

文章编号: 0258-7025(2006)09-1220-05

# 高斯光束通过空间滤波器的传输特性

贾雪梅, 谢兴龙

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

**摘要** 采用矩阵分解和用有限个复高斯函数之和逼近硬边光阑窗口函数相结合的方法, 从柯林斯衍射积分公式出发, 对高斯光束通过空间滤波器的传输特性进行了分析, 得到了相应的解析式。通过对解析式的数值模拟, 得出了直观的结果, 并进行了误差分析。数值计算结果表明, 最佳滤波小孔尺寸的选择和计算误差均与光束的截断参数有关。在此基础上, 进一步研究了空间滤波器具有像传递功能时, 高斯光束和平顶高斯光束 ( $N = 12$ ) 通过空间滤波器的传输特性, 得出了截断参数与滤波后光强分布的关系, 并证实了此方法也可用于计算其他类型光束通过空间滤波器的传输。

**关键词** 激光光学; 高斯光束; 平顶高斯光束; 空间滤波器; 矩阵分解

中图分类号 TN 012 文献标识码 A

## Propagation Property of Gaussian Beams Passing through Spatial Filter

JIA Xue-mei, XIE Xing-long

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China)

**Abstract** Based on the method of matrix decomposition and expanding the rectangular function into a sum of complex Gaussian functions and the Collins diffraction integral formulae, the propagation characteristics of a Gaussian beams passing through spatial filter are studied. As a result, corresponding analytical formulae are obtained respectively. By using the numerical method, the analytical formulae are numerically simulated and the results can be got from the simulated figure. Numerical calculations have shown the dependence of the optimum pinhole size on the truncation parameters of the beams. As further extension, numerical calculations are performed for Gaussian beams and flattened Gaussian beams ( $N = 12$ ) propagating in spatial filter of  $B = 0$ . The relation of truncation parameter and intensity distribution of Gaussian beams passing through filter is obtained.

**Key words** laser optics; Gaussian beams; flattened Gaussian beams; spatial filter; matrix decomposition

### 1 引 言

在高功率激光装置中, 空间滤波器是一个非常重要的器件<sup>[1]</sup>。它结构简单, 由一对共焦的正透镜和焦面上的滤波小孔组成<sup>[2]</sup>。它的主要作用是空间滤波, 即利用小孔滤除入射光束中的高频分量, 使输出光强均匀化, 在有效提高系统光学元件能量负载的同时, 大大提高了系统的可输出功率和可聚焦功率<sup>[3]</sup>。此外, 它的滤波小孔还具有一定的光隔离能

力, 有利于抑制自激振荡和反向光束。当空间滤波器的入射面和出射面间的变换矩阵  $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$  满足  $B = 0$  的关系时, 系统的菲涅耳数  $N$  趋近于无穷, 相当于传输距离为 0, 物像可以不失真地传输, 这时空间滤波器具有像传递功能, 利用像传递功能可以最大程度地抑制衍射的影响, 改善光束质量<sup>[4]</sup>。因而, 定量地研究高斯光束在空间滤波器中的传输特性对高功率激光系统的总体设计至关重要。本文采用将硬

收稿日期: 2005-11-15; 收到修改稿日期: 2006-04-25

**作者简介:** 贾雪梅 (1980—), 女, 辽宁沈阳人, 中国科学院上海光学精密机械研究所硕士研究生, 主要从事高功率激光脉冲传输特性研究工作。E-mail: aimeejia@sina.com

**导师简介:** 谢兴龙 (1968—), 男, 中国科学院上海光学精密机械研究所研究员, 博士, 主要从事超短脉冲与强激光技术的研究。E-mail: xiexl329@mail.shnc.ac.cn

边光阑的光阑窗口函数展开为有限个复高斯函数之和以及  $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$  矩阵分解方法得出高斯光束通过空间滤波器的传输解析公式,并进一步对高功率激光系统中常用到的平顶高斯光束进行了研究,然后对计算误差及  $B = 0$  时高斯光束和 12 阶的平顶高斯光束通过空间滤波器的传输特性进行了数值计算和分析。

## 2 理论模型

空间滤波器系统如图 1 所示。滤波小孔半宽为  $r$ , 入射参考面  $RP_1$  到透镜  $F_1$  的距离和透镜  $F_2$  到出射参考面  $RP_2$  的距离分别为  $l_1, l_2$ ,  $F_1, F_2$  的焦距为  $f_1, f_2$ 。

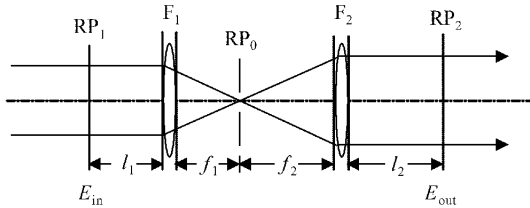


图 1 空间滤波器系统  
Fig.1 A spatial filter system

只考虑一维时的情况,根据柯林斯衍射积分公式<sup>[5]</sup>,高斯光束通过受半宽为  $r$  的光阑限制的

$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$  光学系统后的光场分布为

$$E_{out}(x, z) = \sqrt{\frac{ik}{2\pi B}} \int_{-r}^r E_{in}(x_0, 0) \times \exp\left[-\frac{ik}{2B}(Ax_0^2 - 2xx_0 + Dx^2)\right] dx_0, \quad (1)$$

其中  $k = 2\pi/\lambda$  为波数,  $\lambda$  为波长,  $E_{in}$  为入射光场分布。

通常以柯林斯衍射积分公式为基础计算光束通过系统中内含有光阑限制的传输非常烦杂,所以我们采用矩阵分解和 J. J. Wen 等提出的用有限个复高斯函数之和逼近硬边光阑窗函数相结合的方法<sup>[6]</sup>,将  $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$  矩阵等效分解为

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

其中  $\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{bmatrix}$  分别为入射参考面  $RP_1$

到小孔所在平面  $RP_0$  之间和  $RP_0$  至出射参考面  $RP_2$  之间光学系统的传输矩阵,如图 2 所示。

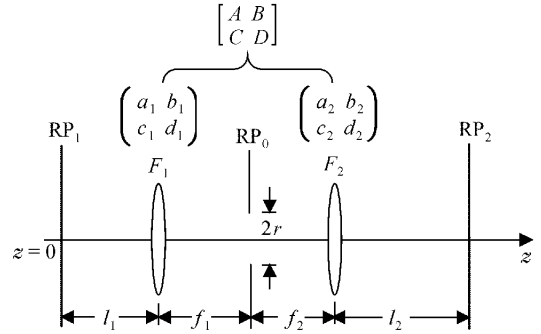


图 2 将复杂的光学系统分解成两个  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  光学系统和一个硬边光阑

Fig.2 Complicated optical system consisting of two  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  optical systems and internal hard-edge aperture

$$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & f_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & f_1 \\ -\frac{1}{f_1} & 1 - \frac{l_1}{f_1} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & l_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & f_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{l_2}{f_2} & f_2 \\ -\frac{1}{f_2} & 0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

这样,高斯光束通过空间滤波器的传输就可以看作是高斯光束依次通过  $\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix}$  光学系统、硬边光阑

和  $\begin{bmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{bmatrix}$  光学系统的传输。

设高斯光束在入射参考面  $RP_1$  上的光场分布为

$$E_0(x_0, 0) = \exp(-x_0^2/w_0^2), \quad (5)$$

其中  $w_0$  为高斯光束的束腰半径。根据柯林斯衍射积分公式<sup>[5]</sup>

$$E_1(x_1, z) = \sqrt{\frac{ik}{2\pi b_1}} \int_{-\infty}^{\infty} E_0(x_0, 0) \times \exp\left[-\frac{ik}{2b_1}(a_1x_0^2 - 2x_1x_0 + d_1x_1^2)\right] dx_0, \quad (6)$$

将(5)式代入(6)式并利用积分公式

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp[-(a^2 x^2 + bx)] dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \exp\left[-\left(\frac{b}{2a}\right)^2\right], \quad (7)$$

积分得

$$E_1(x_1, z) = \sqrt{\frac{ik}{2\pi b_1}} \exp\left(-\frac{ikd_1}{2b_1} x_1^2\right) \times \frac{\sqrt{\pi}}{P_1} \exp\left(-\frac{k^2 x_1^2}{4b_1^2 P_1^2}\right), \quad (8)$$

其中

$$P_1^2 = \frac{1}{w_0^2} + ik \frac{a_1}{2b_1}, \quad (9)$$

(8) 式为高斯光束通过  $\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix}$  光学系统后到达小孔所在平面  $RP_0$  前场分布的解析表达式。

小孔即半宽为  $r$  的硬边光阑的孔径函数

$$T(x) = \begin{cases} 1, & |x| < r \\ 0, & |x| > r \end{cases} \quad (10)$$

$T(x)$  可展开为有限复高斯函数之和

$$T(x) = \sum_{m=1}^{10} F_m \exp\left(-\frac{G_m x^2}{r^2}\right), \quad (11)$$

其中  $F_m$  和  $G_m$  分别为展开系数和复高斯函数系数, 它们可直接通过数值优化得到<sup>[6]</sup>。

利用柯林斯衍射积分公式<sup>[5]</sup>, 高斯光束通过硬

边光阑和  $\begin{bmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{bmatrix}$  光学系统后的场分布为

$$E_2(x_2, z) = \sqrt{\frac{ik}{2\pi b_2}} \int_{-\infty}^{\infty} E_1(x_1, z) T(x) \times \exp\left[-\frac{ik}{2b_2}(a_2 x_1^2 - 2x_2 x_1 + d_2 x_2^2)\right] dx_1, \quad (12)$$

将(8)式和(11)式代入(12)式积分得

$$E_2(x_2, z) = \sqrt{\frac{ik}{2\pi b_1}} \sqrt{\frac{ik}{2\pi b_2}} \exp\left(-\frac{ikd_2}{2b_2} x_2^2\right) \times \sum_{m=1}^{10} F_m \frac{\sqrt{\pi}}{P_1} \frac{\sqrt{\pi}}{P_2} \exp\left(-\frac{k^2 x_2^2}{4b_2^2 P_2^2}\right), \quad (13)$$

$$\text{其中 } P_2^2 = \frac{ika_2}{2b_2} + \frac{ikd_1}{2b_1} + \frac{k^2}{4b_1^2 P_1^2} + \frac{G_m}{r^2}, \quad (14)$$

(13) 式就是我们得到的高斯光束通过空间滤波器的传输解析式, 此种算法也可以用于研究其他类型的光束通过空间滤波器的传输变换问题。

在高功率激光技术中经常用到一种理论模型是光强为平顶分布的高斯光束<sup>[7]</sup>, 作为上述计算方法的推广应用, 本文计算了平顶高斯光束在空间滤波器中的传输。

设平顶高斯光束在入射参考面  $RP_1$  上的光场

分布为<sup>[8]</sup>

$$E_0(x_0, 0) = \exp\left[-\frac{(N+1)x_0^2}{w_0^2}\right] \times \sum_{n=0}^N \frac{1}{n!} \left[\frac{(N+1)x_0^2}{w_0^2}\right]^n, \quad (15)$$

式中  $N$  为平顶高斯光束的阶数,  $w_0$  为平顶高斯光束的束腰半径。将(15)式代入(6)式, 利用积分公式

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^{2n} \exp(-\alpha^2 x^2) \cos(ixy) dx = (-1)^n \pi^{1/2} (2\alpha)^{-(2n+1)} \exp\left[-\left(\frac{y}{2\alpha}\right)^2\right] H_{2n}\left(\frac{y}{2\alpha}\right), \quad (16)$$

积分得到平顶高斯光束通过  $\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix}$  光学系统后到达小孔所在平面  $RP_0$  前场分布的解析表达式

$$E_1(x_1, z) = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{ik}{2b_1}} \exp\left(-\frac{ikd_1}{2b_1} x_1^2\right) \sum_{n=0}^N \frac{1}{n!} \times \left(-\frac{1}{4}\right)^n \left(\frac{R}{P}\right)^{2n+1} \exp\left[-\left(\frac{kx_1}{2b_1 P}\right)^2\right] \times H_{2n}\left(\frac{ik}{2b_1 P} x_1\right), \quad (17)$$

其中

$$P = \left(\frac{N+1}{w_0^2} + \frac{ika_1}{2b_1}\right)^{1/2}, \quad (18)$$

$$R = \left(\frac{N+1}{w_0^2}\right)^{1/2}, \quad (19)$$

然后将(17)式代入(12)式, 利用积分公式

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{(x-y)^2}{2u}\right] H_n(x) dx = \sqrt{2\pi u} (1-2u)^{n/2} H_n\left[\frac{y}{(1-2u)^{1/2}}\right], \quad (20)$$

得到平顶高斯光束通过空间滤波器的传输解析式

$$E_2(x_2, z) = i \sqrt{\frac{b_1}{b_2}} \exp\left(-\frac{ikd_2}{2b_2} x_2^2\right) \sum_{m=1}^{10} F_m \times \sum_{n=0}^N \frac{1}{n!} Q^{-1/2} \left(\frac{1}{4Q} - \frac{1}{4}\right)^n \left(\frac{R}{P}\right)^{2n} \times \exp\left(-\frac{b_1^2 P^2}{b_2^2 Q} x_2^2\right) H_{2n}\left[\frac{i P b_1 x_2}{\left(1 - \frac{1}{Q}\right)^{1/2}}\right], \quad (21)$$

其中

$$Q = -\left(\frac{ika_2}{2b_2} + \frac{ikd_1}{2b_1} + \frac{k^2}{4b_1^2 P^2} + \frac{G_m}{r^2}\right) \frac{4P^2 b_1^2}{k^2}, \quad (22)$$

当  $N=0$  时, 由(21)式得到高斯光束通过空间滤波器的传输方程。

### 3 数值计算结果及分析

为了讨论(13)式的计算误差,比较了(13)式的计算结果即光束通过空间滤波器后的光强  $I_1$  和用

柯林斯衍射积分公式<sup>[5]</sup> 直接进行积分得到的计算结果光强  $I_2$ , 如图 3 所示。设  $w_0 = 1 \text{ mm}$ ,  $f_1 = f_2 = 1 \text{ m}$ ,  $l_1 = 0, l_2 = 1 \text{ m}$ ,  $\lambda = 1.053 \text{ }\mu\text{m}$ , 截断参数  $\delta$  ( $\delta = r/w_0$ ) 的取值分别为 5, 1, 0.5, 0.1。

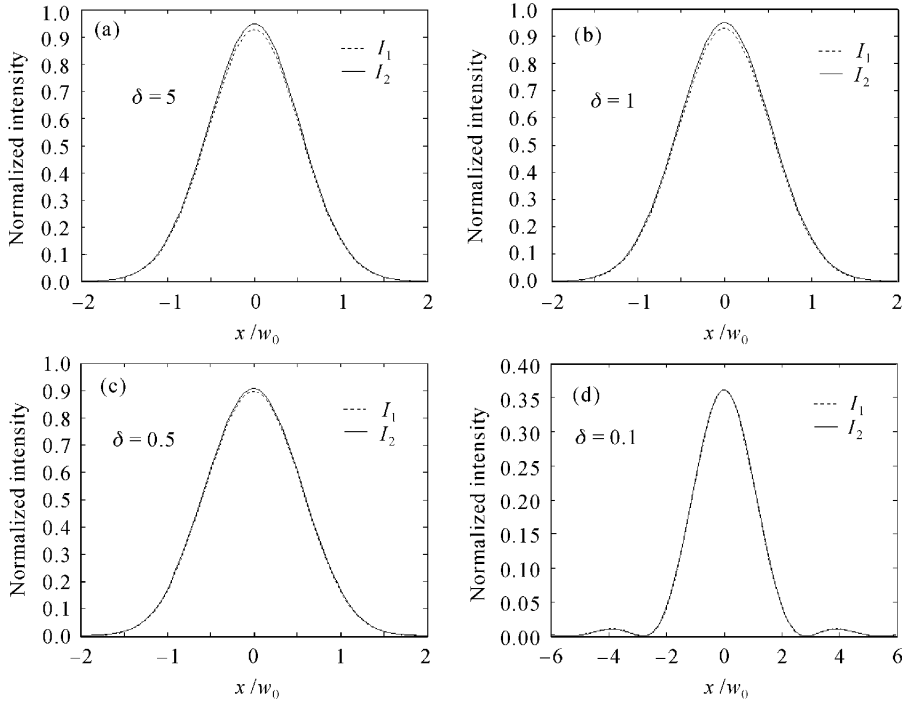


图 3 高斯光束通过空间滤波器的光强分布

Fig. 3 Intensity distributions of a Gaussian beam propagating in spatial filter  $I(x/w_0, z)$

图 3(a)中,  $\delta = 5$ , 此时光阑效应可以忽略<sup>[9]</sup>, 两条曲线在光强最大值附近相对误差  $\delta I/I_2 = (I_2 - I_1)/I_2 = 2.23\%$ , 图 3(b), (c), (d)中光强最大值附近相对误差分别为 2.22%, 1.09% 和 0.11%。比较图 3(b), (c), (d)可知, 当光阑效应不能忽略时, 相对误差随着截断参数  $\delta$  的减小而减小。计算误差主要是由孔径函数展开为复高斯函数之和时引起的, 当不考虑 J. J. Wen 等方法<sup>[6]</sup> 的计算误差时, 我们采用的矩阵分解的计算方法是准确的。

图 4, 图 5 分别表示的是当  $B = 0$  即像传递时, 高斯光束和平顶高斯光束 ( $N = 12$ ) 通过空间滤波器的传输特性。其中  $w_0 = 1 \text{ mm}$ ,  $f_1 = f_2 = 1 \text{ m}$ ,  $l_1 = 0, l_2 = 2 \text{ m}$ ,  $\lambda = 1.053 \text{ }\mu\text{m}$ 。

图 4 中  $I_0$  表示入射高斯光束的光强分布,  $I_1, I_2, I_3$  分别表示高斯光束通过空间滤波器后, 截断参数  $\delta$  分别为 0.3, 0.2, 0.1 时的光强分布。其对应的滤波小孔的截止频率分别为  $1.79 \text{ mm}^{-1}$ ,  $1.19 \text{ mm}^{-1}$ ,  $0.60 \text{ mm}^{-1}$ ; 小孔能滤去空间波长小于  $3.51 \text{ mm}$ ,  $5.27 \text{ mm}$ ,  $10.53 \text{ mm}$  的空间调制。由于

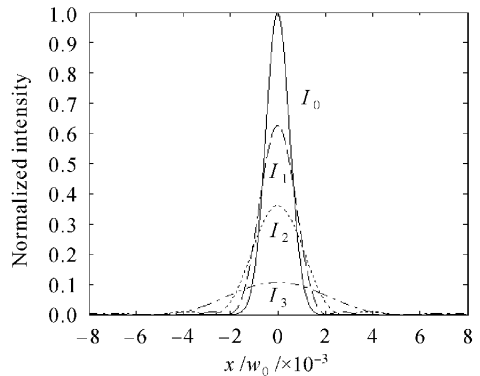


图 4  $B = 0$  时高斯光束通过空间滤波器的光强分布

Fig. 4 Intensity distributions of a Gaussian beam propagating in spatial filter  $I(x/w_0, z)$  on  $B = 0$

输入光束为标准的高斯光束, 不存在高频波, 因此从图中观察不到光场中的空间高频分量被滤去的现象。但是, 从图中可以看到由于滤波小孔的存在而造成出射光强分布的衍射调制, 截断参数越小, 衍射效应越明显。另一方面, 滤波小孔的存在使光能量损失, 截断参数越小, 光能量损失越大。

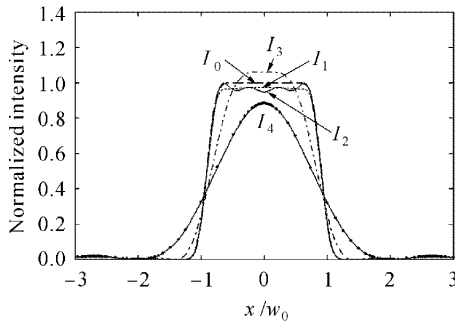


图 5  $B = 0$  时平顶高斯光束通过空间滤波器的光强分布

Fig. 5 Intensity distributions of a flattened Gaussian beam propagating in spatial filter  $I(x/w_0, z)$  on  $B = 0$

图 5 中  $I_0$  表示入射平顶高斯光束的光强分布,  $I_1, I_2, I_3, I_4$  分别表示平顶高斯光束 ( $N = 12$ ) 通过空间滤波器后, 截断参数  $\delta$  分别为 3, 2, 0.8, 0.2 时的光强分布。从图中可以看出当  $\delta \geq 3$  时, 光阑的效应可以忽略; 当  $\delta = 2$  时, 出射光束带有高频分量, 随着小孔半径的减小, 当  $\delta = 0.8$  时光场中的高频分量逐渐被滤去, 出射光束恢复为平顶高斯光束, 但光束的束腰有所减小。随着截断参数  $\delta$  的继续减小, 出射光束不再是平顶高斯光束而是出现了带旁瓣的类高斯分布, 不但降低了光束质量, 而且损失了更多的光能量, 增大了衍射调制。

## 4 结 论

本文采用矩阵分解和 J. J. Wen 等提出的用有限个复高斯函数之和逼近硬边光阑窗函数相结合的方法, 推导出了高斯光束通过空间滤波器的传输解析式, 并进一步推广于平顶高斯光束的计算。数值计算结果表明, 虽然截断参数越小, 计算误差越小,

但光场的衍射调制会随之增大, 光能量随之减小。因此在设计空间滤波器时, 要根据实际情况适当选择滤波小孔的尺寸, 以达到最佳的滤波效果。此研究方法可推广于其他类型的光束通过空间滤波器的传输研究, 以及高功率激光装置中多级空间滤波器的滤波研究。

## 参 考 文 献

- 1 William W. Simmons, John T. Hunt, William E. Warren. Light propagation through large laser systems [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1981, **QE-17**(9):1727~1743
- 2 Peter M. Celliers, Kent G. Estabrook, Russell J. Wallace *et al.*. Spatial filter pinhole for high-energy pulsed lasers [J]. *Appl. Opt.*, 1998, **37**(12):2371~2378
- 3 Xu Shixiang, Guan Fuyi, Lin Zunqi *et al.*. Design and measurement of focal lengths of lenses of large  $f$ -number used in spatial filters in a high power solid-state laser system [J]. *Chinese J. Lasers*, 1996, **A23**(12):1077~1080  
徐世祥, 管富义, 林尊琪 等. 高功率激光系统空间滤波器透镜焦距的选择及其测量[J]. *中国激光*, 1996, **A23**(12):1077~1080
- 4 Wang Guiying, Zhao Jiuyuan, Zhang Mingke. Basic study on spatial filter used in Nd-glass high power laser system [J]. *Acta Physica Sinica*, 1985, **34**(2):171~181  
王桂英, 赵九源, 张明科 等. 钕玻璃高功率激光系统中的空间滤波器的基本研究[J]. *物理学报*, 1985, **34**(2):171~181
- 5 Stuart A. Collins. Lens-system diffraction integral written terms of matrixoptics [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1970, **60**(9):1168~1177
- 6 J. J. Wen, M. A. Breazeale. A diffraction beam field expressed as the superposition of Gaussian beams [J]. *J. Acoust Soc. Am.*, 1988, **83**(5):1752~1756
- 7 V. Bagini, R. Borghi, F. Gori *et al.*. Propagation of axially symmetric flattened Gaussian beams [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1996, **13**(7):1385~1394
- 8 Luo Shirong, Lü Baida. Propagation of flattened Gaussian beams through an aperture optical system [J]. *Chinese J. Lasers*, 2002, **A29**(5):425~428  
罗时荣, 吕百达. 平顶高斯光束在有光阑光学系统中的传输[J]. *中国激光*, 2002, **A29**(5):425~428
- 9 Lü Baida. Propagation and Control of High-Power Lasers [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1999  
吕百达. 强激光的传输与控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999