,研究了随机噪声对机械抖动激光陀螺输出特性的影响,提出多抖动周期阶梯噪声叠加白噪声以减小激光陀螺动态闭锁误差的方法,理论分析及仿真实验结果表明,该方法能有效改善激光陀螺的输出特性,提高激光陀螺的检测精度。

## 2 多抖动周期阶梯噪声叠加白噪声的统计特性

激光陀螺机械抖动机构的抖动频率一般在 100~400 Hz,而噪声发生器<sup>[6,7]</sup>(数字电路)的时钟频率一般在 10 MHz 左右,按照参考文献[5]和[6]所设计的半抖动周期阶梯噪声,需要激光陀螺机械抖动机构具有很高的灵敏度和极快的响应时间。文献[8]从概率统计的角度,把每半个抖动周期作为一个数据点进行分析,得出阶梯噪声具有高斯统计特性,而不是从信号实时处理的情况出发,对信号的统计特性进行分析,这样的分析在采样周期大于多个抖动周期的情况下,是近似合理的;而对于高频采样信号来说误差就会比较大。

另外,为了有效地随机化每个抖动周期产生的误差角增量,调制的半抖动周期随机噪声需要具有较大的强度,这样一来,就使得整抖动周期采样过程中激光陀螺输出信号的零偏稳定性变差。因此对于利用激光陀螺整抖动周期采样数据的飞行器快速姿态控制系统来说,半抖动周期阶梯噪声注入方法并不适合。

本文所设计的多抖动周期阶梯噪声的宽度为 10 个机械抖动周期的宽度,同时在阶梯噪声中叠加

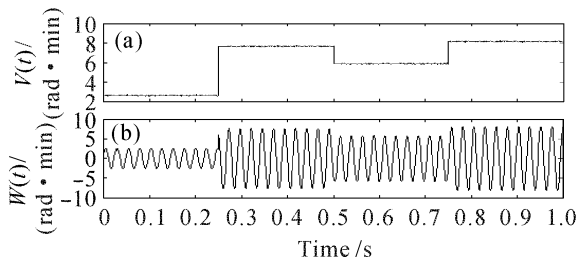


图 1

(a) 多抖动周期阶梯噪声叠加白噪声的波形图;

(b) 调制后的机械抖动信号

Fig. 1

(a) waveform of multi-cycles step noise with white noise;

(b) modulated dither signal

一定强度的高斯白噪声。如图 1(a)中的  $V(t)$  所示,经过调制后的机械抖动信号如图 1(b)中  $W(t)$  所示。

对所设计的阶梯噪声加白噪声的随机信号进行傅里叶分析,可以知道,在整抖动周期采样中,所设计的噪声信号可以认为是由随机常值和高斯白噪声所组成的。

## 3 多抖动周期阶梯噪声叠加白噪声对激光陀螺输出特性的影响

### 3.1 多抖动周期阶梯噪声对激光陀螺输出特性的影响

机械抖动激光陀螺输出信号的数学模型是<sup>[2,3]</sup>

$$\psi_{\text{gyro}} = \frac{2\pi}{K} [\Omega_{\text{in}} + \Omega_{\text{L}} \sin(\psi_{\text{gyro}}) + \Omega_{\text{D}} \sin(\omega_{\text{D}} t)], \quad (1)$$

式中  $\psi_{\text{gyro}}$  为激光陀螺输出正、反方向传播的两束光波的瞬时相位差,单位 rad;  $K$  为激光陀螺的刻度系数,单位 arcsec/count;  $\Omega_{\text{in}}$  为载体输入角速率,  $\Omega_{\text{L}}$  为闭锁阈值,  $\Omega_{\text{D}}$  为峰值抖动速率,单位均为 arcsec/sec;  $\omega_{\text{D}}$  为抖动角频率,单位 rad/s。

激光陀螺的闭锁误差为

$$\psi_{\text{error}} = \psi_{\text{gyro}} - \psi_{\text{actual}}, \quad (2)$$

式中  $\psi_{\text{actual}} = \int \frac{2\pi}{K} (\Omega_{\text{in}} + \Omega_{\text{D}} \sin \omega_{\text{D}} t) dt$  为激光陀螺实际敏感到的角位移。将式(2)代入式(1),有

$$\psi_{\text{error}} = \frac{2\pi}{K} \Omega_{\text{L}} \sin(\psi_{\text{actual}} + \psi_{\text{error}}), \quad (3)$$

如果载体输入角速率  $\Omega_{\text{in}} = 0$ ,在整抖动周期采样中,注入的噪声信号是由随机常值和高斯白噪声所组成的。激光陀螺机械抖动机构正、负半周最大抖动速率分别为  $\Omega_{\text{D}}^+$  和  $\Omega_{\text{D}}^-$ ,那么机械抖动激光陀螺在一个正的半抖动周期内敏感到的实际角位移为

$$\psi_{\text{actual}}^+ = \frac{2\pi}{K} \frac{\Omega_{\text{D}}^+}{\omega_{\text{D}}} \cos \omega_{\text{D}} t \cong \frac{2\pi}{K} \frac{\Omega_{\text{D}}^+}{\omega_{\text{D}}} \left(1 - \frac{\omega_{\text{D}}^2 t^2}{2}\right), \quad (4)$$

将式(4)代入式(3),得到机械抖动正半周期所引起的闭锁误差

$$\psi_{\text{error}} = \frac{2\pi}{K} \Omega_{\text{L}} \sin \left[ \frac{2\pi}{K} \left( \frac{\Omega_{\text{D}}^+}{\omega_{\text{D}}} - \frac{\Omega_{\text{D}}^+ \omega_{\text{D}} t^2}{2} \right) + \psi_{\text{error}} \right], \quad (5)$$

对式(5)积分,并利用菲涅耳积分特性<sup>[6]</sup>,可以得到一个正抖动半周期所引起的误差角增量

$$\Delta \psi_{\text{error}}^+ = \frac{2\pi \Omega_{\text{L}}}{\sqrt{K \Omega_{\text{D}}^+ \omega_{\text{D}}}} \sin \left( \frac{2\pi}{K} \frac{\Omega_{\text{D}}^+}{\omega_{\text{D}}} + \psi_{\text{error}} + \frac{\pi}{4} \right), \quad (6)$$

同理可以得到一个负抖动半周期所引起的误差角增量

$$\Delta\psi_{\text{error}}^- = \frac{2\pi\Omega_L}{\sqrt{K\Omega_D\omega_D}} \sin\left(\frac{2\pi}{K} \frac{\Omega_D^-}{\omega_D} - \psi_{\text{error}} + \frac{\pi}{4}\right), \quad (7)$$

这样一个完整的抖动周期所引起的误差角增量为

$$\begin{aligned} \Delta\psi_{\text{error}} &= \Delta\psi_{\text{error}}^+ + \Delta\psi_{\text{error}}^- = \\ &= \frac{4\pi\Omega_L}{\sqrt{K\Omega_D\omega_D}} \sin\left(\frac{\pi}{K} \frac{\Omega_D^+ + \Omega_D^-}{\omega_D} + \frac{\pi}{4}\right) \times \\ &= \cos\left(\psi_{\text{error}} + \frac{\pi}{K} \frac{\Omega_D^+ - \Omega_D^-}{\omega_D}\right), \quad (8) \end{aligned}$$

按照本文所设计的随机噪声注入方法,在整抖动周期中,机械抖动机构的正负半周的最大抖动速率近似相同,则式(8)为

$$\Delta\psi_{\text{error}} = \frac{4\pi\Omega_L}{\sqrt{K\Omega_D\omega_D}} \sin\left(\frac{2\pi}{K} \frac{\Omega_D}{\omega_D} + \frac{\pi}{4}\right) \cos(\psi_{\text{error}}), \quad (9)$$

由式(9)可以看出,在抖动幅度为随机常值的几个抖动周期内,激光陀螺输出的相位误差存在积累性的误差,但从长时间的测量结果来看,每个随机常值产生的积累性误差又存在一定的随机性,这种误差随测量时间的增加其均值会逐渐趋于零。通过长时间的采样平均,最终达到减小闭锁误差的目的。

为了减小整抖动周期采样中激光陀螺输出的闭锁误差,只需要向随机噪声中再叠加小强度的高斯白噪声,则可以消除抖动幅度为常值的几个周期内产生的积累性误差。

### 3.2 高斯白噪声对激光陀螺输出特性的影响

设机械抖动机构的最大抖动角幅度为 $\theta_D$ ,高斯白噪声用 $\xi(t)$ 表示,这样,注入高斯白噪声的激光陀螺输入输出关系就表示为

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_{\text{gyro}} &= \frac{2\pi}{K} [\Omega_{\text{in}} + \Omega_L \sin(\psi_{\text{gyro}}) + \\ &= (\theta_D + \xi)\omega_D \sin(\omega_D t)], \quad (10) \end{aligned}$$

因为机械抖动速率远大于闭锁阈值,可以近似地认为 $\dot{\psi}_{\text{gyro}} \approx \dot{\psi}_{\text{actual}}$ ,利用贝塞耳函数展开式对式(10)进行展开,并取测量时间为抖动周期的整数倍,得到

$$\psi_{\text{gyro}} = \frac{2\pi}{K} \Omega_{\text{in}} + \frac{2\pi}{K} \Omega_L J_r \left[ \frac{2\pi}{K} (\theta_D + \xi) \right] \sin(\Omega_{\text{in}} t), \quad (11)$$

式中 $J_r \left[ \frac{2\pi}{K} (\theta_D + \xi) \right] (r = 0, 1, 2, \dots)$ 为贝塞耳展开系数。当 $\theta_D + \xi$ 很大时,贝塞耳函数可近似为

$$\begin{aligned} J_r \left[ \frac{2\pi}{K} (\theta_D + \xi) \right] &\cong \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{K}{\theta_D + \xi}} \times \\ &= \cos \left[ \frac{2\pi}{K} (\theta_D + \xi) - \frac{1}{2} r\pi - \frac{1}{4} \pi \right], \quad (12) \end{aligned}$$

式(12)说明,只要注入强度不到抖动幅度1%的白噪声就能使等式右边的余弦项的相位发生随机变化,即 $J_r \left[ \frac{2\pi}{K} (\theta_D + \xi) \right]$ 变成一个零均值的随机变量,

经过一段时间的平均使均值 $\langle J_r \left[ \frac{2\pi}{K} (\theta_D + \xi) \right] \rangle \rightarrow 0$ ,达到消除动态锁区的目的。

由于高斯白噪声在减小激光陀螺输出误差的均值的同时,也使输出误差的方差变大<sup>[9]</sup>,不利于输出零偏的稳定,因此高斯白噪声的强度不宜过大。

综上所述,对设计的多抖动周期阶梯噪声叠加小强度的高斯白噪声注入方法,可在减小激光陀螺输出零偏误差的同时,提高输出信号的零偏稳定性。

## 4 仿真实验

利用 Matlab 仿真程序对机械抖动信号中注入高斯白噪声、半抖动周期阶梯噪声和多抖动周期阶梯噪声叠加白噪声三种情况下,激光陀螺输入输出特性进行了仿真实验。仿真参数选取: $\Omega_L = 300$  (°)/h,  $\Omega_D = 109.1$  (°)/s,  $\omega_D = 783.4$  rad/s;  $K = 0.5$  arcsec/count, 采样周期 0.001 s, 采样时间 600 s;角速率输入数据范围在零速率锁区内。

三种噪声注入方法中噪声强度的选择是以输入速率为 40 (°)/h 时,使激光陀螺输出零偏误差达到 0.3 (°)/h 这个数量级时的噪声强度,分别为:高斯白噪声的统计特性是 $(0, (371.524$  (°)/h)<sup>2</sup>);半抖动周期阶梯噪声是由统计特性为 $(0, (310.593$  (°)/h)<sup>2</sup>)的白噪声调制而成;本文所设计的噪声是由统计特性为 $(0, (41.425$  (°)/h)<sup>2</sup>)的白噪声调制的 10 个抖动周期阶梯噪声和统计特性为 $(0, (31.622$  (°)/h)<sup>2</sup>)的白噪声叠加而成。

基于上述仿真条件,调整输入角速率,观察零偏稳定性的波动情况,仿真结果见表 1,表中各速率单位为(°)/h。

从表 1 的统计结果可以看出,三种噪声注入方式都能有效地减小闭锁误差的影响,但是对零偏及其稳定性的改善效果却不一样。

1) 高斯白噪声的注入方式,激光陀螺输出信号的零偏虽然比较小,但零偏稳定性很差,如果为了改善零偏稳定性而减小随机白噪声的强度,就会使零偏误差增大。

2) 由于半抖动周期的阶梯噪声能有效地随机化激光陀螺零速率点的相位,所以按照这种方式注入噪声输出信号的零偏比较小,但这种方法对于采

表 1 不同类型噪声注入下激光陀螺输出信号的零偏和零偏稳定性的变化情况

Table 1 Bias and bias-instability of RLG injected by different kinds of random noise (°)/h

Input rate	Injected by Guassian white noise		Injected by half-cycle step noise		Injected by multi-cycles step noise with white noise	
	Bias	Bias-stability	Bias	Bias-stability	Bias	Bias-stability
20	0.1756	139.0208	0.1356	228.3118	0.1330	56.7941
40	0.3226	139.0025	0.3468	227.9375	0.3505	56.5144
60	0.2496	138.6755	0.9865	227.9458	0.2441	57.2747
80	0.5225	138.7813	1.5694	227.7761	0.6063	58.7508
100	0.8310	138.8560	1.8164	227.3951	1.8850	61.3659

用整抖动周期采样的激光陀螺来说(例如抖动频率为125 Hz的激光陀螺,采样周期为8 ms),其采样数据的零偏稳定性就会很差,不利于输出信号的稳定。

3) 对于多抖动周期阶梯噪声的注入方式,其零偏稳定性要明显优于上述两种注入方法;并且由于其中还叠加强度较小的随机白噪声,所以该方法也能很好地随机化零速率点的相位,达到减小闭锁误差的目的。因此,对于利用激光陀螺整抖动周期采样的捷联惯导系统来说,例如飞行器的快速姿态确定控制系统,本文所提出的随机噪声注入方法更合适。

## 5 结 论

从减小激光陀螺闭锁误差累积角度出发,推导了随机噪声注入下机械抖动激光陀螺输出信号的闭锁误差方程,提出了多抖动周期阶梯噪声叠加白噪声的改善激光陀螺输出特性的随机噪声注入方法。对于整抖动周期采样的激光陀螺捷联惯导系统来说,综合考虑零偏和零偏稳定性这两方面,该方法要优于随机白噪声注入法和半抖动周期阶梯噪声注入方法。理论分析及仿真实验结果验证了该方法的有效性。

## 参 考 文 献

1 W. W. Chow, J. Gea-Banacloche, L. M. Pedrotti *et al.*. The

ring laser gyro [J]. *Reviews of Modern Physics*, 1985, **57**(1): 61~104

2 Weng W. Chow, Jarel B. Hambenne, Thomas J. Hutchings *et al.*. Multi-oscillator laser gyros [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1980, **QE-16**(9):918~936

3 Joseph E. Killpatrick. Laser gyro dither random noise [C]. *SPIE*, 1984, **487**:85~93

4 Gao Bolong. The theoretical analysis of lock-in in mechanically dithered ring laser gyro [J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 1979, (Supl.):47~64

高伯龙. 抖动过锁区的理论分析[J]. *工学学报(现名国防科技大学学报)*, 1979, (增刊):47~64

5 Robert M. Kay, Seminole Fla. Sinusoidal noise injection into the dither of a ring laser gyroscope [P]. US Patent 5416584, 1995

6 Tang Jianxun, Fu Wenyu, Zhang Guangfa. Experimental investigation of eliminating the dynamic lock-in error of dithered ring laser gyro [J]. *J. Optoelectronics • Laser*, 2000, **11**(2):176~178

汤建勋,付文羽,张广发. 消除抖动偏频激光陀螺动态闭锁误差的实验研究[J]. *光电子·激光*, 2000, **11**(2):176~178

7 Zhang Bo, Yang Mengxing, Wei Ming *et al.*. Random noise injection system of mechanically dithered ring laser gyroscope [J]. *Tactical Missile Technology*, 2005, (5):44~48

张波,杨孟兴,韦明等. 机械抖动偏频激光陀螺仪随机噪声注入系统的研究与设计[J]. *战术导弹技术*, 2005, (5):44~48

8 Tang Jianxun, Zhang Bin, Xu Guangming.  $\chi^2$  test on probability distribution of dither noise of mechanically dithered RLG [J]. *J. Optoelectronics • Laser*, 2003, **14**(1):105~106

汤建勋,张斌,许光明. 机械抖动激光陀螺抖动随机噪声概率分布的 $\chi^2$ 检验[J]. *光电子·激光*, 2003, **14**(1):105~106

9 Wang Kedong, Gu Qitai. The influence of random noise on output of ring laser gyroscope [J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(12):1479~1483

王可东,顾启泰. 随机噪声对激光陀螺输出特性的影响[J]. *光学学报*, 2003, **23**(12):1479~1483