

文章编号: 0258-7025(2007)11-1538-05

轴棱锥椭圆加工误差产生畸变 无衍射光束的修正

江新光, 吴逢铁, 刘 彬

(华侨大学信息科学与工程学院, 福建 泉州 362021)

摘要 轴棱锥的斜入射和加工误差对产生零阶贝塞耳光的光束质量有很大影响, 而轴棱锥的加工误差常常是轴棱锥圆形横截面被加工成椭圆。由衍射理论和几何光学方法出发, 分析了圆轴棱锥的斜入射和椭圆轴棱锥的正入射对产生贝塞耳光束质量影响的等价性。根据理论计算, 模拟了圆轴棱锥的斜入射和椭圆轴棱锥加工误差的衍射光斑图。提出利用轴棱锥旋转法修正椭圆轴棱锥对无衍射贝塞耳光束质量的影响, 获得了近似理想的贝塞耳光束, 理论分析与模拟和实验结果基本相符。

关键词 激光光学; 椭圆轴棱锥; 光束畸变; 贝塞耳光束

中图分类号 TN 012 **文献标识码** A

Modification of Aberration Nondiffraction Beams in Manufacture Error of Elliptical Axicon

JIANG Xin-guang, WU Feng-tie, LIU Bin

(College of Information Science & Engineering, Huaqiao University, Quanzhou, Fujian 362021, China)

Abstract Beam's oblique incidence and manufacture error of an axicon have a great influence on the quality of zero-order Bessel beams. Generally, the manufacture error is that the cross section of the axicon is not a circle but an ellipse. Based on the diffraction and geometry optics, the quality equivalence between the beam's oblique incidence in a circular axicon and beams incidence in vertical angle in an elliptical axicon are analyzed. The diffractive optical patterns in oblique illumination on a circular axicon and the manufacture error in an elliptical axicon were simulated according to the calculation. The method to modify the influence on the nondiffraction Bessel beam of an elliptical axicon by rotating the axicon is proposed and the approximately perfect Bessel beams are obtained. The experimental result agrees with the theoretical analysis and numerical simulation.

Key words laser optics; elliptical axicon; beam aberration; Bessel beam

1 引 言

利用轴棱锥是实现近似无衍射光束最为有效的方法之一^[1], 它具有装置简单和转换效率高等优点^[2]。然而, 为了得到高质量的近似无衍射光束, 入射到轴棱锥的光必须严格垂直入射, 入射光的微小倾斜, 都将会改变无衍射区域的光强分布^[3,4]; 同样, 轴棱锥加工过程中微小的误差也会对贝塞耳光

束质量产生很大影响。其中圆对称加工误差会使轴棱锥的衍射光场轮廓发生改变, 但中心光斑最大峰值位置未偏离衍射图形的中心位置^[5]; 而非圆对称加工误差比较复杂, 这里只讨论其横截面由圆加工成椭圆的情况。最近我们发现轴棱锥椭圆加工误差会使无衍射贝塞耳光束产生畸变, 但未提出消除光束畸变的方法^[6]。本文由衍射理论和几何光学出发, 提出只要圆形轴棱锥斜入射的角度跟椭圆轴棱

收稿日期: 2007-05-18; 收到修改稿日期: 2007-07-02

基金项目: 国家自然科学基金(6047741)和福建省自然科学基金(A0710011, A0410017)资助项目。

作者简介: 江新光(1983—), 男, 江西人, 硕士研究生, 主要从事光束传输与控制的研究。E-mail: xgjiang@126.com

导师简介: 吴逢铁(1958—), 男, 福建人, 教授, 博士, 主要从事光束传输与控制、短脉冲及其非线性效应的研究。

E-mail: ftwu@public.qz.fj.cn

锥加工误差参数相匹配, 它们对光束衍射效果的影响是等同的。因此, 对一截面被加工成椭圆的轴棱锥, 可以利用旋转轴棱锥法旋转相应的匹配角度, 旋转后的轴棱锥相当于椭圆轴棱锥的斜入射, 这跟圆形轴棱锥的正入射是等效的, 从理论上修正了加工误差引起的光束畸变。同时通过实验进行验证, 理论分析与模拟和实验结果基本吻合, 修正后光束分布近似理想零阶贝塞耳光束分布。研究结果大大提

高了利用轴棱锥产生近无衍射光束的实用性。

2 理论分析

2.1 椭圆轴棱锥的正入射

对椭圆轴棱锥来说, 可利用菲涅耳衍射积分近似理论来计算轴棱锥后面的光强分布。在距轴棱锥 z 处的 (x, y) 观测平面上, 其电场分布为^[7]

$$E(x, y, z) \propto \frac{1}{z} \iint_A \exp \left\{ ik \left[\frac{x'^2 + y'^2}{2z} - \frac{xx' + yy'}{z} - \alpha(x'^2 + \beta y'^2)^{1/2} \right] \right\} dx' dy', \quad (1)$$

式中 A 为光入射到椭圆轴棱锥上的范围, $k = 2\pi/\lambda$ 为波数, λ 为波长, $\alpha = \sin\psi$ (ψ 为轴棱锥的顶点锥角), $\beta(\beta = y/x)$ 为椭圆轴棱锥在 y 和 x 方向的轴长度比。

2.2 圆轴棱锥的斜入射

对于圆形轴棱锥, 在不改变入射光情况下, 如果旋转轴棱锥 φ 角度, 将导致圆轴棱锥的斜入射。在这种情况下, 利用菲涅耳 - 基尔霍夫衍射积分理论可以计算出经过轴棱锥后的电场分布

$$E(x, y, z) \propto \iint_A \exp(iky' \sin\varphi) \frac{\exp[ikr(x', y', x, y)]}{r(x', y', x, y)} \times \exp[-ik\phi(x', y')] dx' dy', \quad (2)$$

式中第一项指数项描述了轴棱锥前的相位改变, $\phi(x', y') = \alpha(x'^2 + y'^2)^{1/2}$ 为圆轴棱锥的相位函数。距离 r 表示为

$$r = [(z_0 - y' \sin\varphi)^2 + (x - x')^2 + (y - y' \cos\varphi)^2]^{1/2}, \quad (3)$$

且有

$$r_0 = (z_0^2 + x^2 + y^2)^{1/2}. \quad (4)$$

对(2)式中分母项可以设 $r \approx r_0 \approx z_0$, 而指数项需要更精确的近似计算。利用泰勒级数把平方根项展开。其中前两项可以应用菲涅耳近似计算, 为了提高计算精度将泰勒展开式中的第三项也计算在内, 考虑到 z_0 的数量级 ($z_0 \gg x', y', x, y$), 只需取 $-y'^2 z_0^2 \sin^2\varphi / 2r_0^3$ 项, 并近似表示为 $-y'^2 \sin^2\varphi / 2z_0$, 则 r 可表示为

$$r \approx r_0 + \frac{x'^2 + y'^2 - y'^2 \sin^2\varphi}{2r_0} - \frac{xx' + (y \cos\varphi + z_0 \sin\varphi)y'}{r_0}, \quad (5)$$

把(5)式和相位函数代入到(2)中, 简化计算可以得到衍射积分公式

$$E(x, y, z) \propto \frac{1}{z} \iint \exp \left\{ ik \left[\frac{x'^2 + y'^2 \cos^2\varphi}{2z_0} - \frac{xx' + yy' \cos\varphi}{z_0} - \alpha(x'^2 + y'^2)^{1/2} \right] \right\} dx' dy', \quad (6)$$

利用积分变量变换, $x' = X', y' \cos\varphi = Y'$, 因 $\beta \cos\varphi = 1$, 可以得到

$$E(x, y, z) \propto \frac{1}{z} \iint_A \exp \left\{ ik \left[\frac{X'^2 + Y'^2}{2z} - \frac{xX' + yY'}{z} - \alpha(X'^2 + \beta Y'^2)^{1/2} \right] \right\} dX' dY', \quad (7)$$

比较(7)和(1)式知道这两个积分式具有相同的积分形式, 说明经过轴棱锥后光强的分布以及变化是相同的, 即圆轴棱锥的斜入射和椭圆轴棱锥的正入射对光束产生的畸变效果是相同的。

2.3 椭圆轴棱锥的衍射光场

对加工成椭圆的轴棱锥, 从加工误差出发推导其衍射光场的分布。椭圆轴棱锥及参数如图 1 所示, 设椭圆的长半轴为 R , 短半轴为 R' , ϵ 为长半轴与短半轴的差值, 即 $\epsilon = R - R'$ ($\epsilon > 0$), θ 表示椭圆方程, 当 ϵ 很小时 $\tan\gamma \approx \gamma$, 且

$$\gamma(\theta, \epsilon) \approx \frac{h}{\{(R \cos\theta)^2 + [(R - \epsilon) \sin\theta]^2\}^{1/2}} \approx \frac{h}{R - \epsilon \sin^2\theta}, \quad (8)$$

已知轴棱锥的振幅透过率

$$t(\rho) = \begin{cases} \exp[-ik(n-1)\gamma\rho] & (\rho \leq R) \\ 0 & (\rho > R) \end{cases}, \quad (9)$$

以场分布为 $E(\rho) = \exp(-\rho^2/w^2)$, 光腰半径为 w 的高斯光入射, 经过轴棱锥后的衍射光场可表示为

$$E(r, \phi, z) \propto \frac{1}{\lambda z} \int_0^{2\pi} \left\{ \int_0^R \rho \exp(-\rho^2/w^2) \exp\left\{ ik \left[\frac{\rho^2}{2z} - (n-1)\gamma(\theta, \epsilon)\rho - \frac{r\rho \cos(\theta - \phi)}{z} \right] \right\} d\rho \right\} d\theta, \quad (10)$$

利用稳相法以及近轴近似可以简化积分

$$E(r, \phi, z) \propto \sqrt{\lambda z} \int_0^{2\pi} \left[(n-1) \frac{h}{R - \epsilon \sin^2 \theta} z + r \cos(\theta - \phi) \right] \exp \left[-\frac{(n-1)^2 h^2 z^2}{w^2 (R - \epsilon \sin^2 \theta)^2} \right] \times \exp \left\{ -ik \left[\frac{(n-1)^2 h^2 z}{2(R - \epsilon \sin^2 \theta)^2} \right] + \frac{(n-1)hr \cos(\theta - \phi)}{R - \epsilon \sin^2 \theta} \right\} d\theta, \quad (11)$$

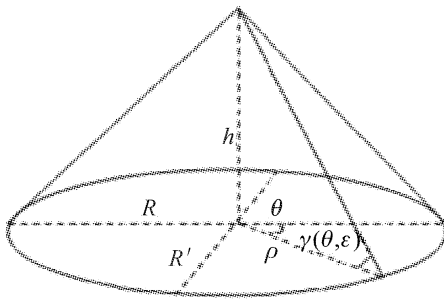


图 1 椭圆轴棱锥及参数图

Fig. 1 Elliptical axicon and its parameters

既然椭圆轴棱锥的正入射和圆轴棱锥的斜入射对光束质量的影响是等同的,那么对加工成椭圆的轴棱锥,其衍射光束畸变就可以利用旋转相应匹配角来修正,下面由几何光学分析这一方法的可行性。

在图 2 中,存在 $\epsilon = R(1 - \cos\varphi)$ 。从图 2 中可以清楚地看到,如果一束准直光以 φ 角斜入射到一圆形轴棱锥上,则它在垂直光轴平面上的投影就是椭圆,这相当于椭圆轴棱锥的垂直入射。

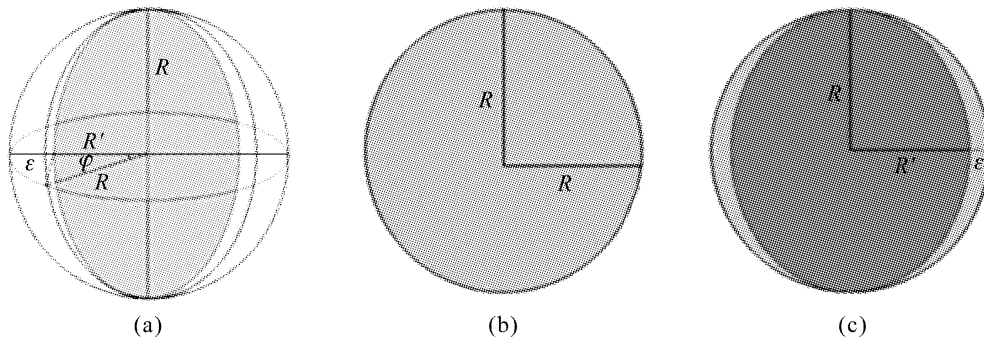


图 2 加工误差参数 ϵ 和旋转匹配角 φ 的关系

Fig. 2 Relation between parameter of manufacture error ϵ and rotating matching angle φ

同理,当轴棱锥的横截面被加工成了椭圆,若一束准直光垂直入射到轴棱锥上,则其后面的无衍射区光场会发生改变,如果以对应长轴为旋转轴将轴棱锥旋转与加工误差参数 ϵ 匹配的角度 φ 后,它就相当于圆轴棱锥的垂直入射。同样,加工误差参数 ϵ 匹配的角度 φ 满足 $\epsilon = R(1 - \cos\varphi)$ 。这样从理论上

就可以修正椭圆加工误差带来的光束畸变的影响。

3 模拟分析和实验结果

根据公式(11)可以得到满足条件 $z < z_{\max}$ (z_{\max} 是轴棱锥产生近似无衍射光束的最大准直距离)的衍射光场的光强为

$$I(r, \phi, z) \propto \lambda z \left| \int_0^{2\pi} \left[(n-1) \frac{h}{R - \epsilon \sin^2 \theta} z + r \cos(\theta - \phi) \right] \exp \left[-\frac{(n-1)^2 h^2 z^2}{w^2 (R - \epsilon \sin^2 \theta)^2} \right] \times \exp \left\{ -ik \left[\frac{(n-1)^2 h^2 z}{2(R - \epsilon \sin^2 \theta)^2} \right] + \frac{(n-1)hr \cos(\theta - \phi)}{R - \epsilon \sin^2 \theta} \right\} d\theta \right|^2. \quad (12)$$

图 3 数值模拟了不同椭圆加工误差 ϵ (匹配旋转角 φ) 的衍射光斑图,由实验参数进行理论模拟,参数为: $z = 200 \text{ mm}$, $R = 10 \text{ mm}$, $\gamma = 2^\circ$ (则 $h = R \tan\gamma$), $n = 1.458$, $w = 10 \text{ mm}$, $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ 。

另一方面,进行了圆轴棱锥斜入射的实验。实验中采用 3 mW He-Ne 激光(波长 632.8 nm)作为光源,输出光经过透镜扩束准直后正入射到锥角 $\gamma = 2^\circ$ 的石英轴棱锥(折射率为 1.458)上,光束经轴

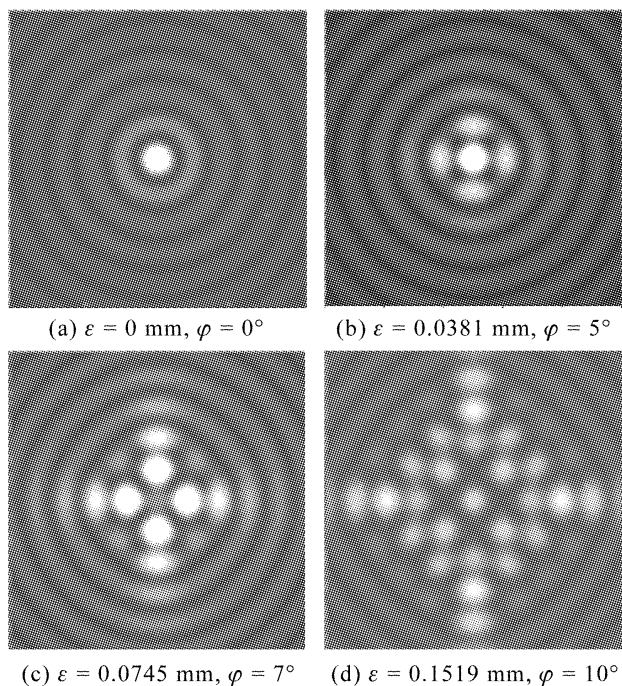


图3 理论模拟不同椭圆加工误差轴棱锥的衍射光斑图

Fig. 3 Diffraction beam patterns of different manufacture error of elliptical axicon by theoretical simulation

棱锥变换成有限束宽贝塞耳光束。其中在轴棱锥前紧贴一个半径10 mm的光阑,横截面上的光束光斑图使用 MOTIC 公司的 SMZ-168TL CCD 体视显微镜拍摄得到。拍摄时首先将光斑投射到旋转屏上,然后使用具有 40 倍放大功能的 CCD 体视显微镜拍摄,可获得横截面上光束光斑的精细图样。

在 $z = 200$ mm 处拍摄圆轴棱锥正入射 ($\varphi = 0^\circ$) 产生的无衍射光斑图,并依次旋转轴棱锥 $5^\circ, 7^\circ, 10^\circ$ 拍摄相应的光斑图,结果如图 4 所示。

图 3 的理论模拟和图 4 的实验结果相当吻合,这证明了椭圆轴棱锥的正入射与圆轴棱锥的斜入射是等价的。在此基础上就可以对椭圆加工误差的轴棱锥引起的光束畸变进行修正。

图 5(a) 给出了棱角 $\gamma = 2^\circ$, 存在加工误差的轴棱锥在最大准直范围内正入射产生的贝塞耳光束的光斑图,比较模拟中的光斑图,可以知道加工误差 ϵ 的值在 0.038 mm 左右,而对应的匹配角 φ 在 5° 左右。因此我们以相应椭圆轴为旋转轴,旋转轴棱锥 5° 并微调旋转角度,再用 CCD 拍摄旋转轴棱锥后的最佳衍射光斑图,如图 5(b) 所示,即修正后的光斑图。

从实验拍摄的光斑图 5 中可以看到,椭圆加工误差的轴棱锥产生的零阶贝塞耳光中心光斑出现了

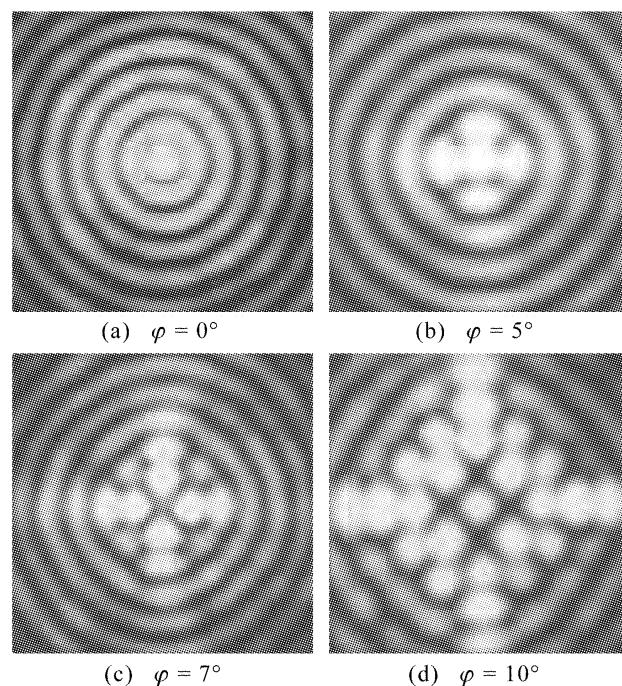


图4 不同入射角经过圆轴棱锥的衍射光斑图

Fig. 4 Diffraction beam patterns of different incident angle of circular axicon

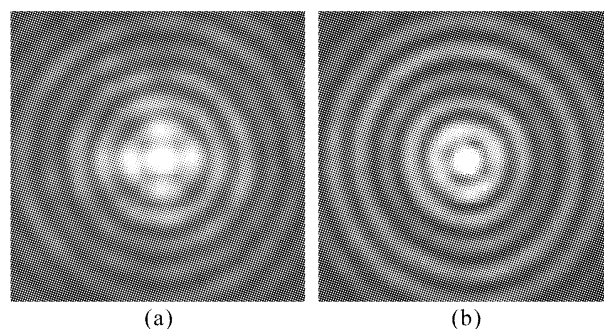


图5 椭圆加工误差轴棱锥衍射光斑图(a)和修正后的衍射光斑图(b)

Fig. 5 Diffraction beam patterns (a) and modified beam patterns (b) of elliptical axicon

4 分裂(如图 5(a)),利用旋转轴棱锥法把椭圆轴棱锥旋转相应匹配角后,输出为近似理想的无衍射零阶贝塞耳光束如图 5(b)所示。这与理论分析的结果非常吻合,因此可以利用上述方法来估算椭圆加工误差的大小并修正误差造成的光束畸变。

4 结果与讨论

从上面可以看到,在 $\epsilon = 0$ 的情况下,即理想加工的圆轴棱锥,理论模拟和实验结果都是近似无衍射的零阶贝塞耳光强分布。随着 ϵ 的增大,可以看到中心光斑会慢慢向外环分裂成对称的光斑,当 ϵ 达到 0.0381mm 时(相应 $\varphi = 5^\circ$),在中心光斑四周的第

二环处分裂成 4 个光斑;当 $\epsilon = 0.1519$ mm 时,光斑图形形成了规则排列的光斑阵列。这些有规则光格可用于光子晶体制造,在生物医学领域的研究中可以用来产生多光束光镊,同时捕获和操纵多个微小粒子,扩展了普通单光束光镊的用途^[8]。

对加工成椭圆的轴棱锥,利用旋转轴棱锥法改变入射光相应加工误差的匹配角度,修正后的贝塞耳光束光斑图为近似理想的零阶无衍射贝塞耳光束光斑图。实验结果跟理论分析结果非常吻合,修正后光束质量非常理想。

5 结 论

利用轴棱锥法产生近似无衍射贝塞耳光束时,轴棱锥微小加工误差和光束的斜入射都会对轴棱锥产生零阶无衍射贝塞耳光的光束质量产生很大影响,且随着这种加工误差和入射角的增大而增大。讨论了轴棱锥横截面加工成椭圆的轴棱锥对光束畸变的影响,并提出利用旋转轴棱锥法来修正由这种加工误差带来的光束畸变,修正后的衍射光束为近似理想的零阶贝塞耳光束,理论分析和实验吻合得非常好。同时还可以利用旋转轴棱锥来修正轴棱锥因像散而导致的光束畸变^[4]。

参 考 文 献

- 1 M. V. Pérez, C. Gómez-Reino, J. M. Cuadrado. Diffraction patterns and zone plates produced by thin linear axicon [J]. *Optica Acta*, 1986, **33**(9):1161~1176
- 2 M. de Angelies, L. Cacciapuoti, G. Pierattini *et al.*. Axisly symmetric hollow beams using refractive conical lenses [J]. *Opt. & Laser Eng.*, 2003, **39**:283~291
- 3 Zhao Bin, Li Zhu. Diffraction property of an axicon in oblique illumination [J]. *Appl. Opt.*, 1998, **37**(13):2563~2568
- 4 Takuo Tanaka, Sadahiko Yamamoto. Comparison of aberration between axicon and lens [J]. *Opt. Commun.*, 2000, **184**:113~118
- 5 Zhou Liping, Zhao Bin, Li Zhu. Influence of manufacture error of an axicon on beam transmission [J]. *J. Huazhong Univ. of Sci. & Tech.*, 2001, **29**(3):61~63
周莉萍,赵 斌,李 柱. 圆锥透镜加工误差对光束传输变换的影响[J]. 华中科技大学学报, 2001, **29**(3):61~63
- 6 Zeng Xiahui, Wu Fengtie, Xing Xiaoxue *et al.*. Influence of the manufacture error with non-circular symmetry in an axicon on the Bessel beams quality [J]. *Chinese J. Lasers*, 2006, **33**(6):809~813
曾夏辉,吴逢铁,邢笑雪等. 轴棱锥非圆对称加工误差对贝塞耳光束质量的影响[J]. 中国激光, 2006, **33**(6):809~813
- 7 Max Born, Emil Wolf. Trans. by Yang Xiasun *et al.*. Principles of Optics [M]. 7th edit. Beijing: Publishing House of Electronic Industry, 2006
M. 波恩, E. 沃耳夫 著. 杨葭荪等译. 光学原理[M]. 第七版. 北京:电子工业出版社, 2006
- 8 Lei Ming, Yao Baoli. Theoretical and experimental studies on multi-beam interference by using pyramid lens [J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(5):757~762
雷 铭,姚保利. 多棱锥镜产生多光束干涉场的理论和实验研究[J]. 光学学报, 2006, **26**(5):757~762