

文章编号: 0258-7025(2006)09-1260-05

# 三表面干涉条纹空域傅里叶分析

徐建程, 石琦凯, 柴立群, 邓燕, 许乔

(成都精密光学工程研究中心, 四川 成都 610041)

**摘要** 为了准确测量透射平行平板,提出了单幅三表面干涉条纹空域傅里叶分析法,根据三表面干涉条纹频谱的旁瓣位置及峰值不同,分别提取平板前、后表面的面形及厚度变化等信息。通过与相移法(PSI)对比实验发现,该方法测量准确且重复性高。分析了两种方法各自的主要误差并量化:相移法中平板后表面反射光对前表面测量的影响;傅里叶分析法中的边界效应,离轴像差和平板材料均匀性引入的测量误差。

**关键词** 测量;干涉测量;傅里叶分析;多表面干涉条纹;平行平板

中图分类号 O 436.1 文献标识码 A

## Spatial Fourier Fringe Analysis with Single Three-Surface Interferogram

XU Jian-cheng, SHI Qi-kai, CHAI Li-qun, DENG Yan, XU Qiao

(Chengdu Fine Optical Engineering Research Center, Chengdu, Sichuan 610041, China)

**Abstract** To accurately measure transparent elements with parallel surfaces, a new simple and useful method using spatial Fourier analysis technique with single three-surface interferogram is presented. It can obtain the interferometric phase from three-surface interferogram by extracting the corresponding spectra. Therefore, the profiles of both surface and variation in thickness are calculated simultaneously. By comparing the spatial Fourier fringe analysis with phase-shifting interferometry (PSI), it can be found that the measured results are almost the same. The main errors which cause the measurement difference for the two method are given and analyzed, such as reflection from back surface, boundary problem, off-axial aberrations and homogeneity of the plate.

**Key words** measurement; interferometry; Fourier analysis; multiple surface interferogram; parallel flat

## 1 引言

传统相移干涉术通常认为干涉条纹是由双表面干涉产生的,然而当测量透射平行平板(在光显示、光通信中有广泛的应用)时,将产生三表面干涉,若用传统的相移算法(PSI)计算三表面干涉条纹时将会产生很大的误差<sup>[1~4]</sup>。而目前常用的方法主要是抑制透射平行平板后表面的反射,如在平板后表面涂折射率匹配的消光漆或凡士林,基于光栅的干涉测量法<sup>[5]</sup>等。Okada等提出了一种利用波长调谐相移法从多表面干涉条纹里提取各个有用信息<sup>[6]</sup>,Deck在Okada等基础上进行改进,提出波长调谐

时域傅里叶变化算法<sup>[7,8]</sup>,但它需要波长调谐激光器,上百幅随波长变化的干涉条纹图,算法复杂,运算周期长。本文根据三表面干涉时每个面反射光进入CCD的振幅不同,提出了一种单幅三表面干涉条纹空域傅里叶分析法。

## 2 实验过程与分析

用斐索干涉仪测量透射平行平板,如图1所示,假设参考面为面1,透射平行平板前表面为面2,后表面为面3,因为3个面的反射光都会进入CCD,如图2所示,所以CCD上的合电场可以表示为

收稿日期:2006-01-03;收到修改稿日期:2006-04-06

基金项目:中国工程物理研究院人才基金(zx0104)资助项目。

作者简介:徐建程(1981—),男,成都精密光学工程研究中心硕士研究生,主要从事精密光学检测和光学设计的研究。

E-mail: xujiancheng8143@126.com

导师简介:许乔(1972—),男,成都精密光学工程研究中心研究员,博士,主要从事先进光学制造和检测的研究。

E-mail: xuqiao@vip.sina.com

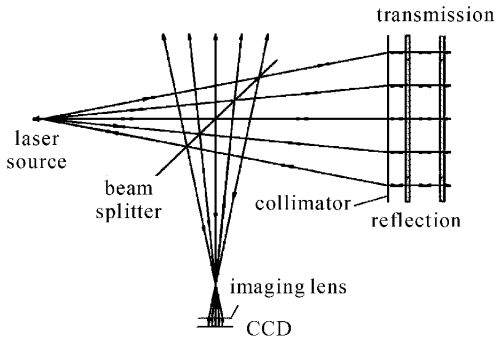


图 1 斐索干涉仪示意图

Fig. 1 Sketch map of Fizeau interferometer

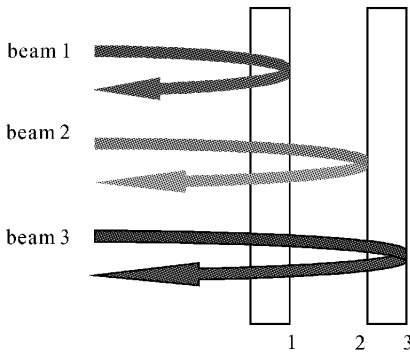


图 2 三表面干涉示意图

Fig. 2 Sketch map of three surface interference

$$E(x, y) = a \exp[i\Phi_1(x, y)] + b \exp[i\Phi_2(x, y) + 2ikd_{1-2}] + c \exp[i\Phi_3(x, y) + 2ikd_{1-3}], \quad (1)$$

式中  $a, b, c$  分别表示面 1, 2, 3 反射光的电场振幅;  $\Phi_1(x, y), \Phi_2(x, y), \Phi_3(x, y)$  分别表示面 1, 2, 3 反射光波前信息;  $d_{1-2}, d_{1-3}$  分别是面 1 和 2, 面 1 和 3 之间的距离; 波矢  $k = 2\pi/\lambda, \lambda$  为波长。所以 CCD 上的光强表示为

$$I(x, y) = A + B \cos[\Phi_1(x, y) - \Phi_2(x, y) - 2kd_{1-2}] + C \cos[\Phi_1(x, y) - \Phi_3(x, y) - 2kd_{1-3}] + D \cos[\Phi_2(x, y) - \Phi_3(x, y) + 2k(d_{1-2} - d_{1-3})], \quad (2)$$

式中  $A = a^2 + b^2 + c^2, B = 2ab, C = 2ac, D = 2bc$ 。假设平行平板材料是均匀的, 参考面是理想的平面, 即  $\Phi_1(x, y) = 0$ 。对(2)式作傅里叶变换得

$$I(f) = A\delta(f) + \frac{B}{2}\Phi_2(f - f_2) + \frac{B}{2}\Phi_2(f + f_2) + \frac{C}{2}\Phi_3(f - f_3) + \frac{C}{2}\Phi_3(f + f_3) + \frac{D}{2}\Phi_{2-3}(f - f_{2-3}) + \frac{D}{2}\Phi_{2-3}(f + f_{2-3}), \quad (3)$$

式中  $\Phi_2(f), \Phi_3(f), \Phi_{2-3}(f)$  分别为  $\Phi_2(x, y), \Phi_3(x, y), \Phi_2(x, y) - \Phi_3(x, y)$  所对应的频谱;  $f$  代表频率矢量;  $f_2, f_3, f_{2-3}$  分别为面 1 和 2, 面 1 和 3, 面 2 和 3 之间倾斜引入的载波频率。根据斐索干涉仪的特点, 假设参考镜和平行平板前后表面的反射率均为  $r$ , 则振幅  $b = (1-r)a, c = (1-r)^2 a$ , 公式(2)中干涉条纹调制度  $C = (1-r)B, D = (1-r)^2 B$ , 即面 1 和 2 反射光干涉条纹调制度  $B$  最大, 面 1 和 3 反射光干涉条纹调制度  $C$  其次, 面 2 和 3 反射光干涉条纹调制度  $D$  最小。在多表面干涉图的频谱中,  $B, C, D$  对应着空间频率  $f_2, f_3, f_{2-3}$  处频谱强度的两倍, 通过倾斜参考镜和测试镜, 使频谱图中 7 个峰值互相分开, 则可用汉宁窗分别取出频谱  $\Phi_2(f - f_2), \Phi_3(f - f_3), \Phi_{2-3}(f - f_{2-3})$ , 移到坐标原点后反傅里叶变化, 求对数取其虚部就可得到反射波前  $\Phi_2(x, y), \Phi_3(x, y), \Phi_{2-3}(x, y)$ , 则平板前表面的面形为  $\Phi_2\lambda/4\pi$ , 平板厚度变化为  $\Phi_{2-3}\lambda/4\pi n, n$  为平板的折射率, 后表面的面形为  $\Phi_3\lambda/4\pi n - (n-1)\Phi_2\lambda/4\pi n$ , 单位为  $\lambda$ 。

### 3 实验结果

用 Wyko 干涉仪测量  $\phi 100$  mm 口径, 15 mm 厚度, 材料为 K9 玻璃的透明平行平板, 平板前后表面和参考面反射的波前互相干涉得到多表面干涉条纹图如图 3 所示(没有外插干涉条纹), 其频谱如图 4,

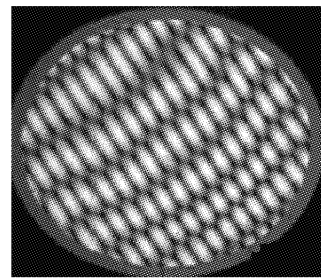


图 3 三表面干涉条纹

Fig. 3 Three beam pattern

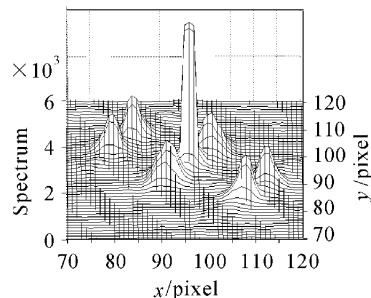


图 4 频谱图

Fig. 4 Spectrum

采用空域傅里叶分析法得到平板前表面面形如图 5 (a),后表面面形如图 5 (b),平板厚度变化如图 6 (a),对图 6(a)去倾斜处理,得到厚度变化的非线性

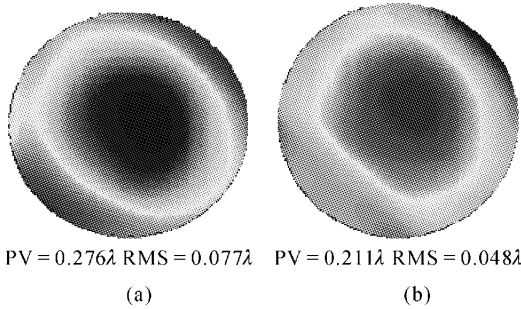


图 5 傅里叶分析法计算的前表面面形(a)和后表面面形(b)  
Fig. 5 Front surface (a) and back surface (b) obtained by FFT

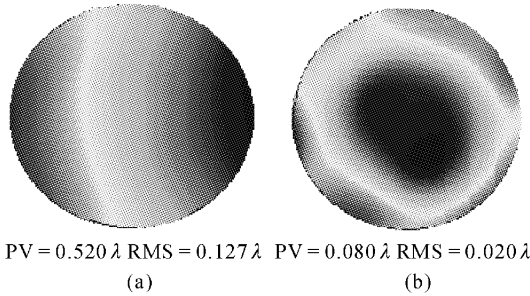


图 6 厚度变化(a)及厚度变化非线性成分(b)  
Fig. 6 Variation in thickness of the plate (a) and nonlinear components (b)

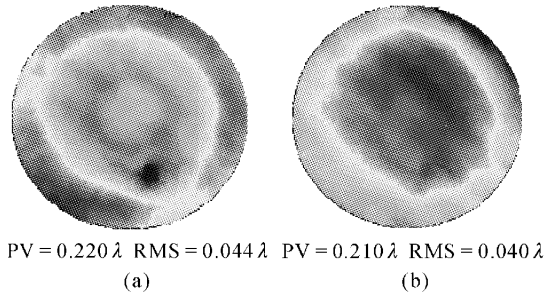


图 7 相移法得到的前表面面形(a)和后表面面形(b)  
Fig. 7 Front surface (a) and back surface (b) obtained by PSI

变化部分如图 6(b)所示。若将平行平板后表面均匀涂凡士林,在 Wyko24 寸干涉仪上用 13 步相移算法测得平行平板前表面的面形如图 7(a),清洗后表面,然后将前表面涂凡士林,干燥 20 min 后测得后表面面形如图 7(b),图 5~7 中的数据是在 90%有效口径得到的。比较图 5(a)与图 7(a),图 5(b)与图 7 (b)可知:两种方法测得的面形基本一致,峰谷(PV)值、均方差(RMS)值相差为 0.056λ 和 0.033λ。

表 1 列出了单幅条纹空域傅里叶分析法计算 6 次不同时刻采集的干涉图的结果,以及统计得到的前表面、后表面及厚度变化(非线性部分)的平均峰谷值、平均均方差值、峰谷值测量重复性(用均方差表示)、均方差值的测量重复性。

表 1 不同时间测量的结果

Table 1 Surface measurement results for different time

Different time	1	2	3	4	5	6	Average	Repeatability
Front surface PV (λ)	0.2716	0.2756	0.2756	0.2762	0.2922	0.2971	0.281	0.0105
Front surface RMS (λ)	0.0760	0.0766	0.0769	0.0771	0.0776	0.0766	0.077	0.0005
Back surface PV (λ)	0.2119	0.2187	0.2218	0.2302	0.2290	0.2258	0.223	0.0069
Back surface RMS (λ)	0.0552	0.0566	0.0567	0.0577	0.0551	0.0543	0.056	0.0013
Thickness variation PV (λ)	0.0798	0.0728	0.0768	0.0842	0.0772	0.0763	0.078	0.0038
Thickness variation RMS (λ)	0.0196	0.0207	0.0209	0.0210	0.0198	0.0195	0.020	0.0007

### 4 误差分析

从实验结果可知,单幅条纹空域傅里叶分析法求得的峰谷值和均方差值比相移法略大,我们分析造成这两种方法测量结果不同的主要原因:相移法中平板后表面反射;傅里叶分析法中的边界效应、离轴像差和平板材料均匀性。

#### 4.1 平板后表面反射对前表面测量的影响

设参考面和平板前表面为理想的平面,反射率

为 4%,后表面反射率可变。当平板后表面反射率分别为 0.5%,1%,2%,3%,4%时,利用软件模拟前表面测量的峰谷误差、均方差误差如表 2 所示。由表 2 可知,平板前后表面的反射率越接近,测量误差越大。因为后表面涂凡士林并没有完全抑制后表面的反射,通过实验测量计算得到它的反射率约为 0.5%。由表 2 可知,它引起的测量峰谷、均方差误差约为 λ/20,λ/500 (图 7(a),(b)中有较明显的波纹)。

表 2 后表面反射率不同对测量结果的影响

Table 2 Surface measurement results for different reflectivity of unwanted surface

Reflectivity	0.005	0.01	0.02	0.03	0.04
PV error ( $\lambda$ )	0.0553	0.0798	0.1188	0.1567	0.2056
RMS error ( $\lambda$ )	0.0024	0.0247	0.0363	0.0466	0.0580

4.2 条纹外插

采用单幅条纹傅里叶变换法时,因为干涉图是圆形的,作傅里叶变换时由于条纹在孔径边界突然消失,引起傅里叶谱的扩散,在恢复所得波面的孔径边缘产生很大的误差,形成边界效应<sup>[9]</sup>,需要条纹

外插加以抑制,而一般的空域外插算法不适用于多表面干涉条纹,因此采用频域 Gerchberg 迭代算法<sup>[9]</sup>。外插后的多表面干涉图如图 8(a),条纹没有明显的错位,有效抑制了边界效应。外插后采用空域傅里叶分析法得到平板前后表面面形及厚度变化(非线性部分)如图 8(b),(c),(d)所示,不同时间测量的面形峰谷值和均方差值如表 3。与图 5~7 比较可知,外插后的峰谷值和均方差值与相移法测量结果更接近,主要抑制了边缘效应。比较表 1 与表 3 可知,没有外插干涉条纹,可能引起的峰谷值和均方差值误差约为  $\lambda/25$  和  $\lambda/50$ 。

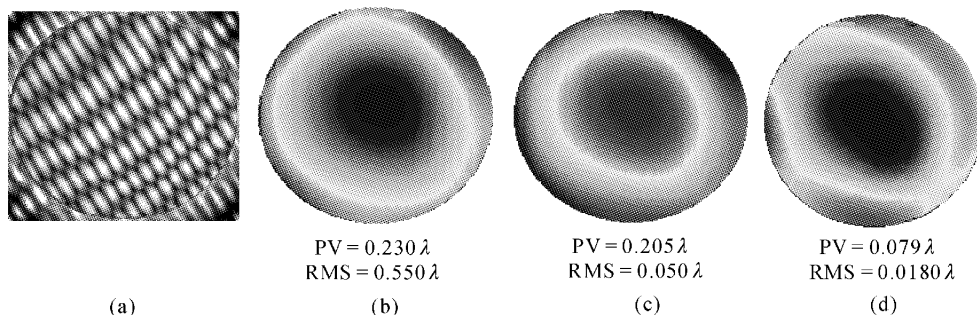


图 8 外插后计算得到的干涉图(a),前表面(b),后表面(c)和非线性厚度变化(d)

Fig. 8 Interferogram (a), front surface (b), back surface (c) and nonlinear variation in thickness (d) obtained after extrapolation

表 3 条纹外插后单幅三表面干涉条纹傅里叶分析法求得的结果

Table 3 Surface measurement results obtained by Fourier fringe analysis after Gerchbergs extrapolation algorithm at different time

Different time	1	2	3	4	5	6	Average	Repeatability
Front surface PV ( $\lambda$ )	0.2477	0.2451	0.2382	0.2302	0.2414	0.2458	0.2414	0.0065
Front surface RMS ( $\lambda$ )	0.0674	0.0656	0.0583	0.0550	0.0655	0.0665	0.0630	0.0051
Back surface PV ( $\lambda$ )	0.2075	0.2025	0.2173	0.2051	0.1950	0.2075	0.2058	0.0073
Back surface RMS ( $\lambda$ )	0.0524	0.0554	0.0508	0.0500	0.0541	0.0567	0.0532	0.0026
Thickness variation PV ( $\lambda$ )	0.0897	0.0777	0.0796	0.0793	0.0809	0.0754	0.0804	0.0049
Thickness variation RMS ( $\lambda$ )	0.0235	0.0228	0.0173	0.0180	0.0224	0.0196	0.0206	0.0027

表 4 倾斜引入的离轴像差

Table 4 Off-axial aberration caused by tilt

Fringe number	5	10	15	20	25	30	35	40	50
100% aperture PV error ( $\lambda$ )	0.03	0.04	0.05	0.07	0.07	0.07	0.08	0.08	0.08
100% aperture RMS error ( $\lambda$ )	0.006	0.007	0.008	0.006	0.008	0.008	0.009	0.008	0.008
90% aperture PV error ( $\lambda$ )	0.02	0.02	0.04	0.04	0.04	0.04	0.05	0.04	0.05
90% aperture RMS error ( $\lambda$ )	0.006	0.005	0.008	0.005	0.007	0.006	0.008	0.006	0.007

4.3 倾斜引入的离轴像差

单幅三表面干涉条纹傅里叶变换法需要引入空

间载波,但是它会产生离轴像差(主要为彗差和像散),为了明确离轴像差对测量结果的影响,在 Zygo

Verifire 干涉仪上测量不同倾斜状态及零条纹的面形,分别测量 10 次取其平均值,平均值之差定义为不同倾斜状态下的离轴像差,如表 4 所示。当倾斜小于 50 根条纹时,全口径离轴像差的峰谷值小于  $\lambda/12$ ,均方差值小于  $\lambda/110$ ; 90% 口径离轴像差的峰谷值小于  $\lambda/20$ ,均方差值小于  $\lambda/125$ 。

#### 4.4 材料均匀性

用单幅三表面干涉条纹傅里叶变换法求平板后表面时,假设平板材料是均匀的。但实验平板(15 mm 的 K9 玻璃)的折射率最大误差为  $2 \times 10^{-6}$ ,所以它引起后表面的测量误差约为  $\lambda/20$ 。若测量均匀性差或厚度大的平行平板,则其引起的误差将不可忽略。此时,可以在平板后再放一个标准反射镜,形成四表面干涉条纹,其频谱图中有 12 个旁瓣,其中峰值最小的两个旁瓣对应着平板后表面与标准反射镜反射光产生的干涉条纹,取其频谱反傅里叶变化即可得到后表面的真实信息,从而可以得到材料的均匀性。

## 5 结 论

用常规相移法测量透射平行平板时,其后表面的反射会严重影响测量结果,即使涂凡士林,仍然不能完全抑制后表面反射,且它容易擦伤平板后表面,操作麻烦。本文提出的单幅三表面干涉条纹空域傅里叶分析法,只要求单幅三表面条纹就能一次测得前后表面面形及厚度的变化,硬件要求简单,运算速度快,实时性强,对环境振动不敏感,重复性高,是一种测量透射平行平板非常实用的方法。但是它要求

干涉仪系统离轴像差小,平板具有较高的材料均匀性以及一定范围的平行度。若系统离轴像差大,则测量误差大;平板材料均匀性差,则需在透射平板后放置一标准反射镜,形成四表面干涉,从而实现从单幅四表面干涉图中同时得到平板的前后表面、厚度变化及材料的均匀性;平板平行度太低,则退化为两表面干涉,平板平行度太高则不能用本方法测量。

## 参 考 文 献

- 1 Erik Novak, Chiayu Ai, James C. Wyant. Errors caused by nearly parallel optical elements in a laser Fizeau interferometer utilizing strictly coherently imaging [C]. *SPIE*, 1997, **3134**:456~460
- 2 Zhiqiang Liu, Takeshi Gemma, Saori Udagawa *et al.*. Double-source interferometry for reducing spurious noise fringes [C]. *SPIE*, 2004, **5531**:193~202
- 3 Joe Shiefman. Using software to model coherent metrology systems [C]. *SPIE*, 2003, **5174**:69~82
- 4 Gao Zhishan, Chen Jinbang, He Yong *et al.*. Interferometric test of power spectral density in spatial mid-frequency band of the wavefront [J]. *Chinese J. Lasers*, 2000, **A27**(4):327~331  
高志山,陈进榜,何 勇等. 波面功率谱密度中频波段的干涉测试研究[J]. *中国激光*, 2000, **A27**(4):327~331
- 5 Peter de Groot. Grating interferometer for flatness testing [J]. *Opt. Lett.*, 1996, **21**(3):228~230
- 6 Katsuyuki Okada, Hironobu Sakuta, Teruji Ose *et al.*. Separate measurements of surface shapes and refractive index inhomogeneity of an optical element using tunable-source phase shifting interferometry [J]. *Appl. Opt.*, 1990, **29**(22):3280~3285
- 7 Leslie L. Deck. Multiple surface phase shifting interferometry [C]. *SPIE*, 2001, **4451**:424~431
- 8 Leslie L. Deck. Fourier-transform phase-shifting interferometry [J]. *Appl. Opt.*, 2003, **42**(13):2354~2365
- 9 Claude Roddier, Francois Roddier. Interferogram analysis using Fourier transform techniques [J]. *Appl. Opt.*, 1987, **26**(9):1668~1673