

文章编号: 0258-7025(2006)Supplement-0252-04

有限差分法计算弯曲光波导中光脉冲的传输

李小东, 冯国英, 高耀辉, 李 斌, 韩敬华

(四川大学光电技术系, 四川 成都 610064)

摘要 数值求解了波导中的本征场。介绍了弯曲光波导, 给出了波导弯曲时其折射率分布的数学模型。并采用时域有限差分的方法(FDTD)计算分析了弯曲光波导中光脉冲的传输。通过数值计算, 给出了在不同弯曲半径的情况下, 光脉冲进入弯曲波导传输的演变, 在弯曲波导中的传输及其能量损耗情况。弯曲半径越小, 光脉冲偏移变形也越严重, 其能量损耗也越严重。波导的弯曲在集成光学、光学检测等方面有广泛的应用。

关键词 弯曲光波导; 弯曲损耗; 时域有限差分; 模式

中图分类号 TN012; TN252 **文献标识码** A

Calculate and Analysis Curved Optical Waveguide with FDTD

LI Xiao-dong, FENG Guo-ying, GAO Yao-hui, LI Bin, HAN Jing-hua

(Department of Optoelectronics, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610064, China)

Abstract The intrinsic field of the waveguide by numeric solution is calculated. The mathematical model of bend waveguide refractive index is given. The curved optical waveguide is calculated analyzed with FDTD. By numeric calculation, the evolution of the pulse entering the bend waveguide, the pulse propagating in bend waveguide and its energy loss in the condition of different bend radius are obtained. The smaller the bend radius is, the more noticeable of the pulse moves and deforms, the more serious the energy loss. The bended waveguide is widely used to integrate optics and optical detection. etc.

Key words bend optical waveguide; bending loss; FDTD; mode

1 引 言

一般在求解光波导中的模式时,总是假设波导是无限长且是直线形的。但实际上并非如此,波导在实际使用时总是会或多或少地产生弯曲,尤其是在集成光学元件中,弯曲光波导使用的更多。原本在波导中传输的本征模将会由于波导弯曲转变为泄露模甚至辐射模,从而引起光波导的弯曲损耗。目前用于分析弯曲损耗的方法很多,主要有本征值展开法、保角变换法、直波导近似法、有效折射率法等,还提出了各种解析的表达式来评价弯曲损耗,但对弯曲光波导中的光模式及其随距离的演化情况则少见报道。本文应用差分理论,将计算光波导的传播常数及其特征模式转化为求解矩阵特征值和特征向量,降低了求解难度,精确计算了弯曲光波导中的传播常数和所对应的模式及其传输情况。

2 理论模型

在弱导近似条件下,得到 Helmholtz 方程

$$\nabla^2 E + k_0^2 n^2(x, y)E = 0, \quad (1)$$

假设电场 E 有如下形式

$$E(x, y, z) = u(x, y, z)\exp(-i\beta z), \quad (2)$$

式中 β 为传播常数。将(2)式代入(1)式,并考虑到傍轴近似后可得

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 2i\beta \frac{\partial u}{\partial z} + (k^2 - \beta^2)u = 0, \quad (3)$$

其中波数 $k = k_0 n(x, y)$ 。

现在我们要确定传输常数 β 及其对应的模式。考虑傍轴近似,忽略 u 关于 z 项的一阶偏导项,得到

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (k^2 - \beta^2)u = 0, \quad (4)$$

利用有限差分法可以数值求解(4)式。采用五点差分格式,差分网格如图 1(a)所示。

五点差分格式的表述形式为

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{u_{m-1}^n - 2u_m^n + u_{m+1}^n}{h_x^2}, \quad (5a)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{u_m^{n-1} - 2u_m^n + u_m^{n+1}}{h_y^2}, \quad (5b)$$

作者简介: 李小东(1981—),男,河北张家口人,四川大学光电技术系硕士研究生,主要从事光波导传输等方面的研究。

E-mail: lixd_312@sohu.com

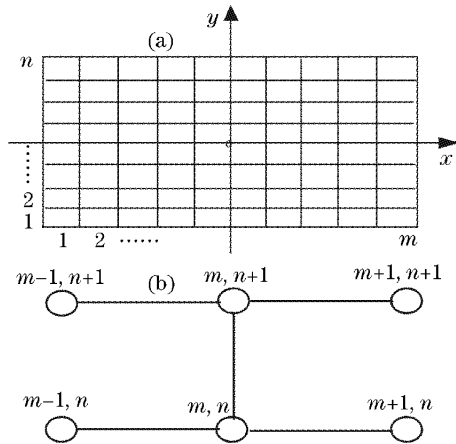


图1 (a) 计算传播常数及本征模场的差分网格;
(b) 计算光脉冲传输时的差分网格

Fig. 1 (a) Difference mesh of the calculation of propagation constant and intrinsic mode; (b) difference mesh of calculation of the pulse propagation

式中 h_x, h_y 分别为 x, y 方向的计算步长, m, n 为 x, y 方向的差分格点数。将(5)式代入(4)式, 按照图1(a)的差分网格可将(4)式写为下列矩阵形式

$$\mathbf{A}U = \beta^2 U, \quad (6)$$

其中矩阵 \mathbf{A} 包含了光波导的尺寸、折射率分布等信息, β^2 与 U 即是矩阵 \mathbf{A} 的特征值和对应的特征向量。在数学上可方便地求解矩阵 \mathbf{A} 的特征值和特征向量, 即可得到光波导中的传播常数和所对应的模式。

得到了波导中的传播常数及本征模式, 我们就研究这些本征模式的传输特性。为了简化计算并更直观地反映光在波导中的传输, 用一维的模场分布来进行传输

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2i\beta \frac{\partial u}{\partial z} + (k^2 - \beta^2)u = 0, \quad (7)$$

其中

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{h_z}, \quad (8)$$

h_z 为 z 方向的计算步长。当波导弯曲时, 其折射率会随弯曲而改变, 我们用下式来描述其变化规律^[2], 为了提高计算精度, 这里取到二阶展开项

$$n_e = ne^{x/R} \approx n \left[1 + \frac{x}{R} + \frac{(x/R)^2}{2!} \right]. \quad (9)$$

图2中, n 是直波导中的折射率, R 为光波导弯曲的曲率半径。把(9)式代入(7)式, 可以将其按照图1(b)的差分网格, 将(7)式写成 Crank-Nicholson 隐式差分形式

$$\mathbf{B}U_m^{n+1} = \mathbf{D}, \quad (10)$$

m, n 分别为 x 方向和 z 方向的差分格点数。矩阵 \mathbf{B} 包

含了波导的特性参量, 矩阵 \mathbf{D} 由 U_m^n 决定。从(10)式可以看出, 第 $n+1$ 层的模场分布可以由第 n 层的模场分布递推确定。

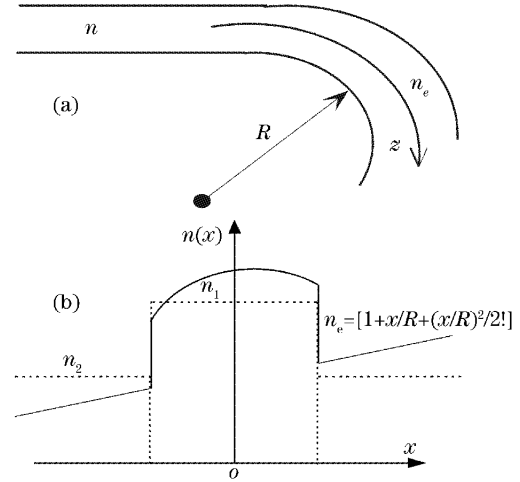


图2 弯曲光波导及其折射率分布

Fig. 2 Bend waveguide and its distribution of the refractive index

为了消除在波导边界处波的反射, 我们用透明边界条件加以处理^[3], 使边界处没有反射, 能量只能流出计算区。边界处的模场分布可以写为

$$U = U_0 \exp(ik_x x), \quad (11)$$

其中 k_x 的实部决定了能量的流动方向。可以用(12)式来确定 k_x

$$U_{m+1}^n = U_m^n \exp(ik_x h_x), \quad (12)$$

对左边界, 必须限制 k_x 的实部为正, 以确保能量只能向外辐射。如果 k_x 的实部为负, 则将其置为0。右边界的处理相似。

弯曲损耗可按式计算

$$2\Gamma = -\frac{1}{h} \ln \left[\frac{P(z+h_z)}{P(z)} \right], \quad (13)$$

其中 $P(z+h_z), P(z)$ 分别为 $z+h_z$ 和 z 处的光功率。

3 结果与分析

用计算机模拟求解(6)式, 假设所计算的波导外径为 $100 \mu\text{m}$, 中心导波区是边长 $10 \mu\text{m}$ 的正方形区域。导波区折射率 $n_1 = 1.503$, 包层折射率 $n_2 = 1.5$, 入射光波长 $\lambda = 1.3 \mu\text{m}$ 。

图3是差分计算的光波导本征模式, 与传统的解析结果厄米-高斯函数形式完全吻合。其中, 图3(a)为基模, (c), (d), (e)为高阶模。但是由于差分计算得到的模场分布不能象传统理论中的模式种类及其

场分布具有对应关系,即不能确定本征值是哪个模式的本征值。

从图 4(a)可以看出,光脉冲在弯曲波导中传输时,会产生偏移,弯曲半径越小,偏移越多;图4(b),

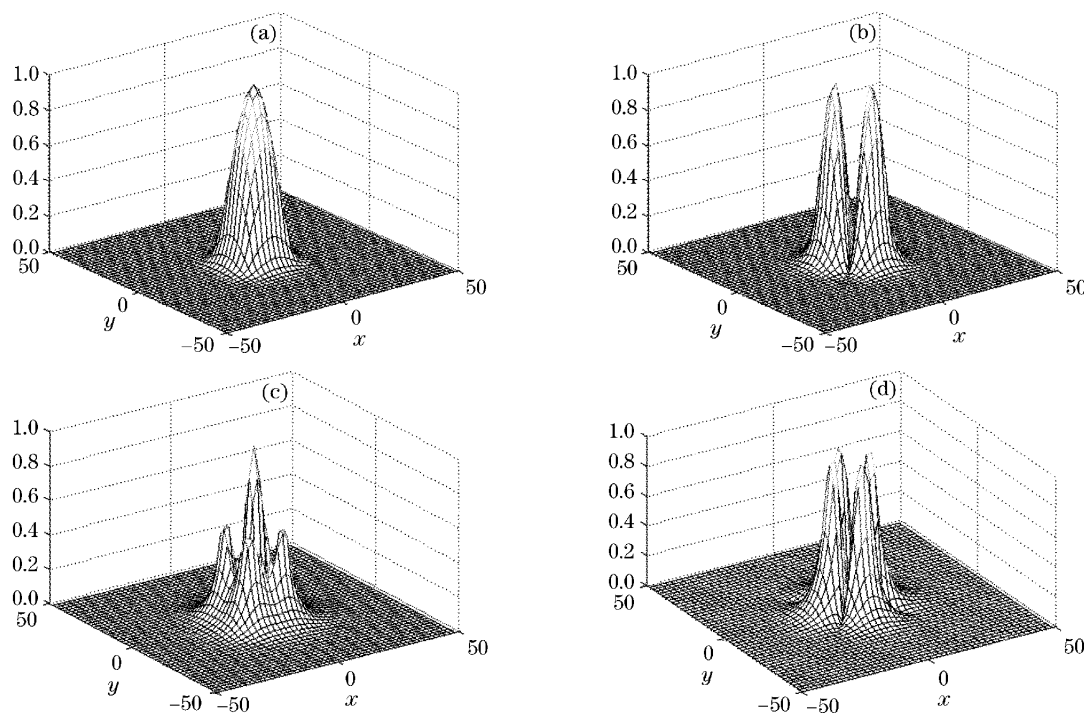


图 3 波导中的模式。(a)基模;(b),(c),(d)高阶模

Fig. 3 Mode in waveguide. (a) Fundamental mode, (b), (c) (d) high-order mode

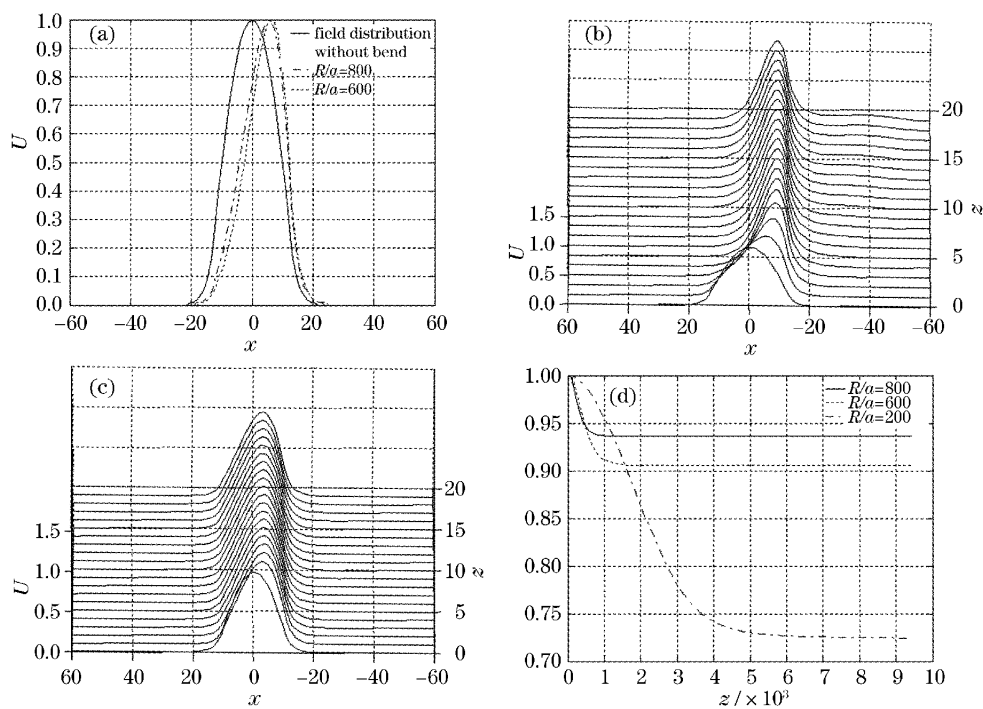


图 4 (a)光脉冲在曲率半径不同的弯曲光纤中的传输情况;(b)弯曲半径 $R/a=200$ 时脉冲在弯曲波导中的传输情况;
(c)弯曲半径 $R/a=800$ 时脉冲在弯曲波导中的传输情况;(d)弯曲半径不同的波导能量随传输距离的损耗

Fig. 4 (a) Propagation of pulse in waveguide with different bend radius; (b) propagation of pulse in waveguide when $R/a=200$;
(c) propagation of pulse in waveguide when $R/a=800$; (d) energy loss in bend waveguide with different bend radius

(c)是弯曲半径不同时脉冲的传输情况,可以看出,在入射的脉冲还没有完全耦合到弯曲波导的本征场之前,传输距离越远,偏移越多。传输一定距离后,入射的模场在传输时将不会再发生什么变化,稳定在弯曲波导的本征场。弯曲半径较小时,脉冲形状变化比较大,需要传输较大的距离才可以完全耦合到弯曲波导的本征场;图 4(d)是弯曲半径不同的波导能量随传输距离的损耗。从图 4(d)可以看出,芯区中的能量随传输距离而减小,说明当光波导弯曲时,光波能量由于弯曲损耗损失了。弯曲半径越小,

能量损失越多;并且,在传输一定距离后,能量不再损失,基本稳定。这说明入射的光脉冲已经完全耦合到弯曲波导的本征模场。从图 2(b)的折射率分布也可以看出,当光纤弯曲时,折射率分布沿径向倾斜,模场会向着折射率大的地方偏移,当包层的折射率大于芯区的折射率时,光的全反射条件被破坏,从而产生辐射损耗。

图 5(a)是光脉冲在 S 形波导中的传输情况,图 5(b)是其等高线图。可以看出,光脉冲会从波导弯曲的一侧偏向弯曲的另一侧。

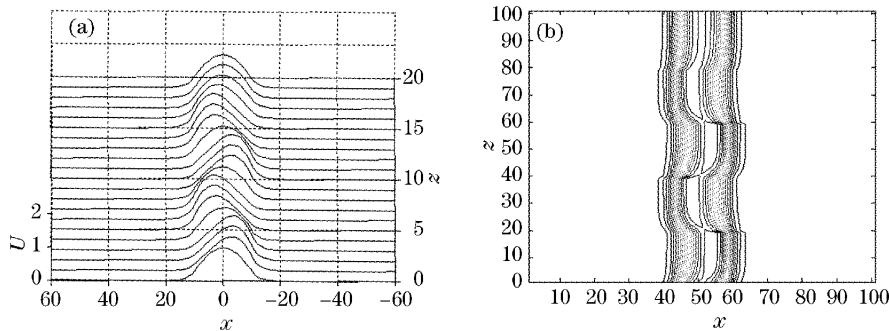


图 5 (a) 光脉冲在 S 形弯曲波导中的传输情况; (b) 脉冲在 S 形波导中传输的等高线图

Fig. 5 (a) Propagation of optical pulse in S waveguide; (b) contour line figure of pulse propagating in S waveguide

4 结 论

利用有限差分法计算了弯曲光波导中光场的分布及其传输特性。首先将计算光波导的传播常数及其特征模式转化为求解矩阵特征值和特征向量,从而简化计算,降低求解难度。有限差分法用了很少的近似,所以非常精确。当光纤弯曲时,由于其折射率分布受影响,在径向产生倾斜,在其中传输的光脉冲要向折射率大的方向偏移,从而产生弯曲损耗。弯曲形变越严重,曲率半径越小,光脉冲偏移越大,损耗越大;传输距离越远,偏移越多,损耗越大。在传输一定距离后,最终稳定成弯曲波导的本征场。以上特性对光学传感有参考意义。将光波导与待测器件接触,待测器件形状产生应变而引起光波导的弯曲变形,根据光波导出射光的能量分布或沿波导检测泄漏的能量,就可以知道待测器件的弯曲变形,从而确定待测的量。由于光波导、光纤尺寸很小,所以在精密微加工及其检测中有广泛应用。

参 考 文 献

- 1 M. Rivera. A finite difference BPM analysis of bent dielectric waveguide [J]. *J. Opt. Lett. Technol.*, 1995, **13**(2): 233~238
- 2 D. Marcuse. Field deformation and loss caused by curvature of optical fibers [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1976, **66**(4): 311~320
- 3 G. Ronald Hadley. Transparent boundary condition for beam propagation [J]. *Opt. Phys. Technol. Lett.*, 1991, **16**(9): 624~626
- 4 Liu Zhen, Yang Yapei, Dai Jizhi *et al.*. A new kind of advanced FD BPM [J]. *J. Photoelectronics · Laser*, 2003, **14**(6): 639~642
刘震,杨亚培,戴基智等.一种改进的有限差分光束传输法[J].*光电子·激光*, 2003, **14**(6): 639~642
- 5 Dai Daoxing, He Sailing. Analysis of bent waveguides by a wide-angle BPM [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(6): 706~710
戴道兴,何赛灵.用极坐标下的广角光速传播法计算分析弯曲波导[J].*光子学报*, 2002, **31**(6): 706~710
- 6 Dai Jiazun, Qiu Jianxian. The numerical solution of the differential equation [M]. Nanjing: Southeast University Press, 2001
戴嘉尊,邱建贤.微分方程数值解法[M].南京:东南大学出版社, 2001
- 7 Ge Debiao, Yan Yubo. The FDTD method of the electromagnetic wave [M]. Xi'an: Xidian University Press, 2001
葛德彪,闫玉波.电磁波时域有限差分方法[M].西安:西安电子科技大学出版社, 2001