

文章编号: 0258-7025(2007)03-0422-05

# 平行平板角位移干涉测量仪的优化设计

郑德锋<sup>1,2</sup>, 王向朝<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> 中国科学院上海光学精密机械研究所信息光学实验室, 上海 201800; <sup>2</sup> 中国科学院研究生院, 北京 100039)

**摘要** 提出一种可提高平行平板角位移干涉测量仪测量精度的优化设计方法。对角位移干涉测量系统进行了误差分析, 讨论了影响角位移测量精度的主要因素。分析了在干涉仪光路中入射到平行平板上的初始入射角度、平行平板的折射率以及厚度等参数的选取对角位移测量精度的影响。结果表明, 优化选取最佳的初始入射角度以及元件参数, 并在干涉光路中附加引入一平面反射镜形成光程差放大系统, 可实现的角位移测量精度达 $10^{-8}$  rad数量级。

**关键词** 激光技术; 优化设计; 误差分析; 角位移

中图分类号 TH 741.2<sup>+</sup>3; TH 744.3 文献标识码 A

## Optimum Design of Parallel Plate Interferometer for Angular Displacement Measurement

ZHENG De-feng<sup>1,2</sup>, WANG Xiang-zhao<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Information Optics Laboratory, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics,  
The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China

<sup>2</sup> Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China

**Abstract** An optimal design method of parallel plate interferometer is proposed in order to increase the measurement accuracy of angular displacement. The main factors determining the measurement accuracy are respectively discussed based on the analyses of the measurement error of angular displacement. It is noted that the initial angle of incidence on the plane-parallel plate, the index of refraction of the plane-parallel plate and its thickness all have great influences on the measurement accuracy. The research results show that the angular displacement measurement can be realized with higher accuracy by choosing optimal initial angle and component parameters as well as using of a reflecting mirror to amplify the optical path difference.

**Key words** laser technique; optimum design; error analysis; angular displacement

## 1 引言

目前在角位移干涉测量技术方面的研究引起了人们越来越广泛的关注。在机械装调、校准以及精密控制等应用中, 角位移测量要求精度高、重复性好<sup>[1~4]</sup>。本课题组已提出一种平行平板角位移干涉测量仪<sup>[5,6]</sup>。该仪器结构紧凑, 采用平行平板稳定地把角位移的测量转化为干涉信号相位差的测量。测量无需标准参考面, 抗干扰能力强。正弦相位调

制技术实现了对干涉信号相位差的高精度测量<sup>[7,8]</sup>, 可以用于工业在线检测以及位置校准等领域。在本干涉测量系统中, 由于采用 CCD 探测两个分立光斑光强最大值点之间的距离, 并且由平行平板反射的两平行光束应避免发生剪切干涉, 要求入射到平行平板上的光束初始角需在一定范围内选取。初始入射角是一个重要的结构参数, 它对测量结果的影响在于它直接参与各个测量量的误差传递。选择合适的光束初始入射角是对本干涉仪进行

收稿日期: 2006-07-19; 收到修改稿日期: 2006-10-27

基金项目: 国家自然科学基金(60578051)和上海市科委国际合作计划项目(051107085)资助课题。

作者简介: 郑德锋(1978—), 男, 辽宁锦州人, 博士研究生, 主要从事光学干涉检测技术的研究。

E-mail: defeng2003@mail.siom.ac.cn

导师简介: 王向朝(1957—), 男, 辽宁凌源人, 研究员, 博士生导师, 研究领域为信息光电子技术。

E-mail: wxz26267@siom.ac.cn

优化设计的内容之一。另外平行平板的材料特性以及它的厚度参数都会对测量结果产生影响,本文对此做了进一步的讨论,并以提高角位移测量精度为目的,对干涉仪中上述元件参数的选取原则做了定性的分析。最后将光程差放大技术引入到本干涉仪中来,对干涉仪结构做了相应的优化设计,以实现高灵敏的角位移测量。

## 2 干涉仪工作原理

如图1所示,半导体激光器由直流电流驱动并由调制器提供的交流电流调制。由激光器发出的激光被准直后入射到被测目标的反射面上,经反射后以一定的初始角度 $i$ 入射到平行平板上。 $i$ 在平行平板内对应的折射角为 $i_1$ 。在平行平板的前表面和后表面反射的两束光发生干涉。干涉信号 $y(t)$ 由光电探测器探测

$$y(t) = y_0 \cos[b \cos(\omega t + \phi) + \alpha(t)], \quad (1)$$

式中 $y_0$ 为干涉信号的交流幅度, $b$ 为调制深度, $\omega$ 为

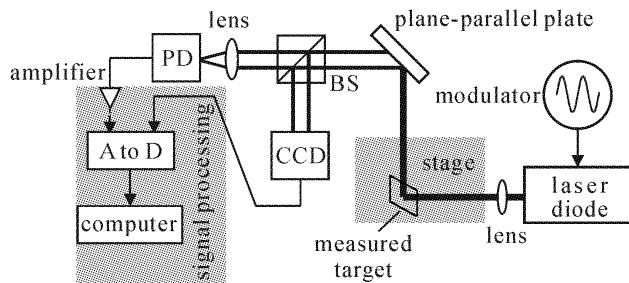


图1 平行平板角位移干涉测量装置示意图

Fig. 1 Parallel plate interferometer for angular displacement measurement

调制频率, $\phi$ 为调制信号的初相位,相位 $\alpha(t)$ 为被测角位移 $\theta(t)$ 和 $\sin i_1$ 的函数。通过对探测到的信号进行傅里叶变换,可以获得干涉信号的相位 $\alpha(t)$ <sup>[9]</sup>。由分束棱镜反射面反射的两光束入射到CCD的光敏面上,两个分立光斑光强最大值点之间的距离由CCD测量,然后根据两点间距计算出

$$\sin i_1 = \left\{ \left( 1 + \frac{d^2}{4h^2} \right) \pm \left[ \left( 1 + \frac{d^2}{4h^2} \right)^2 - n^2 \frac{d^2}{h^2} \right]^{1/2} \right\} / (2n^2), \quad (2)$$

式中 $d$ 为两分立光斑上光强最大值点间的距离,简称间距; $n$ 为折射率,它是表征平行平板材料特性的一个物理量; $h$ 为平行平板的厚度。通过(1)式计算出干涉信号的相位差 $\alpha(t)$ 后,结合(2)式可得被测目标的角位移

$$\theta(t) = \frac{\alpha(t)}{(8\pi h/\lambda) \sin i_1} \frac{(1 - \sin^2 i_1)^{1/2}}{(1 - n^2 \sin^2 i_1)^{1/2}}. \quad (3)$$

由(3)式可判断被测角位移的测量精度不仅与初始入射角和干涉信号相位差的测量精度有关,还与平行平板的折射率和厚度有关。

## 3 优化设计

为了便于讨论干涉仪结构的优化方案及元件参数的选取原则,定义在干涉仪工作过程中由两个单项随机测量误差传递的角位移测量误差为

$$\Delta\theta = [f_d^2(\Delta d)^2 + f_\alpha^2(\Delta\alpha)^2]^{1/2}, \quad (4)$$

式中单项随机测量误差 $\Delta d$ , $\Delta\alpha$ 分别为间距 $d$ 的测量误差和相位差 $\alpha$ 的提取误差,相应的误差传递系数分别为 $f_d$ , $f_\alpha$ 。根据(2),(3)式可得

$$f_d = \frac{\partial\theta}{\partial(\sin i_1)} \frac{\partial(\sin i_1)}{\partial d} = \frac{-\alpha\lambda}{32\pi hn^2} \left[ \left( \frac{1-p^2}{1-n^2 p^2} \right)^{1/2} \left( \frac{1}{p^2} + 1 \right) - n^2 (1-p^2)^{1/2} \right] \left\{ \left( 1 + \frac{d^2}{4h^2} \right) \pm \left[ \left( 1 + \frac{d^2}{4h^2} \right)^2 - \frac{n^2 d^2}{h^2} \right]^{1/2} \right\} / 2n^2 \times \left\{ \frac{d}{2h^2} \pm \frac{1}{2} \left[ \left( 1 + \frac{d^2}{4h^2} \right)^2 - \frac{n^2 d^2}{h^2} \right]^{-1/2} \left[ \left( 1 + \frac{d^2}{4h^2} \right) \frac{d}{h^2} - \frac{2n^2 d}{h^2} \right] \right\}, \quad (5)$$

$$f_\alpha = \frac{\lambda}{8\pi h \sin i_1} \frac{(1 - \sin^2 i_1)^{1/2}}{(1 - n^2 \sin^2 i_1)^{1/2}}, \quad (6)$$

(5)式中 $p = \sin i_1$ 。很明显角位移测量误差不仅取决于单项随机测量误差的大小,而且还与误差传递系数有关。从(5)式中可知对于同一个间距 $d$ ,误差传递系数 $f_d$ 会有两个不同的数值,显然它们对角位移测量误差的影响不同。因此对本干涉仪进行优化

设计的任务是通过计算分析,通过对干涉仪结构的优化并且选择合适的元件参数达到降低误差传递系数或单项随机测量误差的目的。

### 3.1 初始入射角的选取

在文献[5]所述的干涉仪中,光源的中心波长为

660 nm, 光斑直径为 6 mm, 平行平板的材料为 K9 玻璃, 其折射率  $n = 1.5163$ , 厚度  $h = 12 \text{ mm}$ 。为了不发生剪切干涉, 对于有固定光斑大小的入射光束需在限定的角度范围内入射<sup>[10]</sup>。由几何关系得

$$d = h \sin i / [n^2 - (\sin i)^2]^{1/2}。 \quad (7)$$

图 2 给出了间距  $d$  与初始入射角  $i$  之间的关系曲线。 $d$  存在最大值 9.03 mm 时, 对应的初始入射角  $i$  为 0.857 rad。当光斑大小为 6 mm 时, 满足  $d > 6 \text{ mm}$  的初始角的入射范围为 0.410~1.253 rad。在较大的入射范围内选择合适的初始入射角是进行高精度角位移测量的关键。初始入射角的数值可以由 CCD 测量得到的间距  $d$  间接计算。CCD 是一个对光强信息很敏感的探测器件, 角位移测量时需在暗室中进行。实验中选用的 CCD 型号为 MTV-1881EX, 由于存在缩放, CCD 像素间距等效为 9.3  $\mu\text{m}$ 。由此可知 CCD 光敏面上光强最大的像素点的探测误差  $\Delta x = 9.3 \mu\text{m}$ 。所以  $\Delta d = 2\Delta x = 18.6 \mu\text{m}$ 。

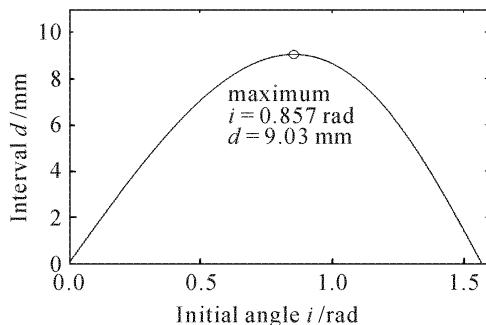


图 2 间距  $d$  与初始入射角  $i$  的关系

Fig. 2 Relationship between interval  $d$  and initial incident angle  $i$

在本干涉仪中, 正弦相位调制技术可以高精度地进行干涉信号的相位差提取, 其提取误差  $\Delta\alpha = 0.01 \text{ rad}$ <sup>[8]</sup>。根据(4)式, 并取  $\alpha = \pi$ , 图 3 给出了不同初始入射角情况下角位移测量误差情况, 对应  $d$  的赋值范围为 2~9.03 mm。其中图 3(a)对应(2)式中“±”号为负号, 即  $i \leq 0.857 \text{ rad}$  的情况, 而图 3(b)则对应为正号, 即  $i > 0.857 \text{ rad}$  的情况。从图 3(a)可知, 角位移测量误差存在最小值,  $\Delta\theta_{\min} = 8.91 \times 10^{-8} \text{ rad}$ , 此时对应的间距  $d = 8.2419 \text{ mm}$ 。根据(7)式计算初始入射角度  $i = 0.639 \text{ rad}$ 。同理, 图 3(b)中角位移测量误差的最小值  $\Delta\theta_{\min} = 6.86 \times 10^{-8} \text{ rad}$ , 对应的  $d = 8.2559 \text{ mm}$ ,  $i = 1.059 \text{ rad}$ 。对比图 3(a)与(b)可知, 初始入射角  $i > 0.857 \text{ rad}$  情况下的角位移测量误差一般要小于  $i \leq$

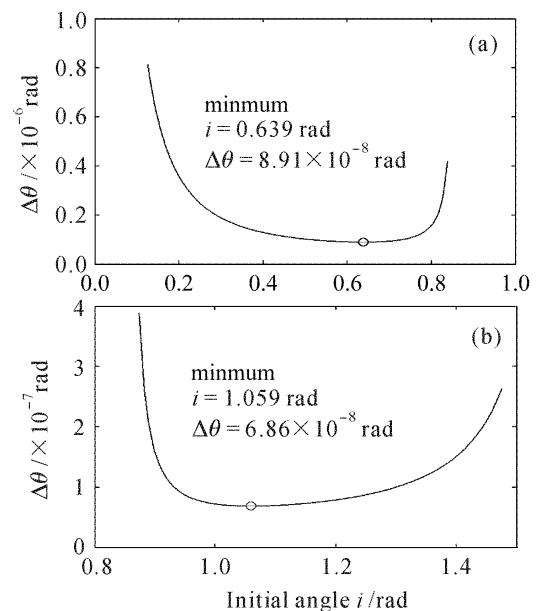


图 3 角位移测量误差在不同初始入射下的变化

Fig. 3 Change of angular displacement measurement error  $\Delta\theta$  versus different initial incident angle  
(a)  $i \leq 0.857 \text{ rad}$ ; (b)  $i > 0.857 \text{ rad}$

0.857 rad 时的角位移测量误差。因此在进行角位移测量之前, 应该按照大于 0.857 rad 的初始入射角设计干涉仪光路。计算初始入射角时, (2)式中“±”号应取为正号的情况下。在 CCD 探测精度不变的情况下, 通过优化选择初始入射角降低误差传递系数, 最终达到减小角位移测量误差的目的。

### 3.2 平行平板的折射率和厚度的选取

在本干涉仪中, 平行平板的折射率和厚度的改变直接影响角位移误差传递系数  $f_d, f_a$  的量值变化。图 4 是在  $h = 12 \text{ mm}$ ,  $\alpha = \pi$ ,  $d = 8 \text{ mm}$  的情况下做出的角位移测量误差随平行平板折射率  $n$  变化的曲线。图 5 是在  $n = 1.5163$ ,  $\alpha = \pi$ ,  $d = 8 \text{ mm}$  的情况下做出的角位移测量误差随平行平板厚度  $h$  变化的

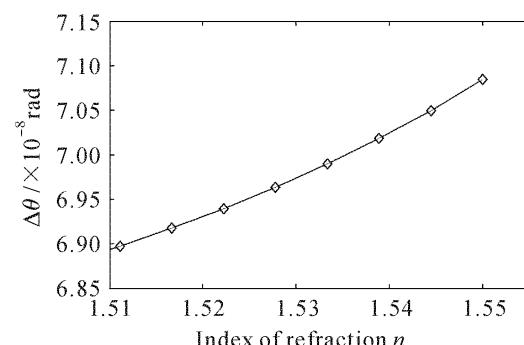


图 4 角位移测量误差与平行平板折射率的关系

Fig. 4 Relationship between angular displacement measurement error  $\Delta\theta$  and index of refraction  $n$  of plane-parallel plate

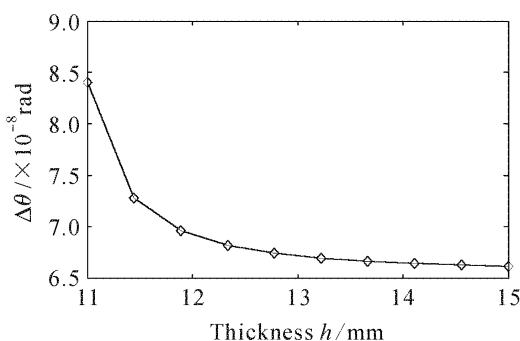


图 5 角位移测量误差与平行平板厚度的关系

Fig. 5 Relationship between angular displacement measurement error  $\Delta\theta$  and thickness  $h$  of plane-parallel plate

曲线。从图 4, 图 5 中可见, 角位移测量误差随着  $n$  的增大而增大, 随着  $h$  的增大而减小。令  $h = kn$ ,  $k$  为平行平板特征参数, 将其代入(4)式, 做出  $\Delta\theta$  与  $k$  之间的曲线关系, 如图 6 所示,  $k$  的取值范围为 11 mm/1.50~15 mm/1.55。由图 6 可知, 随着  $k$  的增大, 角位移测量误差  $\Delta\theta$  逐渐减小。但由于平行平板折射率的增大, 减缓了角位移测量误差变小的趋势, 图 6 中曲线斜率的绝对值逐渐减小正说明了这一点。因此在本干涉仪中平行平板的厚度值对角位移测量精度的影响较大, 在进行干涉仪设计时, 应选取  $k$  值较大的平行平板。又根据(7)式, 间距  $d$  是初始入射

角、平行平板的折射率和厚度的函数, 又由图 3(b)可知, 在固定的  $n$  值或  $h$  值的情况下, 入射到平行平板上的光束存在着最佳初始入射角。表 1 中列出了在不同的  $n$  值或  $h$  值情况下, 角位移测量的最小误差对应的间距  $d$ , 平行平板特征参数  $k$  以及最佳初始入射角的数值。可见, 随着平行平板折射率的减小或者厚度的增大, 最佳初始入射角对应的两平行光束间的间距  $d$  增大, 角位移测量误差减小, 但最佳初始入射角基本不变, 近似为 1.06 rad, 即 60°。因此在选取平行平板的折射率和厚度参数时, 较大的特征参数  $k$  对应的角位移测量误差较小。

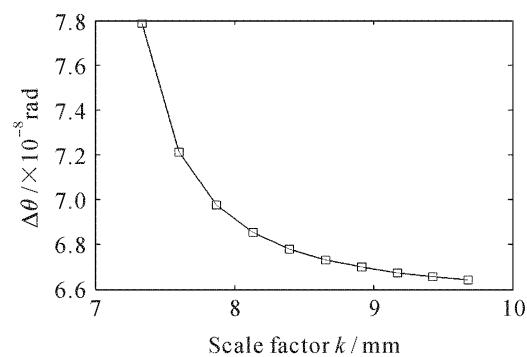
图 6 角位移测量误差  $\Delta\theta$  与平行平板特征参数  $k$  之间的关系

Fig. 6 Relationship between angular displacement measurement error  $\Delta\theta$  and scale factor  $k$  of plane-parallel plate

表 1 角位移测量误差  $\Delta\theta$ , 间距  $d$ , 平行平板特征参数  $k$  和最佳初始入射角的数值Table 1 Values of angular displacement measurement error  $\Delta\theta_{\min}$ , interval  $d$ , scale factor  $k$  of plane-parallel plate and optimal initial angle of incidence

Index of refraction $n$	Thickness / mm	Scale factor $k$ / mm	$\Delta\theta_{\min}$ / $\times 10^{-8}$ rad	$d$ / mm	Optimal initial angle of incidence / rad
1.5000	12	8.000	6.75	8.3859	1.060
1.5163	12	7.914	6.86	8.2559	1.059
1.5500	12	7.742	7.08	8.0060	1.058
1.5163	11	7.255	7.58	7.5131	1.067
1.5163	15	9.893	5.33	10.4810	1.042

### 3.3 提高相位测量的灵敏度

外界的振动、测试系统的电子噪声以及空气的扰动会对干涉信号的相位提取带来误差, 对这一影响的分析已由日本的 Osami Sasaki 教授等给出<sup>[11]</sup>: 在信噪比为 100 时, 解相精度可以达到 0.01 rad。在相位解调精度不变的前提下, 可采用光程差放大技术对干涉仪结构进行优化来提高相位测量的灵敏度。在采用光学干涉法测量微小角位移时, 光程差每变化半个波长, 干涉条纹就变化一个级次, 相位变

化  $\pi$  rad。在采用光程差放大技术后, 当光程差改变  $\lambda/2m$  时 ( $m$  为光程差放大因子, 取 2, 3, 4, …), 干涉条纹变化一个级次, 相位变化  $\pi$  rad。可见对应相同的光程差变化, 提高了相位测量的灵敏度, 如图 7 所示。引入一平面反射镜, 在实验中通过调整使得反射面上相邻光斑间的间隔相等, 进而可以使反射镜面与被测目标的反射面保持平行。入射光束入射到被测目标上, 在被测目标和反射镜之间发生多次反射, 然后从反射镜的反射面出射, 入射到平行平板

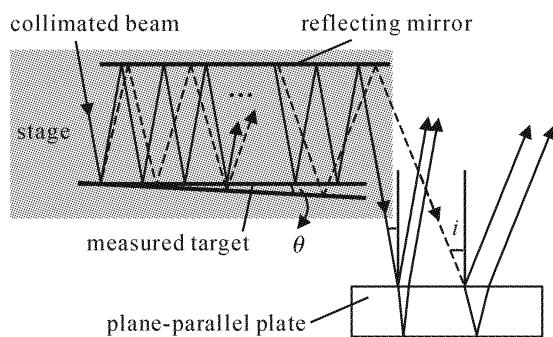


图 7 光程差放大原理图

Fig. 7 Illustrating of the amplification principle of optical path difference

上,在平行平板上发生等倾干涉。采用光程差放大技术后,角位移测量公式(3)被改写为

$$\theta(t) = \frac{\alpha(t)/m}{(8\pi h/\lambda) \sin i_1} \frac{(1 - \sin^2 i_1)^{1/2}}{(1 - n^2 \sin^2 i_1)^{1/2}}. \quad (8)$$

采用优化后的光路结构提高了相位测量的灵敏度,  $m$  值越大, 灵敏度越高。重新定义角位移测量误差  $\Delta\theta'$ , 将光程差放大因子  $m$  考虑进去, 则  $\Delta\theta' = \Delta\theta/m$ 。在有高精度测量要求的场合, 可通过增大  $m$  值来提高测量精度, 但  $m$  值不宜过大, 因为过大的放大倍数会使干涉信号的信噪比降低。在原有的  $10^{-8}$  rad 数量级的角位移测量精度的基础上, 引入光程差放大技术后, 减小了角位移测量的不确定度, 测量的可信度增强。

## 4 结 论

通过以上分析可知, 在平行平板角位移干涉测量仪中, 入射到平行平板上的初始角度存在着一个临界值, 在由这个值分隔的两个入射范围内, 角位移测量的误差传递系数不同。数值模拟表明角位移测量应在初始入射角大于该临界值的情况下进行, 并且存在最佳初始入射角, 其值约为  $60^\circ$ 。在满足干涉仪系统设计要求的前提下, 应选取材料的折射率较小且厚度较大的平行平板, 即对应的特征参数较大的情况。此外, 通过引入一平面反射镜, 同被测目

标上的反射镜构成光程差放大系统, 可以提高相位测量的灵敏度。分析表明, 在经过优化设计后的平行平板角位移干涉测量仪, 测量精度达到  $10^{-8}$  rad 数量级。

## 参 考 文 献

- Charles R. Steinmetz. Laser interferometry operates at submicrometer level [J]. *Laser Focus World*, 1990, (7): 93~98
- Shizhou Zhang, Satoshi Kiyono, Yutaka Uda. Nanoradian angle sensor and in situ self-calibration [J]. *Appl. Opt.*, 1998, 37(19): 4154~4159
- Zhang Caini, Wang Xiangzhao. Optical methods for measuring small angles [J]. *J. Optoelectronics • Laser*, 2002, 13(4): 416~419  
张彩妮, 王向朝. 微角度的光学测量[J]. 光电子·激光, 2002, 13(4): 416~419
- Ma Junshan, Wang Xiangzhao, Fang Zujie et al.. Precision angle sensor and its calibration techniques [J]. *Acta Optica Sinica*, 2001, 21(2): 232~235  
马军山, 王向朝, 方祖捷等. 精密角度传感器及其标定技术的研究[J]. 光学学报, 2001, 21(2): 232~235
- Zhang Caini, Wang Xiangzhao. Sinusoidal phase-modulating laser diode interferometer for measuring angular displacement [J]. *Opt. Eng.*, 2004, 43(12): 3008~3013
- Zhang Caini, Wang Xiangzhao. High-accuracy angular displacement measurement using sinusoidal phase-modulating Fabry-Perot interferometer [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, 24(8): 1141~1145  
张彩妮, 王向朝. 法布里-珀罗板正弦相位调制型高精度角位移测量[J]. 光学学报, 2004, 24(8): 1141~1145
- Wu Yifang. A novel sinusoidal phase-modulating laser diode interferometer based on slowly-varying approximation [J]. *Acta Optica Sinica*, 1997, 17(11): 1528~1532  
吴义芳. 以慢变化近似为基础的新型正弦相位调制半导体激光干涉仪[J]. 光学学报, 1997, 17(11): 1528~1532
- Wang Xuefeng, Wang Xiangzhao, Qian Feng et al.. Laser diode interferometer used to measure displacements in large range with a nanometer accuracy [J]. *Chinese J. Lasers*, 2001, A28(5): 455~458  
王学锋, 王向朝, 钱 锋等. 用于纳米精度大范围位移测量的半导体激光干涉仪[J]. 中国激光, 2001, A28(5): 455~458
- Osami Sasaki, Kazuhide Takahashi. Sinusoidal phase modulating interferometer using optical fibers for displacement measurement [J]. *Appl. Opt.*, 1988, 27(19): 4139~4142
- Daniel Malacara. Optical Shop Testing [M]. Second Edition. United States of America: John Wiley & Sons, Inc., 1992. 151~152
- Osami Sasaki, Hirokazu Okazaki. Analysis of measurement accuracy in sinusoidal phase modulating interferometry [J]. *Appl. Opt.*, 1986, 25(18): 3152~3158