

文章编号: 0258-7025(2007)03-0374-05

# 液晶空间光调制器的斜入射特性

叶必卿<sup>1</sup>, 陈 军<sup>2</sup>, 福智昇央<sup>3</sup>, 原 勉<sup>3</sup>

<sup>1</sup> 浙江工业大学之江学院理学系, 浙江 杭州 310024

<sup>2</sup> 浙江大学现代光学仪器国家重点实验室, 浙江 杭州 310027; <sup>3</sup> 滨松光子学株式会社, 日本 434-8601

**摘要** 对液晶空间光调制器(LC-SLM)在读出光斜入射下的理论进行了推导,建立了读出光斜入射时液晶空间光调制器的理论模型,并进行了模拟计算。以正入射时液晶空间光调制器的电压—输出光强的关系,推导出液晶空间光调制器在不同调制电压下液晶分子的转角,从而进一步计算相位差。结果表明,随着入射角的增加,液晶层的相位调制深度逐渐减小;随着分子倾角的减小,相位调制深度逐渐升高,即随着写入光的增强,加到液晶层两端的电压增加;随着入射角的增加,读出光强的初相位逐渐减小,但该初相位值并不大,即使在入射角  $10^\circ$  下达到最大,也仅为  $0.21\pi$ 。计算结果与实验数据相吻合。

**关键词** 光学器件;等效正入射法;液晶空间光调制器;斜入射

**中图分类号** O 753<sup>+</sup>.2 **文献标识码** A

## Characteristics of Liquid Crystal Spatial Light Modulator at Oblique Incidence

YE Bi-qing<sup>1</sup>, CHEN Jun<sup>2</sup>, Norihiro Fukuchi<sup>3</sup>, Tsutomu Hara<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Department of Science, Zhijiang College of Zhejiang University of Technology, Hangzhou, Zhejiang 310024, China

<sup>2</sup> The State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China

<sup>3</sup> Hamamatsu Photonics K. K., Hamakita 434-8601, Japan

**Abstract** A new calculation method is proposed for studying the characteristics of liquid crystal spatial light modulator (LC-SLM) when the incident readout light is oblique. The theoretical model is established, and the simulative results are given. According to the relationship of driving voltage to intensity of readout light at normal incidence, rotation angles of LC-SLM molecule with different modulation voltages are deduced and modulation depth is calculated. Phase modulation depth decreases with the incident angle increasing, while phase modulation depth increases with the obliquity of LC-SLM molecule decreasing, i. e., driving voltage of the LC-SLM increases with the intensity of write-in light increasing. With the incident angle increasing, initial phase of readout light decreases, but the maximal initial phase is  $0.21\pi$  at the incident angle of  $10^\circ$ . The simulative results accord with the experimental data.

**Key words** optical devices; equivalent to normal incidence; liquid crystal spatial light modulator; oblique incidence

## 1 引言

液晶空间光调制器(LC-SLM)通常工作在读出光正入射情况下,必须利用分光镜使得入射光和反射光分离,以使得到的反射光光强被极大衰减,这在一定程度上限制了它的应用。为了得到更强的反射光强,采用读出光斜入射模式是一种有效的方法。

计算液晶器件的光学特性的方法通常有 Berreman 的  $4 \times 4$  矩阵法<sup>[1]</sup>和扩展  $2 \times 2$  琼斯矩阵法<sup>[2,3]</sup>。矩阵法的基本思想是将液晶分成若干足够薄的层,在每一层中可认为液晶的指向矢是相同的,可用一个矩阵表示该层液晶的传输矩阵,则多层液晶就是多个传输矩阵的乘积。利用这个总的传输矩阵能够方便地计算出液晶的光学特性。但是由于 Berreman

收稿日期:2006-07-07;收到修改稿日期:2006-10-25

作者简介:叶必卿(1978—),女,浙江人,博士研究生,主要从事空间光调制器方面的研究。E-mail:canooye@gmail.com

导师简介:陈 军(1946—),女,浙江宁波人,教授,博士生导师,主要从事激光技术和非线性光学方面的研究。

E-mail:Chenjnl@zju.edu.cn

的  $4 \times 4$  矩阵法计算量较大, 不适用于斜入射的情况。而琼斯矩阵是建立在扭曲向列相液晶空间光调制器的基础上的, 并以对偏振的影响为主, 不适合研究相位调制模式下的平行排列向列相液晶空间光调制器。要使用  $2 \times 2$  琼斯矩阵法研究斜入射时纯相位调制, 就需要对每一层进行坐标变化, 这将是非常复杂的<sup>[4]</sup>。同时矩阵法的一个先决条件是必须知道液晶层中指向矢的分布, 而指向矢的计算需要利用弹性形变理论求解, 虽然已提出如牛顿法、退火法、差分迭代法等近似算法<sup>[5]</sup>, 但其计算量仍然较大。为此, 本文提出一种等效正入射法对空间光调制器的光学特性进行模拟, 适用于计算机控制液晶空间光调制器相位调制深度等情况。该方法利用正入射时液晶空间光调制器的电压-输出光强的关系进行计算, 得出液晶层的相位调制深度与入射角的关系、斜入射下相位调制深度与液晶分子倾角的关系、读出光强的初相位与入射角的关系等斜入射下的液晶空间光调制器的特性, 并进行了实验测量。

## 2 模拟思路及步骤

### 2.1 基本思想

等效正入射法模拟的基本思路是: 在没有外加电压的情况下, 液晶分子是沿面排列的, o 光和 e 光之间的相位差最大; 电压足够大之后, 液晶分子将垂面排列, 这时 o, e 光同方向, 不发生双折射现象, 相位差为 0; 当两端所加电压不大时, 液晶分子发生倾斜, 假设整个液晶盒中分子的倾角相同均为  $\theta$ , 如图 1(a) 所示。这虽然与液晶盒内实际的分布不同, 但这种误差可以部分消除。读出光以  $\phi_1$  角斜入射到液晶界面时, 由于发生双折射使得 e 光的传播方向向液晶分子轴靠拢(沿分子轴的折射率大于垂直于分子轴的折射率), 设此时折射角为  $\phi_2$ 。这种状态可以等效为一束光正入射到一个液晶分子倾角为  $\theta -$

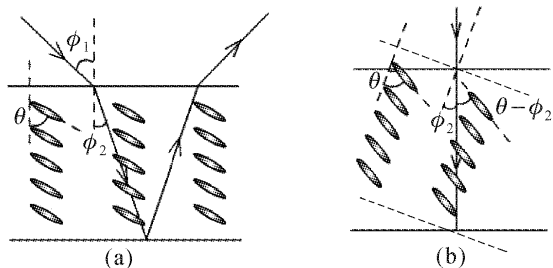


图 1 模拟的示意图

(a) 斜入射; (b) 等效正入射

Fig. 1 Schematic diagram of simulation

(a) oblique incidence; (b) equivalent to normal incidence

$\phi_2$  的液晶盒中, 如图 1(b) 所示。当读出光被介质反射镜反射后, 仍以  $\phi_2$  角通过液晶层, 但此时相当于一束光正入射到分子倾角为  $\theta + \phi_2$  的液晶盒中。当液晶盒中分子排列的倾角不同时, 液晶盒对正入射的光将产生不同的相位差, 如果计算出该相位差, 就可以等效为斜入射时的液晶盒产生的相位差。

在已知分子倾角  $\theta$  的情况下, 折射角  $\phi_2$  可以通过折射率椭球进行计算, 这样问题就归结到求分子倾角上。可以通过正入射时, 加在液晶盒两端的电压与产生的相位差的关系和液晶分子倾角与相位差的对应关系计算在不同外加电压与液晶分子的倾角的关系。通过比较, 就可知在一定外加电压下液晶分子的倾角。

由正入射时加在液晶盒两端的电压与产生的相位差的关系还可以计算出液晶的折射率椭球。这样在已知外加电压与倾角  $\theta$  的关系和折射角  $\phi_2$  后, 就能通过等效光路计算出液晶层对光的相位调制深度与入射角的关系、斜入射下相位调制深度与液晶分子倾角的关系、读出光强的初相位与入射角的关系等斜入射下的液晶空间光调制器的特性。

### 2.2 模拟步骤

1) 首先在正入射下, 计算加在液晶盒两端的电压与产生的相位差的关系, 以及液晶的折射率椭球参数。

在有写入光照时测量液晶空间光调制器出射光强随外加电压变化的电-光(E-O)曲线图, 如图 2 中虚线所示。由公式<sup>[6]</sup>  $I = (I_{\max} - I_{\min}) \sin^2(\delta/2) + I_{\min}$  可从光强的变化计算出相位差, 其中  $I_{\max}$  和  $I_{\min}$  分别为所测出光强的最大值和最小值,  $I$  为不同写入光强下的反射光光强,  $\delta$  为不同写入光强下调制器的相位差。在半峰全宽(FWHM)电压为 10 V 时出射光强达到极值, 且电压超过 10 V 后还能出现两

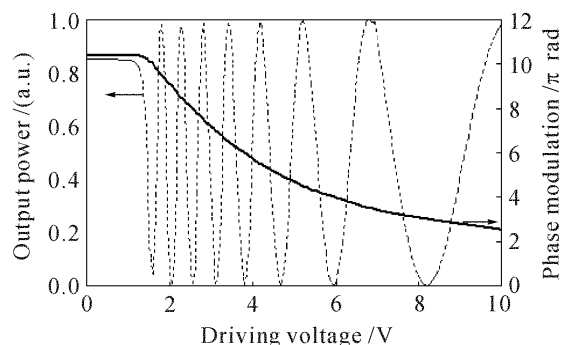


图 2 液晶空间光调制器的 E-O 曲线及不同电压下最大相位调制深度

Fig. 2 E-O characteristics and the deepest phase modulation depth of LC-SLM with different voltages

个波峰和三个波谷。这表明,半峰全宽电压在10 V 时的相位调制深度为 $2.5\pi$ 。不同电压下空间光调制器可形成的相位差 $\delta$ 如图2中实线所示,可以看出随着电压的增加,相位差逐渐减小且减小速率趋于缓和,因此光强的变化周期逐渐加长。

当无电压加载在液晶层两端时,液晶分子不发生偏转。光通过液晶层后,o光和e光之间的相位差最大为

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n 2d, \quad (1)$$

只要计算出此时的相位差就能得到该读出波长下的折射率差。在本实验中各参数为:入射光波长 $\lambda = 633 \text{ nm}$ ,液晶层厚度 $d = 11000 \mu\text{m}$ ,且已知该液晶寻常光折射率 $n_o = 1.525$ 。经过计算,最大相位差为 $10.3802\pi$ ,从而确定在该读出波长下液晶的折射率差 $\Delta n = 0.29866523$ ,因此可计算得到非常光折射率 $n_e = n_o + \Delta n = 1.824$ 。此液晶的折射率椭球可表示为

$$\frac{x^2}{1.824} + \frac{y^2}{1.525} + \frac{z^2}{1.525} = 1. \quad (2)$$

2) 其次,由上一步计算得到的液晶折射率椭球面,计算读出光正入射时在不同液晶分子倾斜角度下液晶层对光的调制度。

当液晶分子倾角为 $\theta$ 时,光的相位差的计算公式可由式(1)变形得

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} 2n_o d \left( \frac{n_e}{\sqrt{n_e \cos^2 \theta + n_o \sin^2 \theta}} - 1 \right), \quad (3)$$

图3所示为计算得到的分子倾角与相位差的关系。

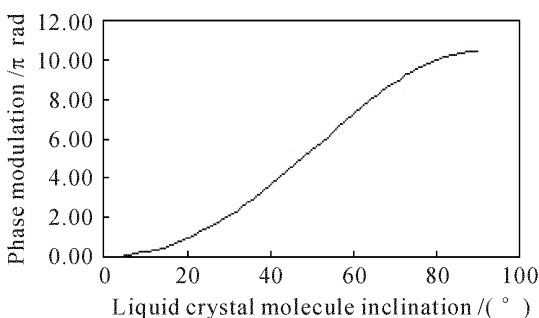


图3 相位差与分子倾角的关系

Fig. 3 Phase modulation with different obliquity of LC molecule

3) 最后,计算斜入射时液晶分子在不同偏倾角下液晶层对光的调制度。

当读出光为斜入射时,相当于光正入射到分子倾角为 $\theta - \phi_2$ 和 $\theta + \phi_2$ 的情况,因此相位调制深度的计算公式为

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{n_o d}{\cos \phi_2} \left( \frac{n_e}{\sqrt{n_e \cos^2(\theta - \phi_2) + n_o \sin^2(\theta - \phi_2)}} + \frac{n_e}{\sqrt{n_e \cos^2(\theta + \phi_2) + n_o \sin^2(\theta + \phi_2)}} - 2 \right). \quad (4)$$

利用第一步中计算得到的液晶折射率椭球面和第二步计算得到的液晶倾角 $\theta$ ,就可以计算读出光斜入射下液晶层对光的相位调制深度,如表1所示,从而计算出液晶层对光的相位调制深度与入射角的关系、斜入射下相位调制深度与液晶分子倾角的关系、读出光强的初相位与入射角的关系等斜入射下的液晶空间光调制器的特性。

表1 斜入射下液晶分子角度对应的相位差

Table 1 Modulation depth with the angle of LC molecule at oblique incidence

Molecule angle	Incident angle / (°) (reflected angle/rad)				
	10	20	30	40	45
/(°)	(0.1067)	(0.2062)	(0.2896)	(0.3650)	(0.3920)
60.0	7.179	7.193	7.205	7.213	7.215
62.6	7.707	7.680	7.643	7.601	7.580
67.0	8.411	8.324	8.215	8.101	8.048
72.1	9.129	8.974	8.785	8.593	8.504
74.2	9.375	9.195	8.978	8.757	8.656
84.5	10.218	9.947	9.625	9.303	9.159
90.0	10.340	10.055	9.717	9.380	9.229

### 3 结果及比较

用实验的测量结果与理论模拟进行了对比。在实验中所用的测量装置如图4所示。用波长为680 nm的半导体激光作为写入光,经过由透镜 $L_3, L_4$ 组成的望远镜系统扩束后照射到液晶显示器(LCD)上。液晶显示器起电寻址作用,由计算机控制。写入光通过液晶显示器照射到空间光调制器(SLM)的入射面上。He-Ne激光作为读出光经过 $L_1, L_2$ 望远镜系统准直、扩束后以 $\phi_1$ 角入射到空间

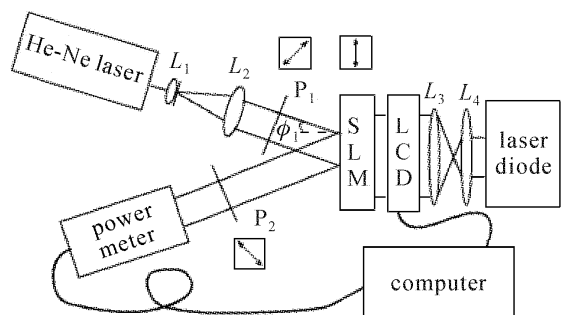


图4 液晶空间光调制器的测量装置图

Fig. 4 Setup for measuring phase modulation of SLM

光调制器的读出面,其反射光光强由功率计测出。起偏器  $P_1$  和检偏器  $P_2$  的偏振方向相互垂直且均与空间光调制器中液晶分子方向成  $45^\circ$ 。液晶空间光调制器工作在频率为 1 kHz,峰-峰电压值为 6 V 的交流电。用计算机将不同灰度值写入液晶显示器,测量在不同灰度值下反射光的光强。定义灰度值 0 时为黑色,灰度值 256 时为白色(最亮)。通过分析反射光光强就可以计算出空间光调制器的相位调制深度。

### 3.1 相位调制深度对入射角的依赖关系

定义液晶分子倾角为  $\theta$  时液晶层对光的调制度为在倾角  $\theta$  下产生的相位差与无电压时产生的相位差的差值。在本实验中液晶空间光调制器的驱动电压的半峰全宽值为 3 V,通过图 2 可以得到在该电压时相位调制深度为  $7.17\pi$ 。比较图 3,得到与  $7.17\pi$  对应的液晶分子倾角为  $60^\circ$ ,这表明驱动电压为 3 V 时液晶分子可能的最大偏倾角度为  $60^\circ$ 。当无写入光入射时液晶分子的偏倾角为  $90^\circ$ ,因此它能提供的最大相位调制深度即为液晶分子从  $90^\circ$  转到  $60^\circ$  时产生的相位差。

利用表 1 所列计算结果就可以计算不同入射角下,液晶层对光的最大相位调制深度,其结果如图 5 中实线所示,其上的离散点为实测值。可以看出实验中得到的数据与模拟得到的液晶相位差符合得较好,随着入射角度的增加,最大相位调制深度逐渐减小。

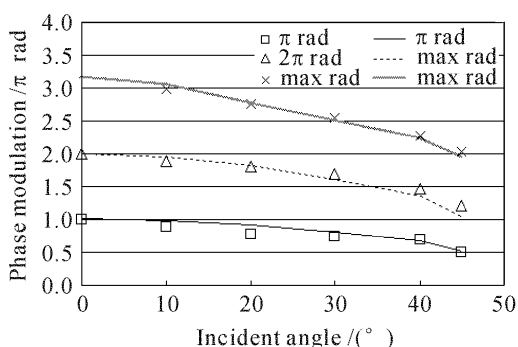


图 5 相位调制深度对入射角的依赖关系

Fig. 5 Phase modulation depth with incident angle

由于  $2\pi$  和  $\pi$  相位的调制度是实际应用中比较特殊的点,实验中也同样测量和模拟了这些相位调制深度随入射角的变化。仍然从正入射角等于零时,计算出  $\pi$  和  $2\pi$  相位调制深度分别对应于液晶分子倾角  $74.2^\circ$  和  $66.8^\circ$ 。计算不同入射角下分子倾角为  $74.2^\circ, 66.8^\circ$  时液晶层对  $o$  光和  $e$  光产生的相位差,就可以得到  $2\pi$  和  $\pi$  相位的调制度对入射角的依

赖关系,如图 5 中的下方两条曲线所示。可以看到,这些点在不同角度下,相位调制深度均发生改变,而且变化得较明显。如正入射下能产生调制度为  $2\pi$  的写入光强,在  $45^\circ$  入射时仅能产生略大于  $\pi$  的相位调制深度。由于空间光调制器在  $2\pi$  和  $\pi$  相位调制深度下工作特性完全不同,这就意味着为了保持一定的相位调制深度,读出光斜入射时写入光强需要随角度调整,其大小可以通过计算机按照上述算法计算得到。

### 3.2 相位调制深度与液晶分子倾角的关系

空间光调制器能够将写入光的光强分布转化为读出光的相位分布,就是因为不同写入光强下液晶层中的分子倾角  $\theta$  不同,从而导致相位调制深度不同。这种相位调制深度可由液晶分子倾角为  $90^\circ$  时产生的相位差与分子倾角为  $\theta$  时产生的相位差相减得到。

利用表 1 可以计算相位调制深度随液晶分子倾角变化的关系,如图 6 所示,离散点为实际测量值,曲线为理论数值计算曲线。可以看出,随着分子偏倾角的减小,相位调制深度逐渐升高,理论数值计算与实际测量结果吻合。这表明,随着写入光的增强,加到液晶层两端的电压增加,从而导致液晶分子的偏倾角减小,空间光调制器的相位调制深度增加。

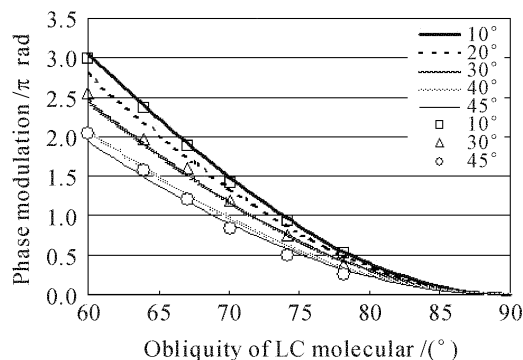


图 6 相位调制深度与液晶分子倾角的关系

Fig. 6 Phase modulation depth with obliquity of LC molecule

### 3.3 读出光强的初相位与入射角的关系

在计算相位调制深度对入射角依赖关系时发现,当读出光以不同入射角入射时,即使液晶分子倾角相同,经过液晶层后其  $o$  光和  $e$  光之间的相位差也是不同的。也就是说,当无写入光液晶分子处于偏倾角  $90^\circ$  时,读出光正入射时  $o$  光和  $e$  光间产生的相位差与斜入射时的相位差不同。正是由于这个差异,导致了光强度调制时有一个初相位,该初相位与入射角的关系如图 7 所示。可以看到,这个初相位

值并不大,即使在入射角  $10^\circ$  下达到最大,也仅为  $-0.21\pi$ ,且随着入射角的增加,该初相位逐渐减小,这与实际测得的结果相符<sup>[7]</sup>。

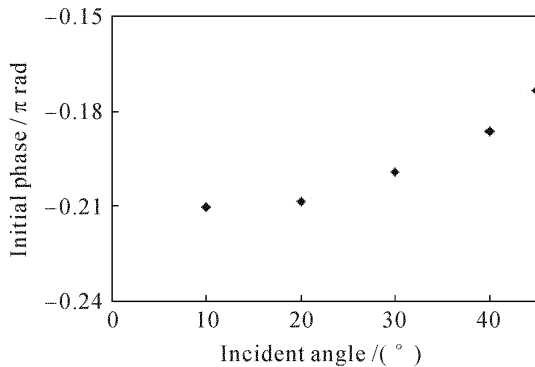


图 7 读出光强的初相位与入射角的关系

Fig. 7 Initial phase of readout light with incident angle

## 4 结 论

读出光斜入射是一种得到更强的读出光强的有效方法。用一种全新的思路对液晶空间光调制器在读出光斜入射下的理论进行了推导,建立了读出光斜入射的液晶空间光调制器的理论模型,并进行了模拟计算。结果表明,计算结果与实验结果相吻合,随着入射角的增加,液晶层的相位调制深度逐渐减小;随着分子倾角的减小,相位调制深度逐渐升高;随着入射角的增加,读出光强的初相位逐渐减小。该方法在计算液晶分子在某倾角下所对应的相位调制深度时,由于模型中液晶分子的分布和实际并不完全一致,会造成误差。但由于在计算特定电压下

液晶分子的最大倾角时应用的是同样模型,因此这种误差在最后的模拟中被部分消除。可以说,理论得到的液晶分子最大倾角,并不是利用连续体理论指出的最大倾角,而是液晶分子倾角的一个加权平均值。该法简单、直观、计算量小,对制造与设计该类液晶空间光调制器以及利用计算机优化其各种特性起到指导作用。

## 参 考 文 献

- 1 H. Wöhler, G. Haas, M. Fritsch *et al.*. Faster  $4 \times 4$  matrix method for uniaxial inhomogeneous media [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1988, **5**(9):1554~1557
- 2 Claire Gu, Pochi Yeh. Extended Jones matrix method II [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1993, **10**(5):966~973
- 3 A. Lien. Extended Jones matrix representation for the twisted nematic liquid-crystal display at oblique incidence [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 1990, **57**(26):2767~2769
- 4 Chen Xiyuan, Shan Ming. Jones matrix with slanting incident wave [J]. *J. Liaoning University of Petroleum & Chemical Technology*, 2004, **24**(4):93~96  
陈西园,单明.斜入射条件下的琼斯矩阵[J]. *辽宁石油化工大学学报*, 2004, **24**(4):93~96
- 5 Ge Aiming, Sui Zhan, Su Junhong. Research on characteristics of amplitude modulation of a reflective liquid crystal on silicon device [J]. *Chinese J. Lasers*, 2005, **32**(3):346~350  
葛爱明,隋展,苏俊宏.反射式液晶器件振幅调制特性的研究[J]. *中国激光*, 2005, **32**(3):346~350
- 6 Naohisa Mukozaka, Biqing Ye, Narihiro Yoshida. Spatial temporal analysis of electrically-addressable phase-only spatial light modulator [J]. *Opt. Review*, 2003, **10**(5):361~365
- 7 Ye Biqing, Chen Jun, Norihiro Fukuchi *et al.*. Oblique-incidence characteristic of parallel-aligned nematic-liquid-crystal spatial light modulator [J]. *Chinese J. Lasers*, 2006, **33**(5):587~590  
叶必卿,陈军,福智昇央等.斜入射液晶空间光调制器的特性[J]. *中国激光*, 2006, **33**(5):587~590