

文章编号: 0258-7025(2006)Supplement-0244-04

高斯镜谐振腔产生的激光光束的 M^2 因子及传输特性

邓德刚^{1,2}, 易 葵¹, 邵建达¹, 范正修¹

(¹中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)
²中国科学院研究生部, 北京 100039)

摘要 基于二阶矩阵方法推导了高斯镜谐振腔产生光束的 M^2 因子表达式, 讨论了高斯镜的峰值反射率和膜斑半径对 M^2 因子的影响, 给出了不同峰值反射率和膜斑半径下的 M^2 因子曲线。把高斯镜谐振腔产生的光束当作一个整体光束来处理, 利用标量衍射理论和矩阵光学理论, 讨论了通过光阑效应可以忽略的 $ABCD$ 光学系统的传输特性。并给出了在自由空间传输不同位置的归一化光强分布曲线。

关键词 激光技术; 高斯镜; M^2 因子; 近轴 $ABCD$ 光学系统; 传输特性

中图分类号 O436; TN012 **文献标识码** A

M^2 Factor and Propagation Properties of Beams Generated by Gaussian Mirror Resonator

DENG De-gang^{1,2}, YI Kui¹, SHAO Jian-da¹, FAN Zheng-xiu¹

(¹ Shanghai Institute of Optics & Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China)
² Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

Abstract The expression of the M^2 factor of the beam generated by Gaussian mirror resonator is derived based on the two-order matrix method, and the effects of the peak reflectivity value and the radius of the light spot on the film of the Gaussian mirror on the M^2 factor are explored. The curves of the M^2 factor are plotted with different peak reflectivity values and the radii of the light spot on the film. Integrating the whole beams from the Gaussian mirror resonator, the propagation property of the beam through an $ABCD$ system with the diaphragm effect neglected is discussed, based on scalar diffraction theory and matrix optics theory. The curve of normalized optical intensity distribution versus different positions in free-space propagation is plotted.

Key words laser technology; Gaussian mirror; M^2 factor; near-axis $ABCD$ system; propagation property

1 引 言

在激光器中使用变反射率激光反射耦合输出镜是设计理想的非稳腔激光器的优化选择之一^[1,2]。反射率以(超)高斯函数渐变的激光反射镜构成的非稳腔能较好地抑制激光的衍射损耗、提高能量的转换效率、具有较大的模体积和较高的模式分辨率,特别是具有良好的输出光束特性等优点。

光束质量是激光应用中一个重要的概念, A. E. Siegman 基于二阶矩阵定义 M^2 因子来描述光束质量。这个参量由于同时考虑了激光光束的远场特性和近场特性, 而得到广泛的应用^[3]。本文基于二阶矩阵方法推导了高斯镜谐振腔产生光束的 M^2 因子表达式, 讨论了高斯镜的峰值反射率和膜斑半径

对 M^2 因子的影响。

高斯镜谐振腔产生的激光光束可以展开成一系列低阶高斯光束的线性叠加。用高斯光束的传输理论, 讨论了此光束的传输特性和聚焦特性^[4]。把高斯镜谐振腔产生的光束看作一个整体光束来处理, 基于标量衍射理论, 讨论了通过光阑效应可以忽略的 $ABCD$ 光学系统的传输特性。

2 高斯镜谐振腔产生的光束

在激光器谐振腔中, 高斯镜主要作为耦合输出镜。其反射率曲线随半径的变化可以用高斯函数描述^[5]

$$R(r) = K \exp[-2(r/w_c)^n], \quad (1)$$

作者简介: 邓德刚(1975—), 男, 湖北仙桃人, 中国科学院上海光学精密机械研究所博士研究生, 主要从事高斯镜的设计制备及应用方面的研究。E-mail: d dg@siom. ac. cn

式中 K 为高斯镜的峰值反射率, w_c 为高斯镜的膜斑半径即当反射率降为峰值反射率的 $1/e^2$ 的膜的半径值, n 为高斯函数的级次, 这里只考虑 $n = 2$ 的情况。

高斯镜输出平面上在极坐标下的光场分布为^[4]

$$U(r, 0) = A \exp\left(-\frac{r^2}{w_0^2}\right) \exp\left(ik \frac{r^2}{2R}\right) \times \left[1 - K \exp\left(-2\beta \frac{r^2}{w_0^2}\right)\right]^{1/2}, \quad (2)$$

式中 A 为高斯光束的振幅, w_0 为高斯光束的束腰, k 为波数, R 为高斯光束的波前曲率, β 为引入参量, 定义为

$$\beta = (w_0/w_c)^2, \quad (3)$$

(2)式中整理可得

$$\begin{cases} U(r, 0) = \sum_{m=0}^{\infty} A_m \exp\left(-\frac{r^2}{q_m^2}\right), & (4a) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{q_m} = \frac{1}{(w_0)_m^2} + i \frac{k}{2R_0}, & (4b) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (w_0)_m = \frac{w_0}{(2m\beta + 1)^{1/2}}, & (4c) \end{cases}$$

其中 $A_m = \alpha_m A$, $\alpha_0 = 1$, $\alpha_1 = -K/2$, 并且有

$$\alpha_m = \frac{(2m-3)(2m-5)\cdots(3)(1)}{m!} \left(\frac{K}{2}\right)^m, \quad (5)$$

$(m \geq 2)$

此外, 从(4a)式可以看出, 高斯镜谐振腔产生的光束可以分解一系列振幅为 A_m , 束腰为 w_m 基模高斯光束的线性叠加。

3 M^2 因子

基于二阶矩阵方法定义的 M^2 因子为^[3]

$$M^2 = 2\pi\sigma_0\sigma_\infty, \quad (6)$$

式中 σ_0 和 σ_∞ 分别为近场和远场光强分布的二阶矩阵, 其中近场二阶矩阵的表达式为

$$\sigma_0^2 = \int_0^\infty r^3 |U(r, 0)|^2 dr \int_0^\infty |U(r, 0)|^2 r dr, \quad (7)$$

把(2)式代入(7)式可得:

$$\sigma_0^2 = \frac{w_0^2}{2} \frac{1 - K(\beta^2 + 1)^{-2}}{1 - K(\beta^2 + 1)^{-1}} \quad (8)$$

通过傅里叶变换, 可得高斯镜谐振腔产生光束的远场光场分布

$$U(r_1, z) = \frac{\exp(-ikz)}{i\lambda z} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty U(r, 0) \exp\left[-\frac{ik}{z} r r_1 \cos(\theta - \theta_1)\right] r dr d\theta, \quad (9)$$

其中 r_1, θ_1 和 r, θ 分别为远场和光束入射面的矢径和方位角。(9)式可简化为

$$U(r_1, z) = \frac{2\pi}{i\lambda z} \exp(-ikz) \int_0^\infty U(r, 0) J_0\left(\frac{k r r_1}{z}\right) r dr. \quad (10)$$

利用积分等式^[6]

$$\int_0^\infty \exp(-pt) t^{v/2+n} J_v(2a^{1/2} t^{1/2}) dt = n! a^{v/2} p^{-(n+v+1)} \exp(-a/p) L_n^v(a/p), \quad (11)$$

可以得到远场光场表达式

$$U(\rho, z) = \frac{\pi}{i\lambda z} \exp(-ikz) \sum_{m=0}^{\infty} A_m q_m \exp(-\pi^2 q_m \rho^2) L_0^0(\pi^2 q_m \rho^2), \quad (12)$$

式中 L_n^v 为拉盖尔多项式, $\rho = r_1/(\lambda z)$ 为频域变量。假设高斯镜位于高斯光束的束腰处, 则有 $R_0 \rightarrow \infty, q_m = (w_0)_m^2$ 。(12)式就可以写成

$$U(\rho, z) = \frac{\pi \exp(ikz)}{i\lambda z} \sum_{m=0}^{\infty} A_m (w_0)_m^2 \exp[-\pi^2 (w_0)_m^2 \rho^2], \quad (13)$$

频域二阶矩阵定义为

$$\sigma_\infty^2 = \int_0^\infty \rho^3 |U(\rho, z)|^2 d\rho \int_0^\infty |U(\rho, z)|^2 \rho d\rho, \quad (14)$$

把(13)式代入(14)式, 得

$$\sigma_\infty^2 = \frac{1}{\pi^2 w_0^2} \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{m'=0}^{\infty} \alpha_m \alpha_{m'} \frac{\gamma(m, \beta) \gamma(m', \beta)}{[\gamma(m, \beta) + \gamma(m', \beta)]^2} \right\} / \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{m'=0}^{\infty} \alpha_m \alpha_{m'} \frac{\gamma(m, \beta) \gamma(m', \beta)}{[\gamma(m, \beta) + \gamma(m', \beta)]} \right\}, \quad (15)$$

式中 $\gamma(m, \beta) = 1/(2m\beta^2 + 1)$ 。可得高斯镜谐振腔产生光束的 M^2 因子的表达式:

$$M^2 = \sqrt{2} \left\{ \frac{[1 - K\gamma(1/2, \beta)^2] \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{m'=0}^{\infty} \alpha_m \alpha_{m'} \frac{\gamma(m, \beta) \gamma(m', \beta)}{[\gamma(m, \beta) + \gamma(m', \beta)]^2}}{[1 - K\gamma(1/2, \beta)] \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{m'=0}^{\infty} \alpha_m \alpha_{m'} \frac{\gamma(m, \beta) \gamma(m', \beta)}{[\gamma(m, \beta) + \gamma(m', \beta)]}} \right\}^{1/2}, \quad (16)$$

从(16)式中可看出, M^2 因子是 K 和 β 的函数。如图 2 所示。从图 2 可以得到, K 增加时, M^2 的值增加。当 β 增大时, M^2 的值先变大, 到 β 大约等于 2 时, M^2 的值到达最大。 β 继续增大时, M^2 的值又慢慢变小, 当 $\beta \rightarrow \infty$ 时, M^2 的值为 1。从(2)式可以看出, 当 $\beta \rightarrow \infty$ 或者 $K = 0$ 时, 此时(2)式表示的是基模高斯光束, 它的 M^2 的值为 1。

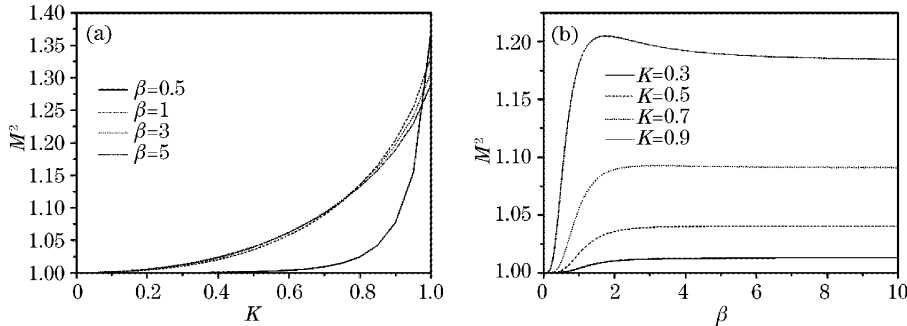


图 1 高斯镜谐振腔产生的光束 M^2 因子。(a) 相对于 K 的曲线; (b) 相对于 β 的曲线

Fig. 1 M^2 factor of the beams generated by Gaussian mirror resonator versus (a) the on-axis (or peak) reflectance K ; (b) the parameter β

4 传输特性

高斯镜谐振腔产生的光束通过矩阵 $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ 描述的近轴光学系统的传输可由柯林斯(Collins)公式描述^[7]

$$U(x_1, y_1, z) = \frac{1}{i\lambda B} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} U_m(x, y, 0) \exp\left\{ \frac{ik}{2B} [A(x_1^2 + y_1^2) + D(x^2 + y^2) - 2(x_1 x + y_1 y)] \right\} dx dy, \quad (17)$$

为计算方便, 定义 $\frac{1}{q_m} = \frac{1}{R_0} + i \frac{\lambda}{\pi(w_0)_m^2}$, 则(4a)式可写为直角坐标下表示为

$$U_m(x, y, 0) = A_m \exp\left[i \frac{k}{2q_m} (x^2 + y^2) \right]. \quad (18)$$

把(17)式代入(18)式, 利用积分公式

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-a^2 x^2) dx = \frac{\sqrt{\pi}}{a}, \quad (19)$$

可得高斯镜谐振腔产生光束在近轴光学系统传输的场分布

$$U(x_1, y_1, z) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{A_m q_m}{B + A q_m} \exp\left[i \frac{k}{2} \left(\frac{C q_m + D}{A q_m + B} \right) (x_1^2 + y_1^2) \right]. \quad (20)$$

自由空间的传输矩阵为

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (21)$$

沿传输方向 z 光场的表达式可以简化为

$$U(x_1, y_1, z) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{A_m q_m}{z + q_m} \exp\left[i \frac{k}{2} \left(\frac{1}{q_m + z} \right) (x_1^2 + y_1^2) \right]. \quad (22)$$

和第 3 部分做同样的假设, $\frac{1}{q_m} = i \frac{\lambda}{\pi(\omega_0)_m^2}$, 在极坐标下表示(22)式得

$$U(r, z) = \sum_{m=0}^{\infty} A_m \frac{(w_0)_m}{w_m(z)} \exp\left[-\frac{r^2}{w_m^2(z)} \right] \exp\left\{ -i \left[\phi_m(z) - \frac{r}{w_m^2(z)} \frac{z}{(z_R)_m} \right] \right\}, \quad (23)$$

式中：

$$\left\{ \begin{aligned} (z_R)_m &= \pi \frac{(w_0)_m^2}{\lambda} = \frac{z_R}{2m\beta + 1}, & (24a) \\ (m &= 0, 1, 2, \dots) \end{aligned} \right.$$

$$w_m(z) = (w_0)_m \left[1 + \frac{z^2}{(z_R)_m^2} \right]^{1/2}, \quad (24b)$$

$$\phi_m(z) = \arctan \left[\frac{z}{(z_R)_m} \right], \quad (24c)$$

(23)式与文献[5]一致,但这里是把高斯镜谐振腔产生的光束作为一个整体来处理,有别于文献[5]把它分解为一系列基模高斯光束的线性叠加。

图2给出了高斯镜产生的平顶高斯光束在自由空间不同空间位置的场分布,此时高斯镜的参量为 $K=0.5, \beta=1$,空间距离被瑞利距离(z_R)归一化。从图中可以看出,平顶光束只是在近场区域出现,

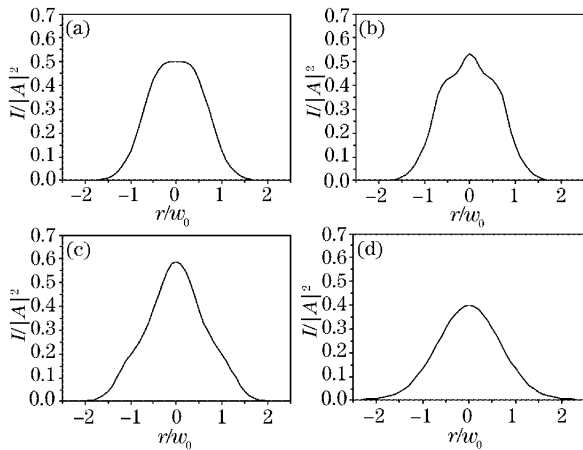


图2 高斯镜谐振腔产生的平顶高斯光束在自由空间不同位置的光强分布曲线。(a) $z=0$; (b) $z=0.1z_R$; (c) $z=0.5z_R$; (d) $z=z_R$

Fig. 2 Relative intensity distribution $[I/|A|^2]$ of the flattened Gaussian beam generated by Gaussian mirror resonator in free-space propagation. (a) $z=0$; (b) $z=0.1z_R$; (c) $z=0.5z_R$; (d) $z=z_R$

在其他区域,光束发生畸变,当 $z > 0.5z_R$ 区域,光束逐渐转变成近高斯分布。

5 结 论

对高斯镜谐振腔产生的光束的 M^2 因子和传输特性作了研究。通过二阶矩阵的方法,得到了解析的 M^2 因子表达式,分析了高斯镜参量(峰值反射率和膜斑半径)对 M^2 因子值的影响。所得到的结果对高斯镜在激光系统中的应用提供了一定理论指导意义。此外,基于标量衍射理论,研究了高斯镜谐振腔产生的平顶光束在自由空间的传输特性,得到了一个较为普遍的结果,所用的方法对无源的近轴光学系统如透镜、透镜组,自由空间的转变都能简单地得出。该方法的另一个显著的特点就是将高斯镜谐振腔产生的光束作为一个整体光束进行研究。从所推导出的传输公式不仅能得到强度分布,还可以得到相位信息。

参 考 文 献

- 1 U. Ganiel, A. Hardy. Eigenmodes of optical resonators with mirrors having Gaussian reflectivity profiles [J]. *Appl. Opt.*, 1976, **15**(9): 2145~2149
- 2 Nathalie McCarthy, P. Lavigne. Optical resonators with Gaussian reflectivity mirrors: misalignment sensitivity [J]. *Appl. Opt.*, 1983, **22**(17): 2704~2708
- 3 R. Borghi, M. Santarsiero. M^2 factor of Bessel-Gauss beams [J]. *Opt. Lett.*, 1997, **22**(5): 262~264
- 4 Yajun Li. Propagation and focusing of Gaussian beams generated by Gaussian mirror resonators [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2002, **19**(9): 1832~1843
- 5 G. Duplain, P. G. Verly, J. A. Dobrowolski *et al.*. Graded-reflectance mirrors for beam quality control in laser resonators [J]. *Appl. Opt.*, 1993, **32**(7): 1145~1153
- 6 Yangjian Cai, Xuanhui Lu, Qing Lin. Hollow Gaussian beams and their propagation properties [J]. *Opt. Lett.*, 2003, **28**(13): 1084~1086
- 7 Stuart A. Collins. Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1970, **60**(9): 1168~1177