

文章编号: 0258-7025(2006)09-1180-05

# 计算“Top-hat”端面抽运晶体热透镜焦距的改进方法

范书振, 张行愚, 王青圃, 李述涛, 丁双红, 苏富芳, 刘兆军

(山东大学信息科学与工程学院, 山东 济南 250100)

**摘要** 在激光二极管(LD)端面抽运的固体激光器中,热效应是设计中必须考虑的重要参量之一。研究激光工作物质内热效应的最方便的方法是等效热透镜(TL)法。前人给出的公式算出的热透镜焦距比实验值小。针对“Top-hat”抽运光,在找出了导致计算值与实验值差距的原因后,给出了能够得出更为精确热透镜焦距值的改进方法,并进行了数值计算,根据计算结果给出了拟合方程。研究结果显示,热透镜焦距不仅仅是抽运功率的函数,还是激光半径与抽运光半径比的函数,并且在激光和抽运光半径大致相当的时候,热透镜焦距大约是原来公式计算值的1.6倍。在相同的抽运条件下,热效应造成的衍射损耗同用原来热透镜焦距计算的结果相比要小很多,同样和激光半径、抽运光半径有关。实验证明新理论比旧理论更接近实验结果。

**关键词** 激光技术;热透镜焦距;失真的衍射理论;“Top-hat”端面抽运;固体激光器

**中图分类号** TN 242;TN 248.1;O 436.1 **文献标识码** A

## Improved Method of Calculating Thermal Lens Focal Length in “Top-Hat” End-Pumped Solid-State Lasers

FAN Shu-zhen, ZHANG Xing-yu, WANG Qing-pu, LI Shu-tao,  
DING Shuang-hong, SU Fu-fang, LIU Zhao-jun

(School of Information Science and Engineering, Shandong University, Jinan, Shandong 250100, China)

**Abstract** The thermal effect is one of the factors that must be considered in designing the fiber coupled laser diode (LD) end-pumped solid-state lasers. The most convenient way of studying the thermal effect is using an ideal lens with equivalent thermal focal length. The old expression of the thermal lens (TL) focal length gives values smaller than the actual one. The cause leading to the difference is studied and a new more precise method is given. Numerical calculation is done and curve fitting equations are presented. The results show that the focal length is not only a function of the pump power but also a function of the ratio of the laser radius to the pump radius. When the laser radius is about the same as the pump radius, the ratio of the new value of the focal length to the old one is about 1.6. And at the same condition, the new value of the diffraction loss is much smaller than the one calculated by the old value of the focal length, and is also a function of the pump radius and the laser radius. Experiments show that the new values are closer to the measured results than the old ones.

**Key words** laser technique; thermal lens focal length; diffraction theory with aberration; “Top-hat” end-pumped; solid-state laser

## 1 引言

热效应是光纤耦合激光二极管(LD)端面抽运

激光器设计必须要考虑的重要因素之一。研究激光工作物质内热效应的最方便的方法是等效热透镜

收稿日期:2005-10-09;收到修改稿日期:2006-04-19

基金项目:教育部博士点研究基金(20050422018)资助项目。

作者简介:范书振(1981—),男,山东省冠县人,山东大学信息科学与工程学院博士研究生,主要从事激光物理与技术方面的研究。E-mail:fanshuzhen@mail.sdu.edu.cn

导师简介:张行愚(1963—),男,山东邹平人,山东大学信息科学与工程学院副院长,博士生导师,主要从事激光物理与技术方面的研究。E-mail:xyz@sdu.edu.cn

(TL)法。Koechner 是最早研究激光器晶体中热效应的学者之一。他在 1970 年发表了均匀加热下的热效应研究并给出了等效热焦距<sup>[1]</sup>。后来 Cousins 在“Top-hat”抽运下给出了温度分布和光程差(OPD)分布<sup>[2,3]</sup>。许多学者在此研究基础上给出了等效热焦距公式及其应用,其共同特点就是使用了光程差公式中的平方项<sup>[4~11]</sup>。实验表明,实际热透镜效应要比用这些公式计算出来的结果弱<sup>[12,13]</sup>。热透镜焦距的值偏小也导致了计算衍射损耗值的偏大。本文研究了导致这种差异的原因,并给出了对“Top-hat”端面抽运情况下更为精确的热透镜焦距的计算方法、曲线拟合公式以及新旧衍射损耗值的比较。实验证明新的理论比以前的理论更接近实验数据。

## 2 热透镜焦距公式

光程差理论是把热效应和等效透镜联系起来的桥梁。光程差在极坐标下定义为  $r$  处的光程同某参考位置处光程的差  $OPD(r)$ ,  $r$  为径坐标。为了消除参考位置的选择对光程差数值的影响,常用  $r$  处的光程差同  $r = 0$  处光程差  $OPD(0)$  的差来表达光程差的分布。理想的透镜的光程差分布为<sup>[14]</sup>

$$OPD(r) - OPD(0) = -\frac{r^2}{2f}, \quad (1)$$

$f$  为理想透镜的焦距,其对应的曲面为抛物面。而在“Top-hat”光束端面抽运的晶体中,考虑常见的金属块侧面制冷条件,晶体中的光程差分布应该为<sup>[6,15]</sup>

$$OPD(r) = \left[ \frac{\partial n}{\partial T} + (n-1)(1+\nu)\alpha_T + 2C_r n^3 \alpha_T \right] \Delta T(r), \quad (2)$$

$$\Delta T(r) = \eta_h \frac{P_{abs}}{4\pi K} \times \left\{ \left[ 1 - \frac{r^2}{w_{pa}^2} + \ln\left(\frac{r_0^2}{w_{pa}^2}\right) \right] \Theta(w_{pa}^2 - r^2) + \ln\left(\frac{r_0^2}{r^2}\right) \Theta(r^2 - w_{pa}^2) \right\}, \quad (3)$$

式中  $n$  为晶体折射率,在晶体端面镀膜作为后腔镜的情况下,(2)式中的  $n-1$  应该变为  $n$ ;  $\nu$  为泊松比(Poisson's ratio);  $\alpha_T$  为热膨胀因子;  $C_r$  为光弹因子(photo-elastic coefficient);  $T$  为温度,单位为 K,  $\Delta T(r)$  为温度分布;  $K$  为晶体的热导率;  $P_{abs}$  为总的吸收功率;  $\Theta$  为 Heaviside 阶跃方程;  $r_0$  为晶体半径;  $\eta_h$  为热负载因子(被吸收的能量转化为热量的能量比)<sup>[16]</sup>,需要说明的是,如果有必要,未掺杂晶体

的剩余吸收、多光子弛豫、浓度淬灭以及激光和没有激光输出时导致的热透镜效应差异都可以考虑并改变这个值;  $w_{pa}$  为平均抽运光半径,抽运光在晶体中半径变化可忽略的情况下,就是抽运光在晶体中的半径(为了和电场的半径保持一致,本文中  $w_{pa}$  和激光束半径  $w_l$  都定义为最大光强的  $1/e^2$ ),在不能忽略抽运光在晶体中的半径变化时,表示为<sup>[17]</sup>

$$w_{pa} = \frac{\int_0^l (w_{p0} + \theta |z - z_0|) e^{-\alpha z} dz}{\int_0^l e^{-\alpha z} dz}, \quad (4)$$

其中,  $w_{p0}$  为抽运光的腰束半径,  $\theta$  为抽运光的发散角,  $z_0$  为腰束半径的位置,  $\alpha$  为晶体对抽运光的吸收因子,  $l$  为晶体的长度,  $z$  为轴向坐标。

为了叙述和表达方便,首先定义参量  $A_0$  为

$$A_0 = \frac{\eta_h P_{abs}}{4\pi K} \times \left[ \frac{\partial n}{\partial T} + (n-1)(1+\nu)\alpha_T + 2C_r n^3 \alpha_T \right], \quad (5)$$

可以看出,  $A_0$  反映了抽运功率的大小和晶体的性质参数。

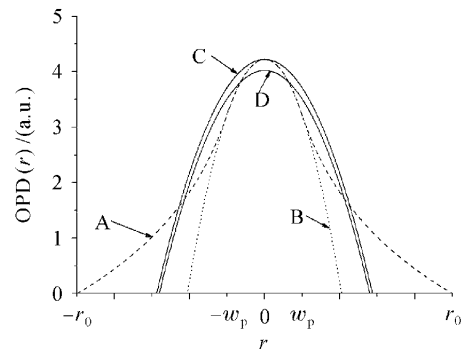


图 1 真实热透镜光程差和等效理想透镜光程差示意图 (A 为真实光程差示意曲面截面; B 为以前公式计算出的等效热透镜焦距对应的光程差; C, D 为等效热透镜焦距对应的光程差, 两者区别是  $OPD(0)$  不同)

Fig. 1 Schematic diagram of actual and ideal lenses optical path differences (OPDs)

(A is the actual OPD one; B is the OPD of a equivalent TL lens with focal length calculated by the old equation; C and D are OPDs of the equivalent TL lens with the new focal length, the difference is that they have different  $OPD(0)$ )

如图 1 所示, 曲面 A 为晶体中光程差的示例, B, C, D 为理想透镜的光程差, 都是抛物面, 其中 C 和 D 焦距相同但  $OPD(0)$  不同, B 和 C 则是  $OPD(0)$  相同而焦距不同。可以看到, “Top-hat”抽运产生的光程差是抛物-对数型的, 中心部分正好是抛物型, 和均匀抽运时的光程差是一致的。因此许多学者<sup>[4~11]</sup>使用了这部分来计算等效热透镜焦距。在

本文的变量设定下,这种最常用的公式为

$$f_{T0} = \frac{\omega_{pa}^2}{2} \frac{1}{A_0}, \quad (6)$$

其所对应的光程差在图 1 中为曲面 B 所示。因为式(6)非常简洁方便而且能满足一些应用,所以得到了广泛的应用。但从后面的分析可以看到,实际只有在  $\omega_1^2 < (0.4\omega_{pa})^2$  的情况下,公式(6)计算出的结果和实验才能较好地符合,否则得到的结果误差

会比较大。而为了使激光器的效率达到最高,一般情况下抽运光和激光的半径基本上是一致的。实际热效应造成的光程差同理想透镜光程差的偏离可以看作畸变,根据畸变的衍射理论<sup>[18]</sup>,热透镜的焦点就是归一化光强最强的点,而对 TEM<sub>00</sub> 模归一化光强用  $\exp(-r^2/\omega_1^2)$  加权的斯垂耳(Strehl)比(SR)来计算<sup>[14]</sup>

$$SR = \frac{\left| \int_0^{r_0} \exp\left\{i \frac{2\pi}{\lambda_l} \left[ OPD_A(0) - OPD_A(r) - \frac{r^2}{2f_T} \right]\right\} \exp\left(-\frac{r^2}{\omega_1^2}\right) r dr \right|^2}{(\omega_1^2/2)^2}, \quad (7)$$

式中  $\lambda_l$  为激光的波长; $OPD_A(r) - OPD_A(0)$  为实际热效应造成的光程差分布(图 1 中的曲线 A);  $f_T$  为热透镜焦距。因此,要找到合适的热透镜焦距值使得 Strehl 比最大。从(7)式计算得知,热透镜的 OPD(0) 的选择对 Strehl 比的值没有任何影响,所以选择图 1 中的曲面 C 还是 D 作为参考面对热透镜焦距的确定没有影响。

根据上面讨论所确定的原则,即正确的焦距值应该使得(7)式的值最大,但是由于从(7)式没有办法得到严格的解析式解,所以用数值计算的方法计算出不同激光半径及不同抽运功率条件下的热透镜焦距值。为了利用长久以来计算热透镜的习惯公式,另一方面也为了对比新旧理论结果的差异,以修正因子的形式给出了数值计算的结果,如图 2 所示。修正因子  $r_f(\omega_1/\omega_{pa})$  定义为新旧焦距值之比

$$r_f(\omega_1/\omega_{pa}) = f_T/f_{T0}, \quad (8)$$

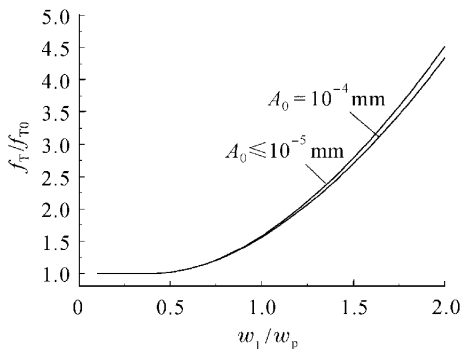


图 2 修正因子随光束半径比的变化

Fig. 2 Correction factor versus the radius ratio

可以看出,修正因子是  $\omega_1/\omega_{pa}$  的函数,并且  $\omega_1$  越大,修正因子就越大,当  $\omega_1 < 0.4\omega_{pa}$  时,修正因子为 1,说明只有在这种条件下,(6)式才有比较小的误

差。需要指出的是,当  $A_0$  的值小于  $10^{-5}$  mm 时,修正因子不随抽运功率的变化而变化,当抽运功率继续增加,到  $A_0$  的值大约为  $10^{-4}$  mm 时,可以看到,修正因子在  $\omega_1 > 0.4\omega_{pa}$  区域比小功率时略有下降(不超过 5%)。当  $A_0$  继续增大时(未在图中画出),修正因子进一步减小,不再是抛物线型,而接近于线性增加。计算显示此时基模的衍射损耗非常大,实验也观察到了旋转对称 TEM<sub>01</sub> 模(将另文讨论,本文只讨论基模情况)。另外,只要晶体的半径足够大(即  $r_0 > 6\omega_{pa}$ ),晶体半径对热透镜修正因子没有任何影响。可以分析如下:当抽运光半径和晶体半径可比拟的时候,抽运光半径越大,则情况就越接近于均匀抽运,所以修正因子会受到影响。对于大多数情况,本文的结果还是适用的。曲线拟合公式为

$$r_f\left(\frac{\omega_1}{\omega_{pa}}\right) = 1.1 - 0.74\left(\frac{\omega_1}{\omega_{pa}}\right) + 1.22\left(\frac{\omega_1}{\omega_{pa}}\right)^2, \quad (2 > \omega_1/\omega_{pa} \geq 0.4) \quad (9)$$

当  $\omega_1/\omega_{pa} < 0.4$  时,(6)式可以继续使用而不会影响到精度。

因此,在抽运功率不是很高的情况下( $A_0 \leq 10^{-4}$  mm),使用下式计算热透镜焦距比(6)式有更高的精度

$$f_T = \frac{\omega_{pa}^2}{2A_0} \cdot \left[ 1.1 - 0.74\left(\frac{\omega_1}{\omega_{pa}}\right) + 1.22\left(\frac{\omega_1}{\omega_{pa}}\right)^2 \right], \quad (2 > \omega_1/\omega_{pa} \geq 0.4) \quad (10)$$

如果抽运功率比较高但使用腔内光阑进行限模的情况下,(10)式的精度就不能得到保证,但本文提出的方法仍然适用。

人们常用  $1 - SR$  作为衍射损耗<sup>[14]</sup>,图 3 是对应于两种情况下的衍射损耗值,可以看到当  $A_0$  的值为  $10^{-4}$  mm 时,大模式半径时基模的损耗已经不可忽略了,这时如果继续增加抽运功率,衍射损耗将有非

常迅速的增加。从图 4 可以看出,因为旧公式得出的焦距值太小,使得相同情况下计算得到的衍射损耗比实际值大得多,图中  $l_d$  和  $l_{d0}$  分别为新旧衍射损耗。但是这里的衍射损耗和速率方程里常用的损耗是不一样的,因为衍射损耗是腔的孔径效应和光的畸变造成损失的光强和总光强的比,所以永远都小于 1。如果需要把这个损耗用到固体激光器的优化上,单程衍射损耗应该为  $\ln(1/SR)$ 。

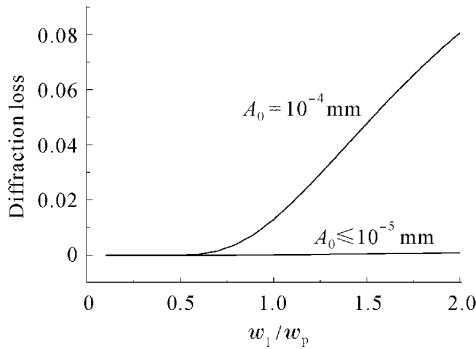


图 3 衍射损耗随光束半径比的变化

Fig. 3 Diffraction loss versus the radius ratio

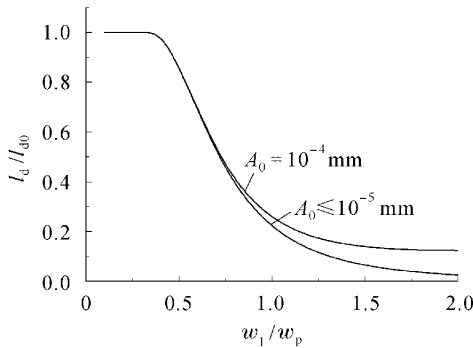


图 4 新旧衍射损耗比同光束半径比的关系

Fig. 4 Ratio of new and old diffraction loss versus the radius ratio

### 3 实验验证

采用光纤耦合的激光二极管端面抽运平-平腔激光器,激光晶体为  $\phi 4 \text{ mm} \times 4 \text{ mm}$  的 Nd:YAG 晶体,腔长约为 10.5 cm,晶体的一个端面镀对 1064 nm 全反,808 nm 增透的膜作为后腔镜,一个 1064 nm 透射率大约为 8% 的平镜作为输出镜,平均抽运半径为 0.35 mm。之所以采用平-平腔,是为了方便测量热透镜,并能够显示出激光半径变化对修正因子的影响。首先采用刀口法<sup>[19]</sup>测量输出光束在不同位置的尺寸,以此来计算光束的参数,从而确定激活介质处的光束截面和热透镜焦距的实验值。

通过本方法和 ABCD 定律,可以数值解出热透镜的理论值,图 5 给出了实验结果以及新旧理论的结果。计算参数取自文献[20],其中  $K = 10.46 \text{ W/km}$ ,  $\eta_h = 0.35$ ,  $n = 1.82$ ,  $\alpha = 2.85 \text{ cm}^{-1}$ ,  $dn/dT = 7.3 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ ,  $\alpha_T = 7.5 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ ,  $\nu = 0.3$ ,  $C_T = 0.0195$ 。可以看出,新的理论计算结果要比旧理论更加接近于实验结果。图 6 是实验得到的修正因子同激光抽运光半径比的关系,同图 2 比较可见,实验结果同理论结果基本符合。另外,在 Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体实验中也观察到了实验结果比旧理论结果要大的现象<sup>[21]</sup>,证明了本文提出的理论不仅仅适用于 Nd:YAG。

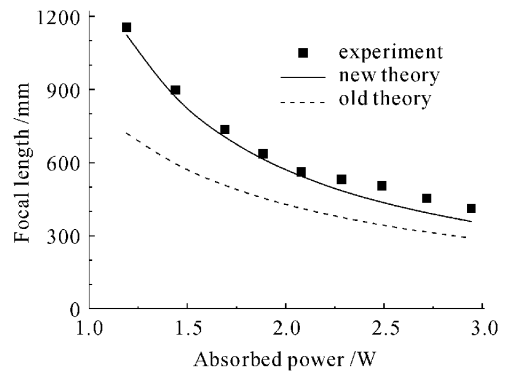


图 5 实验数据及新旧理论计算结果比较

Fig. 5 Experiment and calculation results from the new and the old theory

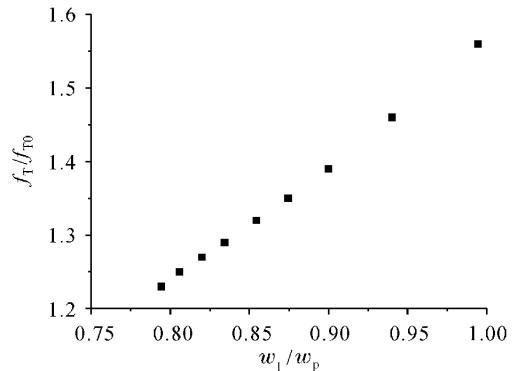


图 6 实验得到的修正因子同激光抽运光光束半径比的关系

Fig. 6 Experiment results of the amendment ratio versus the beam radius ratio

### 4 结论

研究了“Top-hat”抽运光端面抽运激光晶体的热效应并给出了能够得出更为精确焦距值的计算方法。以改进的方法为指导进行了数值计算,并根据

计算结果给出了拟合方程。研究结果显示,热透镜焦距不仅仅是抽运功率的函数,还是激光半径与抽运光半径比的函数,并且在激光和抽运光半径大致相当的时候,热透镜焦距大约是原来公式计算值的1.6倍。在相同的抽运条件下,热效应造成的衍射损耗同用原来热透镜焦距计算的结果相比要小很多,同样和激光半径和抽运光半径有关。实验证明新理论比旧理论更接近实验结果。

### 参 考 文 献

- W. Koechner. Thermal lensing in a Nd:YAG laser rod [J]. *App. Opt.*, 1970, **9**(11):2548~2553
- A. K. Cousins. Temperature and thermal stress scaling in finite-length end-pumped laser rods [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1992, **28**(4):1057~1069
- A. K. Cousins. Scalable aspheric corrective mirror for end-pumped solid-state lasers [J]. *Appl. Opt.*, 1992, **31**(34):7259~7266
- W. A. Clarkson. Thermal effects and their mitigation in end-pumped solid-state lasers [J]. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 2001, **34**(16):2381~2395
- S. Chénais, F. Balembois, F. Druon *et al.*. Thermal lensing in diode-pumped ytterbium lasers-part I: theoretical analysis and wavefront measurements [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 2004, **40**(9):1217~1234
- Y. P. Lan, Y. F. Chen, S. C. Wang. Repetition-rate dependence of thermal loading in diode-end-pumped Q-switched lasers; influence of energy-transfer upconversion [J]. *Appl. Phys. B*, 2000, **71**(1):27~31
- Y. F. Chen. Pump-to-mode size ratio dependence of thermal loading in diode-end-pumped solid-state lasers [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2000, **17**(11):1835~1840
- W. J. Xie, S. C. Tam, Y. L. Lam *et al.*. Analysis of a dynamical procedure on diode-end-pumped solid-state lasers [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 2001, **37**(10):1368~1372
- Zhang Xingxu, Zhao Shenzhi, Wang Qingpu *et al.*. Study on thermal lens of Nd<sup>3+</sup>:YAG laser pumped by a laser diode [J]. *Chinese J. Lasers*, 2000, **A27**(9):777~781  
张行愚,赵圣之,王青圃等. 激光二极管抽运的激光器热透镜效应的研究[J]. *中国激光*, 2000, **A27**(9):777~781
- Yang Yongming, Guo Zheng, Wang Shiyu *et al.*. A new method called interference stripe method for measuring the whole thermal focal lens in LD end pumped Nd:YAG crystal [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2005, **34**(2):202~204  
杨永明,过振,王石语等. 干涉条纹法测量LD端面泵浦Nd:YAG热透镜焦距[J]. *光子学报*, 2005, **34**(2):202~204
- Li Zhigang, Xiong Zhengjun, Huang Weiling *et al.*. Study of high power laser diode end-pumped composite crystal lasers [J]. *Chinese J. Lasers*, 2005, **32**(3):297~300  
李志刚,熊政军,黄维玲等. 高功率激光二极管端面抽运复合晶体激光器的研究[J]. *中国激光*, 2005, **32**(3):297~300
- J. A. Zheng, S. Z. Zhao, L. Chen. Thermal lens determination of LD end-pumped solid-state laser with stable resonator by slit scanning method [J]. *Opt. Laser Tech.*, 2002, **34**(6):439~443
- A. Agnesi, P. Uggetti. Measurement of thermal diffractive losses in end-pumped solid-state lasers [J]. *Opt. Commun.*, 2002, **212**(6):371~376
- C. Pfistner, R. Weber, H. P. Weber *et al.*. Thermal beam distortions in end-pumped Nd:YAG, Nd:GSGG, and Nd:YLF rods [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1994, **30**(7):1605~1615
- Y. F. Chen, T. M. Huang, C. F. Kao *et al.*. Optimization in scaling fiber-coupled laser-diode end-pumped lasers to higher power; influence of thermal effect [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1997, **33**(8):1424~1429
- T. Y. Fan. Heat generation in Nd:YAG and Yb:YAG [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1993, **29**(6):1457~1459
- Y. F. Chen, C. F. Kao, T. M. Huang *et al.*. Influence of thermal effect on output power optimization in fiber-coupled laser-diode end-pumped lasers [J]. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 1997, **3**(1):29~34
- M. Born, E. Wolf. Principles of Optics [M]. Sixth Edition, Oxford, U. K.; Pergamon Press, 1980. 518~520
- Lu Xuanhui, Chen Xumin, Zhang Lei *et al.*. Recognition of knife-edge method measuring the spot size of Gaussian beam [J]. *Laser & Infrared*, 2002, **32**(3):186~187  
陆璇辉,陈许敏,张蕾等. 刀口法测量高斯光束光斑尺寸的重新认识[J]. *激光与红外*, 2002, **32**(3):186~187
- H. Glur, R. Lavi, T. Graf. Reduction of thermally induced lenses in Nd:YAG with low temperatures [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 2004, **40**(5):499~504
- Zheng Jiaan, Zhao Shengzhi, Wang Qingpu *et al.*. Influence of thermal effect in gain-media on optimum design of LD-end pumped solid state laser [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2001, **30**(6):724~729  
郑加安,赵圣之,王青圃等. 晶体热效应对LD端面泵浦固体激光器优化设计的影响[J]. *光子学报*, 2001, **30**(6):724~729