

文章编号: 0258-7025(2006)Supplement-0236-04

一维光子晶体中的负折射现象的理论分析

陈园园¹, 黄肇明¹, 施解龙², 王 奇²

(¹ 上海大学通信工程系, 上海 200072 ² 上海大学物理系, 上海 200444)

摘要 光子晶体中会产生负折射现象, 利用传输矩阵的方法对这一现象进行了详细的研究, 得到了一维光子晶体的能带结构、群速度和功率透射谱的解析表达式, 在此基础上详细解释了负折射现象的物理意义, 并得到了光束在透射面且垂直于传播方向上的横向负位移, 从而对光子晶体中的负折射给出了定量的描述。

关键词 材料; 光子晶体; 负折射现象; 能带结构; 群速度

中图分类号 O436 **文献标识码** A

Analyses Theoretically on Negative Refraction in One-Dimensional Photonic Crystals

CHEN Yuan-yuan¹, HUANG Zhao-ming¹, SHI Jie-long², WANG Qi²

(¹ Department of Communication Engineering, Shanghai University, Shanghai 200072, China)
(² Department of Physics, Shanghai University, Shanghai 200444, China)

Abstract Negative refraction can exist in photonic crystals, and the physical significance of negative refraction in one-dimensional photonic crystals is discussed theoretically. The analytical expressions of the photonic band structure, the group velocity and the power transmittance are obtained. The frequency bands for negative refraction are found. There is a beam negative transverse position shift at the transmission surface when negative refraction occurs, which is analyzed in detail.

Key words materials; photonic crystals; negative refraction; band structure; group velocity

1 引 言

近年来,负折射以其特异的性能正受到人们的广泛关注,成为研究热点^[1~4]。很多种负折射率材料被相继提出,在正折射率材料制成的光子晶体中人们也发现了负折射现象。2003年人们首次在实验上观测到了二维光子晶体中的负折射现象^[5]。这是由于光子晶体中介质折射率的周期性变化产生光子带隙结构,电磁波在光子带隙边缘受到强烈调制会出现异常色散的现象,如负折射,超透镜^[6~8]。在光子晶体中,光波以布洛赫(Bloch)波的形式传播,虽然存在散射,但布洛赫波仍会保持固定的传播方向,此时的能量传播方向即为群速度方向^[9]。在已有的研究工作中多是分析光子晶体的等频线和利用计算机模拟得到电磁波在光子晶体中的负折射传播。

本文利用解析方法研究电磁波在一维光子晶体中的传播,对负折射现象进行定量分析。在周期性介质中电磁波的能量传播速度与它的群速度是相等

的,且方向一致,因此我们将主要分析光子晶体中光波的群速度。得到了布洛赫波矢量、群速度和功率透射谱,分析了出现负折射现象的频率范围,由此解释了负折射现象产生的原因。

2 色散关系和群速度

考虑高低折射率材料周期排列的一维光子晶体,一束光以 θ_0 角斜入射到光子晶体表面,沿光子晶体排列 z 向传播,如图1所示, a 为晶格常数。这里只考虑TE波,对于TM波也可以用类似的方法加以讨论。

根据布洛赫波理论,可以得到一维光子晶体的色散关系^[10]

$$Ka = \arccos[\cos(n_1 t_1 \cos \theta_1 \tilde{\omega}) \cos(n_2 t_2 \cos \theta_2 \tilde{\omega}) - \gamma \sin(n_1 t_1 \cos \theta_1 \tilde{\omega}) \sin(n_2 t_2 \cos \theta_2 \tilde{\omega})], \quad (1)$$

这里 K 为布洛赫波矢沿 z 向分量的振幅, $t_1 = d_1/a$, $t_2 = d_2/a$, $\tilde{\omega} = \omega a/c$ 为归一化频率, $n_i = \sqrt{\epsilon_i \mu_i}$,

基金项目: 中国博士后科学基金(2004036317)和上海特种光纤重点实验室开放基金资助课题。

作者简介: 陈园园(1977-),女,江苏人,上海大学通信工程系博士后,主要从事光子晶体及负折射材料等方面的研究。

E-mail: cyuan@seaff.shu.edu.cn

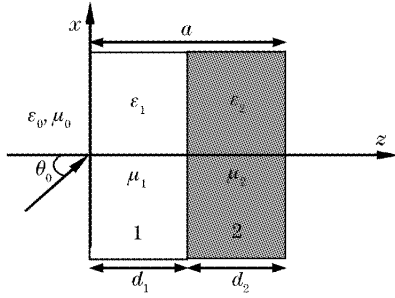


图1 构成一维光子晶体的周期结构

Fig.1 One period of 1D structure consisting of alternate layers

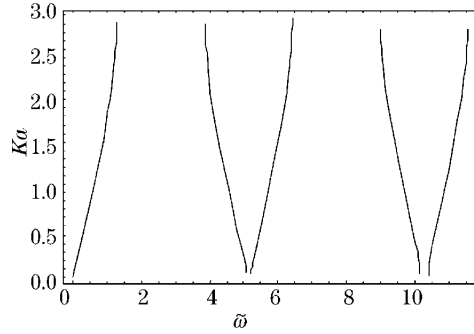


图2 斜入射时的光子能带结构

Fig.2 Photonic band structure for the oblique incidence

$\theta_i = \arcsin(n_0 \sin \theta_0 / n_i)$ ($i = 1, 2$) 分别是光束在介质层 1, 2 中的折射角,

$$\gamma = 1 / \left[2 \left(\frac{n_1 \cos \theta_1}{n_2 \cos \theta_2} + \frac{n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1} \right) \right].$$

根据(1)式,可以得到任意光束以 θ_0 角度斜入射到光子晶体中的色散关系,即能带结构,如图 2 所示,这里 $n_0 = n_1 = 1, n_2 = 4.2, t_1 = 0.85, t_2 = 0.15, \theta_0 = \pi/4$ 。很明显,对于我们设计的光子晶体结构,奇数带隙的带度较宽,而偶数带隙的宽度则很窄。

前面曾提到,光子晶体中光束的能流由群速度决定,在不考虑损耗的情况下,可以定义波矢量只有 x 和 z 方向的分量,即 $\mathbf{k} = \beta \mathbf{x} + Kz$,因此,光子晶体中的群速度可以表示为^[11]

$$\mathbf{v}_g = \nabla_{\mathbf{k}} \omega(\mathbf{k}) = v_{gx} \mathbf{x} + v_{gz} z, \quad (2a)$$

$$v_{gx} = \frac{\partial \omega}{\partial \beta} = - \frac{\partial K / \partial \beta}{\partial K / \partial \omega}, \quad (2b)$$

$$v_{gz} = \frac{\partial \omega}{\partial K} = \frac{1}{\partial K / \partial \omega}, \quad (2c)$$

v_{gx} 和 v_{gz} 分别是群速度在 x 和 z 方向上的分量。当 $v_{gx} > 0$ 时,光波有沿 x 轴正向传播的趋势,即光束将会偏折到法线的另一侧,这符合经典的斯涅耳(Snell)定理; $v_{gx} = 0$ 则表示垂直入射面传播;但是, $v_{gx} < 0$ 则意味着光束会弯向“错误”的方向,即和入射光束在同一侧,这一光束如果能够穿过晶体,在透射面出射,这就是负折射现象。

将(1)式代入到(2a)式中,可得到

$$v_{gx} = \left\{ \beta \left[\sin \phi_1 \cos \phi_2 \left(\frac{d_1}{k_{1z}} + \frac{d_2}{k_{2z}} \gamma \right) + \sin \phi_2 \cos \phi_1 \left(\frac{d_2}{k_{2z}} + \frac{d_1}{k_{1z}} \gamma \right) - 2 \sin \phi_1 \sin \phi_2 \frac{\gamma^2 - 1}{k_{1z} k_{2z}} \right] \right\} / \left\{ \omega / c^2 \left[\sin \phi_1 \cos \phi_2 \left(\frac{d_1}{k_{1z}} n_1^2 + \frac{d_2}{k_{2z}} n_2^2 \gamma \right) + \sin \phi_2 \cos \phi_1 \left(\frac{d_2}{k_{2z}} n_2^2 + \frac{d_1}{k_{1z}} n_1^2 \gamma \right) + 1/2 \sin \phi_1 \sin \phi_2 \frac{(k_{1z}^2 - k_{2z}^2)(n_1^2 k_{2z}^2 - n_2^2 k_{1z}^2)}{k_{1z}^3 k_{2z}^3} \right] \right\}, \quad (3)$$

式中 $\phi_1 = d_1 k_{1z}, \phi_2 = d_2 k_{2z}, k_{iz} = [(n_i \omega / c)^2 - \beta^2]^{1/2} = n_i \omega / c \cos \theta_i$ ($i = 1, 2$), $\beta = \omega n_0 \sin \theta_0 / c$ 是光束沿 x 方向的传播常数。

图 3 是群速度的 x 分量 v_{gx} 随归一化频率 $\tilde{\omega}$ 的变化曲线,参量与图 2 相同。比较图 2,图 3,可以看出在带隙的边缘,存在着强烈的群速度色散。随着频率的增加, v_{gx} 由正值减小到负值,在接近带隙的时候,急剧下降,减小到负的极大值,而后,突然跃迁到正的极大值,然后再减弱,如此往复,周期变化。在前面的讨论中曾提到当 $v_{gx} < 0$ 时,能流有沿 x 轴负向传播的趋势,从图 3 可以预言在带隙的附近可

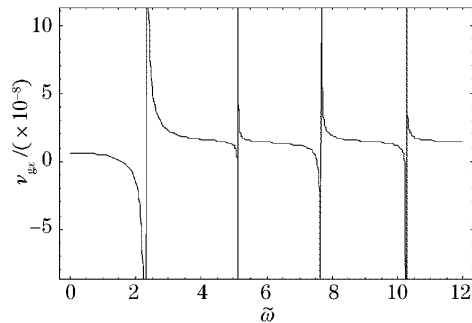


图3 群速度的 x 分量 v_{gx} 随归一化频率 $\tilde{\omega}$ 的变化曲线

Fig.3 Component of group velocity v_{gx} versus normalized frequency $\tilde{\omega}$

能会出现负折射的现象。从(3)式还可以发现当 $\theta_0 = 0$ 时, v_{gx} 恒为 0, 即光束的斜入射是负折射现象产生的必要条件。下面, 我们将借助于功率透射谱对光子晶体中的负折射现象进行更完全的解释。

3 负折射现象的理论分析

根据传输矩阵理论^[12], 可以得到光子晶体的矩阵方程中的 M 传输矩阵为

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix}^N, \quad (4a)$$

$$m_{11} = -\eta_2/\eta_1 \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 + \cos \alpha_1 \cos \alpha_2, \quad (4b)$$

$$m_{12} = i \sin \alpha_1 \cos \alpha_2 / \eta_1 + i \cos \alpha_1 \sin \alpha_2 / \eta_2, \quad (4c)$$

$$m_{21} = i \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 \eta_1 + i \cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \eta_2, \quad (4d)$$

$$m_{22} = -\eta_1/\eta_2 \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 + \cos \alpha_1 \cos \alpha_2, \quad (4e)$$

N 为光子晶体的周期数, $\alpha_i = k_0 n_i d_i \cos \theta_i$, $\eta_i = n_i \cos \theta_i$ ($i = 1, 2$)。则光束的透射系数为

$$t = \frac{E_3}{E_1} = \frac{\eta_0}{\eta_0 \mathbf{M}[1,1] + \eta_0^2 \mathbf{M}[1,2] + \mathbf{M}[2,1] + \eta_0 \mathbf{M}[2,2]}, \quad (5)$$

式中 $\eta_0 = n_0 \cos \theta_0$, 再由公式 $T = tt^*$, 并利用凯莱-哈密顿(Cayley-Hamilton)定理, 计算得到光束的透射率 T 。图 4 即为光束穿过 10 个周期的光子晶体的透射率随频率的变化曲线, 参量与图 2 相同。

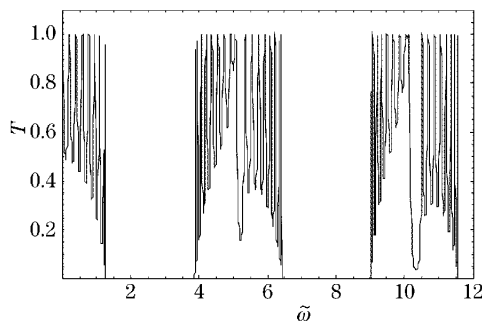


图 4 光束穿过 10 个周期光子晶体的透射谱
Fig. 4 Power transmittance passing through 10-period PC as a function of $\tilde{\omega}$

由图 2 和图 4 可知, 在第一、三禁带处的透射率为 0, 这意味着此处频率的光波被全部反射, 不能通过晶体。而在第二、四禁带处的透射率则不为 0, 这表示部分光可以通过。联系图 3, 在第二禁带的低频边缘存在负的群速度, 而此时透射率不为 0, 则说明透射光会弯向 x 轴的负向, 这就是负折射现象。根据图 4 中的设定参量, 可以得到负折射出现的归一化频率范围为 5.1016~5.1283。在第四禁带也存在类似的情况, 负折射频带为 10.2034~10.2569, 但此时的透射能量已低于 5%。在第六禁带也同样出现了负的群速度, 但此时的透射率已接近为 0, 负折射现象是很难被观测到的。综上所述, 我们可以得出结论,

由于强烈的群速度色散, 在第二、四禁带的低频边缘可能会出现负折射现象。

通过前面的讨论, 我们知道光子晶体中负折射现象是一种明显的空间色散。由于群速度存在沿 x 轴的横向分量, 光束在出射面上相对于入射点沿 x 轴就会产生一横向位移 S_x , 且

$$S_x = v_{gx} \cdot \tau, \quad (6)$$

式中 τ 为通过周期结构的群延迟时间,

$$\tau = \frac{\partial}{\partial \omega} \arctan \left(\frac{\text{Im}t}{\text{Re}t} \right), \quad (7)$$

将(5)式代入到(7)式, 可得群延迟时间, 图 5 所示为光束穿过 10 个周期结构的群延迟。

从图 5 可以明显看出在一、三禁带处的群延迟为 0, 而二、四禁带处的群延迟时间是存在的。因此, 由(6)式可以得到透射位移, 图 6 即为第二禁带处位移量 S_x 随归一化频率 $\tilde{\omega}$ 的变化。由图 3 可知, 第二禁带中绝大部分频带处的群速度都很小, 则

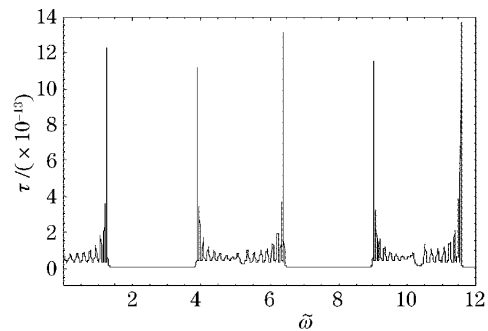


图 5 光束穿过 10 个周期结构的群延迟时间随频率的变化

Fig. 5 Group delay time passing through 10-period PC structure versus $\tilde{\omega}$

相应频率的位移量不明显,只在低频边缘很窄的频带内,光束才有明显的位移。且随着频率的增加,当位移量达到负的极大值后,它会突然跃迁到正的极大值,也就意味着负折射转变成了正常的折射效应。在第四带隙处也可以得到类似的结果。

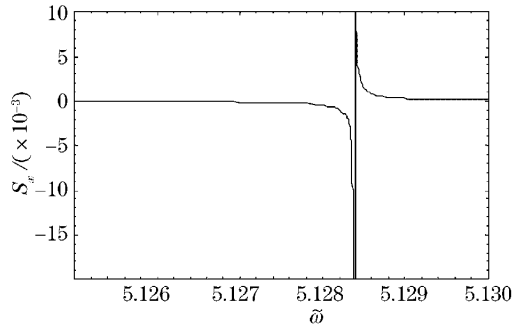


图6 光束在第二禁带处位移量 S_x 随归一化频率 $\tilde{\omega}$ 的变化

Fig. 6 Position shift in the second bandgap versus $\tilde{\omega}$

4 结 论

本文利用传输矩阵和布洛赫波理论研究了一维光子晶体中负折射现象,得到了光束的群速度和群延迟,这些解析的结果将会为负折射现象给出更加细致的解释。分析了负折射现象的物理涵义,对于倾斜入射且频率处于第二、四禁带的低频边缘的光束才有可能产生负折射现象。当负折射发生时,在出射面上,光束相对于入射点会产生负的横向位移,我们也给出了具体的结果。光子晶体中负折

射对光束位移的控制,对波分复用系统将会有很直接的应用。

参 考 文 献

- 1 J. B. Pendry. Negative refraction makes a perfect lens [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **85**(18): 3966~3969
- 2 J. B. Pendry, S. A. Ramakrishna. Near-field lenses in two dimensions [J]. *J. Phys.: Condens. Matter*, 2002, **14**(36): 8463~8479
- 3 N. Fang, Z. W. Liu, T. Yen *et al.*. Regenerating evanescent waves from a silver superlens [J]. *Opt. Express*, 2003, **11**(7): 682~687
- 4 P. V. Parimi, W. T. Lu, P. Vodo *et al.*. Photonic crystals: imaging by flat lens using negative refraction [J]. *Nature*, 2003, **426**(6965): 404
- 5 E. Cubukcu, K. Aydin, E. Ozbay *et al.*. Electromagnetic waves; Negative refraction by photonic crystals [J]. *Nature*, 2003, **423**(6940): 604~605
- 6 M. Notomi. Theory of light propagation in strongly modulated photonic crystals; Refractionlike behavior in the vicinity of the photonic band gap [J]. *Phys. Rev. B*, 2000, **62**(16): 10696~10705
- 7 S. Foteinopoulou, C. M. Soukoulis. Negative refraction and left-handed behavior in two-dimensional photonic crystal [J]. *Phys. Rev. B*, 2003, **67**(23): 235107-1~235107-5
- 8 I. Bulu, H. Caglayan, E. Ozbay. Negative refraction and focusing of electromagnetic waves by metalodielectric photonic crystals [J]. *Phys. Rev. B*, 2005, **72**(4): 045124-1~045124-6
- 9 A. Yariv, P. Yeh. *Optical Waves in Crystals* [M]. New York: John Wiley and Sons, 1984
- 10 B. E. Nelson, M. Gerken. D. A. B. Miller *et al.*. Use of a dielectric stack as a one-dimensional photonic crystal for wavelength demultiplexing by beam shifting [J]. *Opt. Lett.*, 2000, **25**(20): 1502~1504
- 11 A. Yariv, P. Yeh. Electromagnetic propagation in periodic stratified media. II. Birefringence, phase matching, and X-ray lasers [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1977, **67**(4): 438~448
- 12 M. Born, E. Wolf. *Principle of Optics* [M]. UK: Cambridge University Press, 1999