

文章编号: 0258-7025(2006)08-1033-05

# Zernike 矩提高哈特曼波前传感器的鲁棒性

李 俊, 陈海清, 任温馨, 杨振刚

(华中科技大学光电子工程系, 湖北 武汉 430074)

**摘要** 哈特曼波前传感器是自适应光学(AO)系统中常用的波前传感器件, 噪声、器件装配误差常常影响其探测波前的能力和精度, 进而影响整个系统对波前的实时校正。通过实验证明, 引入数字图像处理中的矩技术, 无需在硬件上对自适应光学系统进行修改, 利用 Zernike 矩噪声不敏感、旋转不变等特性, 对波前传感器 CCD 数据进行预处理, 能够降低系统对噪声的敏感性, 减小对器件装配精度的要求。

**关键词** 自适应光学; 哈特曼波前传感器; Zernike 矩; 子孔径阵列板; 图像重构

**中图分类号** TH 741; TP 212.14 **文献标识码** A

## Improvement of the Robustness of Hartmann Wavefront Sensor by Using Zernike Moment

LI Jun, CHEN Hai-qing, REN Wen-xin, YANG Zhen-gang

(Department of Opto-Electronics Engineering, Huazhong University of  
Science and Technology, Wuhan, Hubei 430074, China)

**Abstract** The Hartmann wavefront sensor is commonly used in adaptive optical (AO) system to measure the wavefront aberration. Noise and assembly errors decrease the accuracy of a Hartmann wavefront sensor, thus degrade the quality of the AO system. The moment theory, which has its origin in digital graphic discipline, is introduced into AO system. The Zernike moment is utilized as pre-processing filter because it is insensitive to noise and rotationally invariant. Hence the AO system becomes less sensitive to noise, and no high assembly precision is required.

**Key words** adaptive optics; Hartmann wavefront sensor; Zernike moment; sub-aperture array plate; image reconstruction

### 1 引 言

由子孔径阵列板和 CCD 构成的哈特曼波前传感器(Hartmann wavefront sensor, HWS)是自适应光学(AO)系统中一种常用的波前探测器件, 因此成为决定自适应光学系统性能的重要环节<sup>[1~4]</sup>。已有文章研究哈特曼波前传感器与变形镜的对准误差对系统的影响及修正方法<sup>[5]</sup>, 但是其前提是哈特曼波前传感器的阵列板和 CCD 装配时不存在误差, 显然这个前提并不总是成立的; 另外系统工作环境存在

背景噪声, 这两个因素都会影响获得的子波前数据, 进而降低自适应光学系统的重构精度和准确性。

Zernike 多项式是自适应光学系统中最常用的多项式, Zernike 矩具有噪声不敏感特性和旋转不变性<sup>[6]</sup>, 所以将 Zernike 矩方法引入自适应光学系统中作为一种前置预处理器, 在概念和技术上是自然的、相对容易实现的。由此能获得稳定的系统表现, 提高系统鲁棒性, 即减小系统受背景噪声影响程度, 降低对哈特曼波前传感器中阵列板和 CCD 装配精度的要求。

收稿日期: 2005-12-22; 收到修改稿日期: 2006-02-22

基金项目: 国家自然科学基金(10476010)资助项目。

作者简介: 李 俊(1977—), 男, 湖北红安县人, 华中科技大学光电子工程系博士研究生, 主要从事自适应光学研究。

E-mail: laserjungle@163.com

导师简介: 陈海清(1947—), 男, 江苏南京人, 华中科技大学光电子科学与工程学院教授, 博士生导师, 光电信息技术研究所所长, 主要从事光学技术及现代光学系统研究。E-mail: hqchen@mail.hust.edu.cn

## 2 图像的矩和 Zernike 矩

在图像模式识别研究过程中, Hu 引入了几何矩, 结合代数不变量提出不变矩的概念<sup>[7]</sup>。矩不仅能描述图像全局信息, 而且也能描述图像的细节信息, 目前, 已用于图像处理、计算机视觉和模式识别领域中, 包括图像匹配、图像编码、图像重建、图像检索等众多方面<sup>[6,8]</sup>。矩可以分为几何矩、正交矩、复数矩、旋转矩等类型, 其中, 正交矩 (Zernike 矩, Legendre 矩等) 具有信息冗余度小、有反变换等优点。

由某个核函数  $K(x, y)$  定义的连续图像  $f(x, y)$  的  $n$  阶  $m$  重矩的一般形式为

$$M_{nm} = \iint_{(x,y) \in S} K(x, y; n, m) f(x, y) dx dy, \quad (1)$$

式中  $S$  为核函数定义区间。对于连续的图像函数, 各阶矩由图像唯一确定, 反过来, 由矩可以无误差地重构原图像。对于离散的图像函数  $P(x, y)$ , 若集  $\{U_{nm}(x, y)\}$  是正交完备的,  $M_{nm}(x, y)$  是由其定义的  $n$  阶  $m$  重矩, 那么对于任意给定的某个正数  $\epsilon$ , 一定存在正整数  $N_{\max}$ , 使得

$$\hat{P}(x, y) = \sum_{n=0}^{N_{\max}} \sum_m M_{nm}(x, y) U_{nm}(x, y), \quad (2)$$

满足  $|P(x, y) - \hat{P}(x, y)| < \epsilon$ 。

Zernike 多项式是自适应光学中常用的多项式。一方面, 多数光学系统的光瞳是圆形的, Zernike 多项式在单位圆域内正交, 它的低阶模式和光学像差相对应, 在表述光学波前方面具有优势 (对任意形状孔径, 经过多项式正交化之后, 也可以使用 Zernike 多项式表征其波前相位<sup>[9]</sup>); 另一方面, 在模式法波前重构中使用 Zernike 多项式能简化利用微机电技术加工的可变形反射镜 (MEMS-DMs) 电极控制电压的计算过程。Zernike 多项式可以表示为径向函数和角向函数的乘积, 即

$$Z_{nm}(x, y) = Z_{nm}(\rho, \theta) = R_n^m(\rho) \exp(jm\theta), \quad (3)$$

其中径向函数为

$$R_n^m(\rho) = \sum_{s=0}^{(|n-m|)/2} \frac{(-1)^s (n-s)!}{s! [(n+m)/2 - s]! [(n-m)/2 - s]!} \times \rho^{(n-2s)}, \quad (4)$$

式中  $(\rho, \theta)$  为单位圆域内的极坐标;  $(x, y)$  为对应的直角坐标;  $n$  为非负整数, 定义了 Zernike 多项式的阶; 整数  $m$  满足  $|m| < n$ , 且  $m-n$  为偶数。对于连续函数  $f(x, y)$ , 核函数使用 Zernike 多项式  $Z_{nm}$  的 Zernike 矩为

$$M_{nm} = \frac{n+1}{\pi} \iint_{x^2+y^2 \leq 1} f(x, y) [Z_{nm}(x, y)]^* dx dy, \quad (5)$$

其中  $*$  代表取复共轭。对于离散的数字图像  $P(x, y)$ , (5) 式中的积分改写成的累加形式为

$$M_{nm} = \frac{n+1}{\pi} \sum_{x,y} P(x, y) [Z_{nm}(x, y)]^*, \quad x^2 + y^2 \leq 1. \quad (6)$$

Cho-Huak 等<sup>[6]</sup> 的实验研究表明 Zernike 矩对噪声不敏感。也就是说, 如果  $M_{nm}, M'_{nm}$  分别为没有噪声的图像  $P(x, y)$  和被噪声污染的图像  $\hat{P}(x, y)$  的矩, 那么在误差范围内, 认为  $M'_{nm} = M_{nm}$ 。Zernike 多项式是正交的, 通过 Zernike 矩  $M'_{nm}$  重构得到

$$P_r(x, y) = \sum_{n=0}^{N_{\max}} \sum_m M_{nm}(x, y) Z_{nm}(x, y), \quad (7)$$

$P_r(x, y)$  减小了噪声影响, 是对  $P(x, y)$  较好的逼近。

同时, Zernike 矩具有旋转不变性, 即将图像  $f(\rho, \theta)$  旋转角度  $\alpha$  后得到图像  $f'(\rho, \theta) = f(\rho, \theta - \alpha)$ , 若  $M_{nm}, M'_{nm}$  分别是原图像和旋转之后的图像的矩, 那么

$$\begin{aligned} M'_{nm} &= \frac{n+1}{\pi} \iint_{uc} f(\rho, \theta - \alpha) R_n^m(\rho) \exp(-jm\theta) \rho d\rho d\theta = \\ &= \frac{n+1}{\pi} \iint_{uc} f(\rho, \theta - \alpha) R_n^m(\rho) \times \\ &= \exp[-jm(\theta - \alpha) - jma] \rho d\rho d(\theta - \alpha) = \\ &= \left[ \frac{n+1}{\pi} \iint_{uc} f(\rho, \theta_1) R_n^m(\rho) \times \right. \\ &= \left. \exp(-jm\theta_1) \rho d\rho d\theta_1 \right] \exp(-jma) = \\ &= M_{nm} \exp(-jma), \end{aligned} \quad (8)$$

显然如果  $m = 0$ , 则  $M_{nm} = M'_{nm}$ , 二者完全相同; 如果  $m \neq 0$ ,  $M_{nm}, M'_{nm}$  只有相位上的差异, 而模值相同。若以符号  $\arg[Z]$  表示复数  $Z$  的幅角, 从公式 (8) 容易知道  $\arg[M'_{nm}] = \arg[M_{nm}] - m\alpha$ , 所以

$$\alpha = (\arg[M_{nm}] - \arg[M'_{nm}]) / m, \quad m \neq 0, \quad (9)$$

可见, 如果事先通过理论计算或者用信标光照射标准器件测量然后计算, 得到理想情况下的矩  $M_{nm}$ , 而工作条件下通过采集数据计算对应的  $M'_{nm}$ , 就可以知道新图像相对原始图像旋转的角度, 然后通过坐标旋转公式摆正图像

$$\begin{aligned} x &= (x' - x_0) \cos\alpha - (y' - y_0) \sin\alpha + x_0, \\ y &= (x' - x_0) \sin\alpha + (y' - y_0) \cos\alpha + y_0, \end{aligned} \quad (10)$$

其中  $(x_0, y_0)$  为图像中心,  $(x', y')$  为 CCD 上数据的坐标,  $(x, y)$  为旋转校正之后的坐标。

需要注意的是,因为 Zernike 多项式定义在单位圆上,而本文研究的子孔径阵列是方形的,所以计算时需将坐标原点移到图像中心,且将坐标在 CCD 像元面的内接圆上归一化。矩  $M_{0,0}$  实际表征了区域上的能量之和,利用它和矩  $M_{1,1}, M_{1,-1}$  可以计算该区域的质心  $x_c$  和  $y_c$ ,进而计算质心偏移、波前斜率,因此为避免重复计算而降低整个自适应光学系统的速度,需要额外保存  $M_{0,0}, M_{1,1}, M_{1,-1}$  的值。

### 3 Zernike 矩提高自适应光学系统的鲁棒性

在图 1 所示的自适应光学系统平台上进行实验研究,系统的目标是将畸变波前校正成为平面波,因此用校正之后波前的均方根(RMS)值作为衡量波前畸变的标准,均方根值越小,波前越接近于平面波,校正效果越好。Zernike 矩的定义区域均采用归一化之后的 CCD 内接圆。

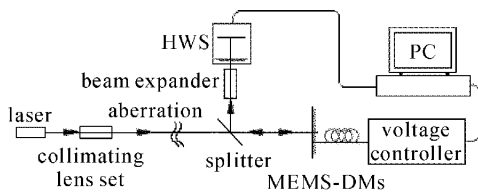


图 1 自适应光学系统实验平台

Fig. 1 Experimental adaptive optical layout

如图 1 所示,由激光器发出的光,在扩束准直之后成为平面光波,在传输过程中或者经过设置在光路中畸变产生器件而发生畸变。从利用微机电技术加工的可变形反射镜(MEMS-DMs)反射回来的光在分光镜表面再次反射,口径变换之后被哈特曼波前传感器接收。波前重构算法根据波前传感器上的数据重构畸变波前形貌,然后计算微机电技术加工的可变形反射镜的电极电压,控制微机电技术加工的可变形反射镜的反射面形变。这样通过闭环控制就可以达到补偿光束畸变的目的,使哈特曼波前传感器接收波前的均方根值趋近于 0。其中,哈特曼探测器小孔阵列有  $25 \times 25$  个小孔;微机电技术加工

的可变形反射镜有 37 个电极,按圆周分布排列。

#### 3.1 用 Zernike 矩减小背景噪声影响

哈特曼探测器参数确定后,可以控制的噪声主要来自背景杂光干扰,这是一种加性随机噪声。传统上通常有两种途径减小干扰:一是在探测器前添加窄带滤光片,对滤光片要求较高,否则将引入额外的波前畸变,并且不适用于弱光的场合;二是设置合适的 CCD 光强阈值,这也会造成有用的光信息的损失,同样也不适用于弱光照射的场合。

基于 Zernike 矩的处理方法与传统方法不同,它不直接利用 CCD 采集的数据计算阵列板各子孔径的波前斜率,而是首先通过 Zernike 矩重构图像,以减小噪声的影响,然后再利用重构图像数据计算质心,接着采用基于 Zernike 多项式的模式法重构畸变波前。图 2 虚线框中是新添加的基于矩的数据预处理方法;虚线框外的流程和算法,与传统自适应光学相同。

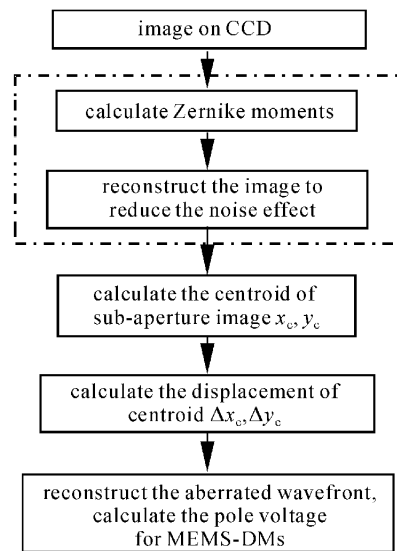


图 2 使用 Zernike 矩减小噪声干扰的波前重构流程图

Fig. 2 Flowchart for AO system with noise deduction by using Zernike moments

对不同的 CCD 阈值进行了实验,波前误差由加工的有畸变的相位板提供,实验环境下的杂散灯光做噪声源,实验数据如表 1 所示。

表 1 Zernike 矩法重构图像对减小噪声影响的作用

Table 1 Utilizing image reconstruction based on Zernike moments to deduce noise affection

	CCD threshold	0%	1.0%	2.5%	3.5%	6.5%
RMS / $\mu\text{m}$	No noise deduction	0.354	0.382	0.201	0.109	0.092
	With noise deduction	0.111	0.108	0.103	0.097	0.091

可见,使用 Zernike 矩重构孔径图像数据后,均方根数据比较稳定,且接近大阈值(6.5%)下重构的结果,即减小了噪声的影响。

### 3.2 用 Zernike 矩减小波前传感器装配误差影响

模式法重构波前基于这样的假设:波前传感器孔径内的波前,可以分解为若干子孔径内的平面波子波前,计算子孔径对应 CCD 像元上成像的质心偏移,就可以知道平面子波前的信息,进而获得全孔径波前信息。按波前传感器子孔径的排列均匀划分 CCD 像元,是最直观、最容易编程的方式,此种划分要求小孔阵列与 CCD 器件装配精度较高。通常  $x$ ,  $y$  方向的对准精度容易保证,平移造成的误差较小,可以不予考虑。因为哈特曼小孔阵列之间存在不透光间隙,如果小孔阵列与 CCD 器件之间存在相对旋转,但是此时仍然按照理想情况下的均匀划分计算,显然会得到错误的结果。利用 Zernike 矩的旋转不变性,可以放宽这方面的要求,由程序自动旋转、摆正倾斜的 CCD 图像。图 3 虚线框中是新添加的基于 Zernike 矩的坐标轴旋转方法;虚线框外的流程和算法与传统自适应光学相同。

在相同的 CCD 阈值条件下,用两个哈特曼探测器对相同的波面畸变进行了校正实验。两个波前传感器的区别仅仅在于:  $H_1$  是已封装并校准好的成

品;  $H_2$  的子孔径阵列板可以绕光轴旋转,用于模拟装配误差。波前误差由加工的有畸变的平板提供, CCD 采用相同的较大阈值(6.5%),并排除系统所处环境的无用光照,以摒除噪声干扰。表 2 列出了 5 组小于  $0.5^\circ$  随机旋转的实验结果。

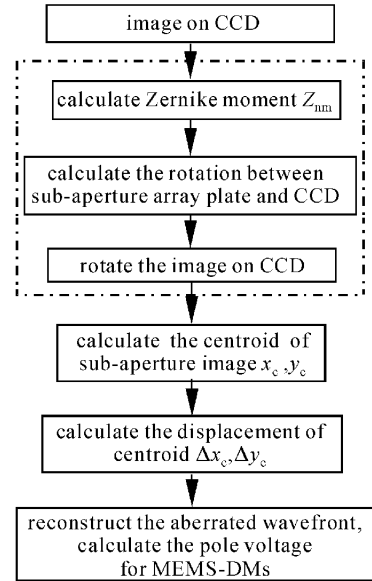


图 3 加入 Zernike 矩旋转校正的波前重构过程框图

Fig. 3 Flowchart for AO system with rotational correction by using Zernike moments

表 2 使用 Zernike 矩校正小孔阵列相对 CCD 器件的旋转实验  
Table 2 Experiment with rotational correction by using Zernike moments

		I	II	III	IV	V
RMS for $H_2/\mu\text{m}$	No rotational correction	0.377	0.526	0.123	0.220	0.102
	With rotational correction	0.101	0.112	0.098	0.109	0.093
RMS for $H_1/\mu\text{m}$		0.101				

由表 2 可看出,如果不校正旋转,均方根值波动大;使用了 Zernike 矩校正 CCD 全孔径图像的旋转之后,均方根接近相应  $H_1$  重构的精度,且稳定性有明显提高。所以使用 Zernike 矩校正小孔阵列相对 CCD 器件的旋转是可行的,能够降低器件装配精度的要求。

## 4 结 论

在自适应光学系统中引入数字图像处理学科领域的 Zernike 矩的概念,对即将送入波前重构计算的 CCD 数据进行预处理,可以减小因背景随机噪声、器件装配误差带来的影响,因而能够降低器件装配精度的要求;也可以用于长期工作的自适应光学

系统,延长系统的使用期限。需要指出的是, Zernike 矩的计算,降低了自适应光学系统工作的频率,不适用于实时性要求很高的场合。算法速度的提升是今后可以完善研究的一个方向,而矩的快速算法是解决这个问题的一种可能途径<sup>[10]</sup>。

## 参 考 文 献

- 1 Zhou Renzhong, Yan Jixiang. Adaptive Optics Theory [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 1996. 135~328  
周仁忠, 阎吉祥. 自适应光学理论[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1996. 135~328
- 2 Yan Haixing, Chen She, Zhang Deliang et al.. Numerical simulation of an adaptive optics system by means of modal wavefront reconstruction [J]. Acta Optica Sinica, 1998, 18(1):103~108  
严海星, 陈 涉, 张德良 等. 自适应光学系统的模式法数值模拟[J]. 光学学报, 1998, 18(1):103~108

- 3 Jiang Yuesong, Wang Sen, Zhao Dazun *et al.*. Algorithm for wavefront reconstruction of micromachined adaptive optical [J]. *Optical Technique*, 2001, **27**(3):220~222  
江月松,王森,赵达遵等. 微型自适应光学系统的波前重构算法[J]. *光学技术*, 2001, **27**(3):220~222
- 4 Ning Ling, Yudong Zhang, Xuejun Rao *et al.*. High resolution mosaic image of capillaries in human retina by adaptive optics [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2005, **3**(4):225~226
- 5 Hou Jing, Jiang Wenhan, Ling Ning. The misalignment errors of Hartmann-Shack wavefront sensors and deformable mirror in the two kinds of adaptive optics systems [J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(6):750~755  
侯静,姜文汉,凌宁. 两种自适应光学系统中哈特曼波前传感器与变形镜的对准误差[J]. *光学学报*, 2003, **23**(6):750~755
- 6 Cho-Huak Teh, Roland T. Chin. On image analysis by the methods of moments [J]. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions*, 1988, **10**(4):496~513
- 7 Ming-Kuei Hu. Visual pattern recognition by moment invariants [J]. *IRE Transactions on Information Theory*, 1962, **8**(1):179~187
- 8 Cui Jiwen, Tan Jiubin. Algorithm for edge subpixel location based on Zernike moment [J]. *Optical Technique*, 2005, **31**(5):779~782,785  
崔继文,谭久彬. 基于 Zernike 矩的亚像素边缘定位算法[J]. *光学技术*, 2005, **31**(5):779~782,785
- 9 Duan Hafeng, Yang Zeping, Wang Shuqing *et al.*. Model wavefront reconstruction of Shack-Hartmann sensor on arbitrary area and wavefront expression by Zernike polynomials [J]. *Chinese J. Lasers*, 2002, **A29**(6):517~520  
段海峰,杨泽平,王淑青等. 夏克-哈特曼传感器任意形状孔径波前的模式重构及 Zernike 多项式描述[J]. *中国激光*, 2002, **A29**(6):517~520
- 10 Ye Bin, Peng Jiaxiang. Improvement and invariance analysis of pseudo-Zernike moments [J]. *Journal of Image and Graphics*, 2003, **8**(3):246~252  
叶斌,彭嘉雄. 伪 Zernike 矩不变性分析及其改进研究[J]. *中国图像图形学报*, 2003, **8**(3):246~252

## 欢迎成为《中国光学期刊网》企业会员

为进一步提高服务水平,中国光学期刊网从 2006 年起在信息服务上实行会员制度,凡光电子、激光、光通信等相关的企业均可申请成为中国光学期刊网的企业会员,中国光学期刊网将为企业会员提供优质超值的专业服务。

### 一、会员企业享受的服务包括:

- 1) 企业名称在中国光学期刊网首页的“会员企业”栏目中出现,并链接到企业自己的网址。
- 2) 会员企业可获赠光学类期刊一份,全年 12 册,请在《中国激光》、《光学学报》、《激光与光电子学进展》和 Chinese Optics Letters 中任选一种。
- 3) 可免费在本站“特别推荐”栏目发布文字信息(含广告) 10 条,每篇不过 2000 字。
- 4) 如在中国光学期刊网发布广告,可享受广告报价的 80% 优惠。
- 5) 优先或免费参加光学期刊网组织的各类学术和业务活动。
- 6) 可免费阅读本网站期刊全文 300 篇次。

### 二、会员义务:

1. 注册时向中国光学期刊网递交企业真实信息。
2. 每年交纳会员费 2800 元,会员资格从交费之日起计算,一年内有效。
3. 不得将中国光学期刊网提供给会员的信息转给第三方使用。
4. 尊重并保护本网及论文作者的知识产权。
5. 在本网发布信息必须遵守中华人民共和国相关法律法规。

### 三、成为企业会员的步骤:

- ① 注册成为中国光学期刊网的一般用户,也可以直接填写广告投放申请表单,说明您的意向。
- ② 来信至 mail@opticsjournal.net 告知您已经注册成功。并请告知选择何种期刊及收刊地址、联系人。
- ③ 银行汇款 2800 元至下列帐户:  
开户行:工商银行上海嘉定支行营业部 户名:中国科学院上海光学精密机械研究所  
帐号:1001700809026400195
- ④ 联系人:郑继承; 电话:021-69918253; Email:expert@mail.siom.ac.cn

