

文章编号: 0258-7025(2006)08-1062-04

# 激光在圆柱表面激发柱面瑞利波的有限元模拟

赵艳, 沈中华, 陆建, 倪晓武

(南京理工大学理学院, 江苏 南京 210094)

**摘要** 为了研究柱面上激光激发的瑞利(Rayleigh)波的色散特性,建立了激光在各向同性圆柱表面激发瑞利波的有限元模型。该模型以热弹激发机制为基础,同时考虑了材料热物理参数的温度依赖性。在验证了模型正确性的基础上,计算了激光在不同直径铝圆柱表面激发的瑞利波波形,结合相谱分析法得到了柱面瑞利波的色散曲线。同时分析了圆柱直径对柱面瑞利波色散特性的影响。结果表明:随着频率的增加,柱面瑞利波的相速度先迅速增加到最大值  $C_{Rmax}$  后逐渐减小并趋于平面瑞利波的波速  $C_R^p$ 。此外,随圆柱直径的增加,柱面瑞利波的色散减弱;直到圆柱直径趋于无限大(即平面)时,色散现象消失。

**关键词** 激光技术;超声学;柱面瑞利波;有限元方法

**中图分类号** TN 249;O 426.2 **文献标识码** A

## Simulation of Laser Inducing Cylindrical Rayleigh Waves on Isotropic Cylinders by Finite Element Method

ZHAO Yan, SHEN Zhong-hua, LU Jian, NI Xiao-wu

(School of Science, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing, Jiangsu 210094, China)

**Abstract** To investigate the dispersive character of cylindrical Rayleigh wave, a finite element model is developed to simulate laser inducing cylindrical Rayleigh waves on the surface of an isotropic cylinder. This model is based on the thermoelastic mechanism and can take the temperature dependence of material properties into account. Verifying the correctness of the model, the waveforms of cylindrical Rayleigh waves induced by laser on the cylinders with different radii was calculated, and quantitatively analyzed the influence of the cylinder's diameter on the dispersion character of cylindrical Rayleigh waves by the phase spectral analysis method. The results show that with the frequency increasing, the phase velocity of cylindrical Rayleigh wave rapidly increases to the maximum value  $C_{Rmax}$ , and then gradually decreases to that of plane Rayleigh wave  $C_R^p$ . Moreover, as the radius of cylinder increases, the dispersion of cylindrical Rayleigh decreases, until the radius increases to  $\infty$  (plane), the dispersion will vanish.

**Key words** laser technology; ultrasonic; cylindrical Rayleigh wave; finite element method

## 1 引言

随着激光超声技术的发展,其在无损检测领域的应用越来越受研究者的重视。它可实现超声的非接触激发与探测,且可一次性激发多种超声模式与宽带超声波,这是常规超声技术难以相比的<sup>[1~3]</sup>。近年来,研究者们开始致力于将激光超声技术应用于弯曲材料表面的缺陷检测。这使得弯曲材料中激

光超声的激发、传播及其与缺陷的相互作用问题成为激光超声领域迫切需要解决的基础问题。这些问题的解决将直接促进激光超声无损检测技术的发展。圆柱体是工业中最常见的工件结构,具有最基本的弯曲表面——圆弧面,因此研究圆柱中激光超声的激发、传播等行为是研究弯曲材料中激光超声问题的基础。在2002年, D. Clorennec 等<sup>[4~6]</sup>采

收稿日期:2005-11-30;收到修改稿日期:2006-03-09

基金项目:南京理工大学青年学者基金(Njust200503)。

作者简介:赵艳(1979—),女,河南人,南京理工大学理学院博士研究生,主要从事激光超声的有限元模拟与光学检测技术研究。E-mail:zhaoyan7906@sina.com

导师简介:陆建(1965—),男,南京理工大学理学院教授,博士生导师,主要从事激光与物质相互作用机理及测试技术的研究。E-mail:lujian@mail.njust.edu.cn

用外差干涉仪探测到激光在硬铝圆柱中激发的超声表面波,并讨论了运用表面波探测表面缺陷的可能性。随后,他们发现柱面瑞利(Rayleigh)波沿圆弧面传播时相位将发生变化,并对这一现象进行了简单的理论解释。文献[7~9]采用双积分变换法计算了激光在圆柱体中激发的柱面表面波波形,并在实验上测量了柱面表面波波形。波形中具有清楚的瑞利和W-G模态。但是,双积分变换法具有两个重要的局限性,一是必须把激光源近似为一个等效力源,二是不能考虑材料热物理参数随温度的变化。与此相比,有限元方法具有适用性强(可处理任意复杂结构)、可获得计算整过程的全场数据、能在计算过程中考虑材料热物理参数随温度的变化等突出优点<sup>[10,11]</sup>。为此,本文引入有限元方法计算圆柱表面激光激发的瑞利波波形,同时采用相谱分析法<sup>[12]</sup>定量分析柱面瑞利波的色散特性。

## 2 理论模型和算法

如图1所示,脉冲激光线源沿无线长圆柱体母线垂直照射在外表面上。由于脉冲激光的作用,在圆柱体内迅速形成一个随时间变化的温度梯度场。根据热弹激发机制,温度梯度场引起材料中的应力分布,激发出超声波。激光超声的激发与传播过程可以由热传导方程和纳维-斯托克斯(Navier-Stokes)方程完整地描述。

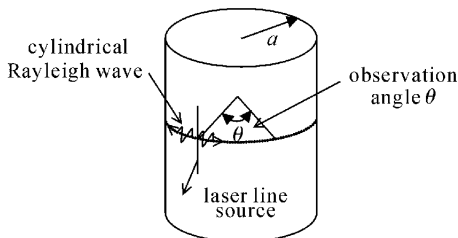


图1 脉冲激光线源在圆柱表面激发柱面瑞利波的原理图( $a$ 为圆柱半径)

Fig.1 Schematic diagram of laser pulse inducing cylindrical Rayleigh wave on the surface of a cylinder ( $a$ , the radius of cylinder)

在有限元模型中,热传导方程可表示为

$$KT + C\dot{T} = p_1 + p_2, \quad (1)$$

式中 $T$ 表示温度, $\dot{T}$ 为温度随时间的变化率, $K$ 为热传导矩阵, $C$ 为热容量矩阵, $p_1$ 为热通量矢量, $p_2$ 为热源矢量。热源矢量取为0,而热通量矢量为

$$p_1 = \int_{S_e} N^T q dS, \quad (2)$$

式中 $S_e$ 为有限元单元的面积, $N^T$ 为形函数的转置, $q$ 为热通量,可表示为

$$q|_{r=a} = I_0 A(T) f(r, \theta, z) g(t), \quad (3)$$

式中 $I_0$ 为入射激光的能量, $A(T)$ 为材料的吸收系数, $f(r, \theta, z)$ 和 $g(t)$ 为脉冲激光的空间和时间分布,分别为

$$f(r, \theta, z) = \frac{1}{a_0 \sqrt{\pi}} \exp\left[-\frac{(a\theta)^2}{a_0^2}\right], \quad (4)$$

$$g(t) = \frac{t}{t_0} \exp\left(-\frac{t}{t_0}\right), \quad (5)$$

式中 $a_0$ 为脉冲激光的光斑半径, $t_0$ 为激光脉冲的上升时间。

在有限元模型中,描述应力波产生与传播的纳维-斯托克斯方程可写成

$$M\ddot{U} + HU = F_{\text{ext}}, \quad (6)$$

式中 $U$ 表示位移矢量, $\ddot{U}$ 为加速度矢量, $M$ 为质量矩阵, $H$ 为刚度矩阵, $F_{\text{ext}}$ 为外力矢量。对于激光热弹激发超声,每个单元的外力矢量 $F_{\text{ext}}$ 可以由 $\int_{S_e} B^T D \epsilon_0 dV$ 计算得到,这里 $\epsilon_0$ 表示热应力矢量, $B^T$ 为形函数的转置矩阵, $D$ 为材料特性矩阵。在求解微分方程(6)时,在圆柱体的表面满足自由边界条件;同时方程满足零初始条件,即在 $t=0$ 时刻,各点的位移为零。

根据上述热弹激发机制,构建了圆柱表面激光激发瑞利波的有限元计算程序。有限元程序设计是否合理的关键在于合理地确定时间步长和网格大小。这两者直接影响计算的准确性、稳定性,以及计算效率。网格大小 $L_e$ 可选取为<sup>[13]</sup>

$$L_e \leq \frac{1}{10} \frac{C}{f_{\text{max}}}, \quad (7)$$

式中 $C$ 代表材料中的纵波波速, $f_{\text{max}}$ 为激光超声的最高频率,可估算为<sup>[14]</sup>

$$f_{\text{max}} = \frac{2\sqrt{2}C}{\pi r_0}, \quad (8)$$

式中 $r_0$ 为入射激光的光斑半径。而时间步长 $\Delta t$ 可选取为<sup>[13]</sup>

$$\Delta t \leq \frac{L_e}{C\sqrt{3}}, \quad (9)$$

根据上述选择标准,在保证计算准确和稳定的前提下,选取时间步长和网格大小分别为2 ns和40  $\mu\text{m}$ ,使计算过程具有较高的计算效率。

## 3 典型计算和讨论

为了验证所建有限元算法的正确性,选择 Pan

等<sup>[9]</sup>的实验条件为数值计算条件,并将计算结果与Pan 等的实验结果进行比较。图 2 给出了在观测角  $\theta = 180^\circ$  处,铝圆柱(直径  $2a = 4.12 \text{ mm}$ )表面的垂直位移随时间的变化曲线。从图 2 可以看到,首先到达的是沿直径方向的纵波(L),经圆柱面反射后到达的纵波(LL)和头波(HW),它们的传播轨迹如图 3 所示;其次是第一次到达( $R_1$ )、沿圆柱传播一周后再次到达( $R_2$ )以及沿圆柱传播两周后到达( $R_3$ )的柱面瑞利波。另外,在  $R_1, R_2$  和  $R_3$  之间,还存在一些小的尖峰,它们是 W-G 模态。此计算结果与 Pan 等得到的实验波形相比,无论是信号波形,还是不同声波脉冲的到达时间和相对幅值都吻合很好,这充分说明了所建有限元算法和程序的正确性。

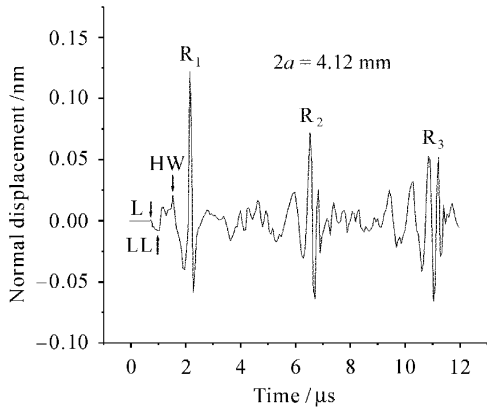


图 2 铝圆柱表面  $\theta = 180^\circ$  处的柱面瑞利波波形  
Fig. 2 Waveform of cylindrical Rayleigh wave induced by laser on the aluminum cylinder with  $180^\circ$  observation angle

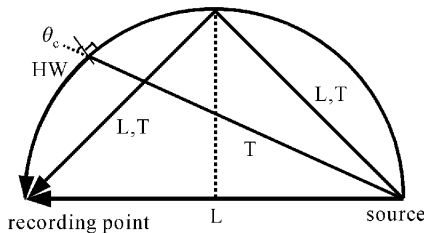


图 3 圆柱体中 L, LL, TT 和 HW 波的传播轨迹  
Fig. 3 Ray trajectories of bulk waves (L, LL, TT) and a head wave (HW) propagating in a cylinder

从图 2 中的瑞利波波形( $R_1, R_2$  和  $R_3$ )还可以看出,柱面瑞利波不同于平面瑞利波(瑞利波在平面上传播不色散),它是色散的(低频成分传播速度大于高频成分)。由此可以推测,柱面瑞利波的色散是由于柱面的弯曲引起的,这种色散应该属于几何色散。为此,采用相谱分析法<sup>[12]</sup>进一步定量分析柱面瑞利波的色散特性,同时讨论圆柱直径对柱面瑞利

波色散特性的影响。

图 4 给出了由相谱分析法计算得到的沿直径为  $4.12 \text{ mm}$  圆柱表面传播的瑞利波的色散特性曲线。由图可以看出,随着频率增加,柱面瑞利波的相速度迅速增加到最大值  $C_{Rmax}$ ,然后逐渐降低,最终趋向于平面瑞利波的波速  $C_R^P$ 。

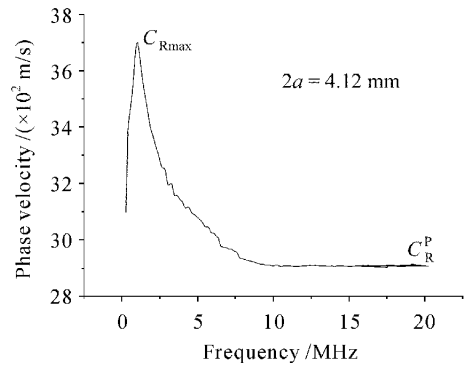


图 4 沿直径为  $4.12 \text{ mm}$  的铝圆柱表面传播的柱面瑞利波的色散曲线

Fig. 4 Dispersion curve of cylindrical Rayleigh wave propagating along an aluminum cylinder with diameter of  $4.12 \text{ mm}$

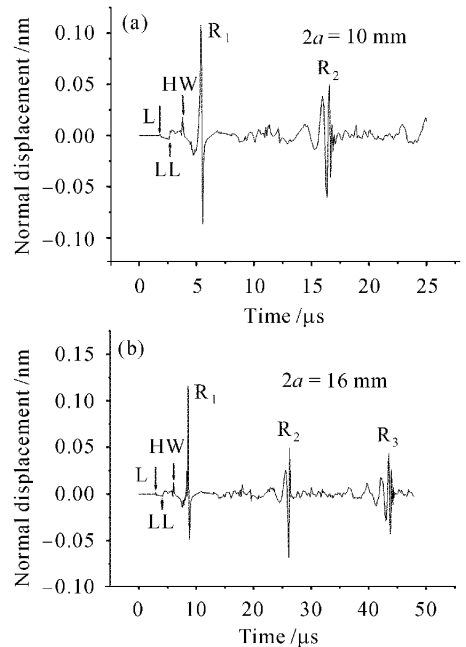


图 5 铝圆柱表面  $\theta = 180^\circ$  处的柱面瑞利波波形

Fig. 5 Waveforms of cylindrical Rayleigh wave induced by laser on the aluminum cylinder with  $180^\circ$  observation angle

为了分析圆柱直径或柱面曲率对激光激发的柱面瑞利波色散特性的影响,计算了脉冲激光线源在直径分别为  $10 \text{ mm}$  和  $16 \text{ mm}$  的铝圆柱表面激发的表

面波波形,如图 5 所示。从图 6 中给出的直径为 16 mm, 10 mm 和 4.12 mm 的铝圆柱表面瑞利波波形的色散曲线可以看出,圆柱的直径由 16 mm 变化到 4.12 mm 色散曲线的峰值(即相速度的最大值)  $C_{Rmax}$  从 3625 m/s 增加到 3667 m/s,然后再到 3699 m/s;而出现最大值的相应频率也从 0.22 MHz 增加到 0.45 MHz,然后再到 1.04 MHz。因此,随着圆柱直径的增加,柱面瑞利波色散程度减小;直到圆柱直径为无限大(即平面时),瑞利波不再色散。这种由几何结构引起的色散现象在声学中称为几何色散。

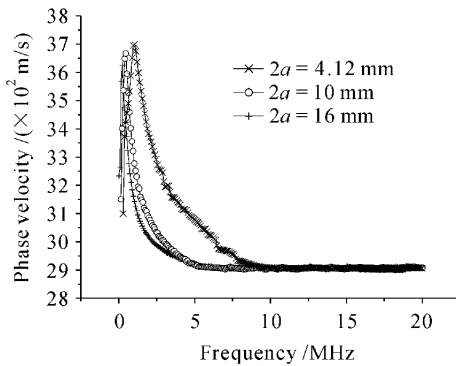


图 6 沿不同直径的铝圆柱表面传播的柱面瑞利波色散曲线

Fig. 6 Dispersion curves of cylindrical Rayleigh wave on cylinders with different diameters of 4.12 mm, 10 mm and 16 mm

## 4 结 论

建立了模拟激光在圆柱表面激发柱面瑞利波的有限元模型,通过数值计算得到了激光在圆柱表面激发的瑞利波波形。结合相谱分析法定量讨论了沿不同直径圆柱表面传播的柱面瑞利波的色散特性。结果表明,随着频率的增加,柱面瑞利波的相速度先迅速增加到最大值  $C_{Rmax}$  后,逐渐减小并趋向于沿平面传播瑞利波的波速  $C_R^p$ ;此外,随着圆柱直径的增加,柱面瑞利波的色散程度减弱,直到圆柱直径为无限大(即平面时),色散现象消失。

## 参 考 文 献

- 1 C. B. Scruby, L. E. Drain. Laser Ultrasonics; Techniques and Applications [M]. New York: Adam Hilger, 1990
- 2 C. P. Hsieh, B. T. Khuri-Yakub. Surface defect inspection of spherical objects by the resonant sphere technique [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 1992, **60**(15):1815~1817
- 3 Shen Zhonghua, Xu Baiqiang, Ni Xiaowu *et al.*. Numerical simulation of pulsed laser induced ultrasound in monolayer and double layer materials [J]. *Chinese J. Lasers*, 2004, **31**(10): 1275~1280  
沈中华,许伯强,倪晓武等. 单层和双层材料中的脉冲激光超声数值模拟[J]. *中国激光*, 2004, **31**(10):1275~1280
- 4 D. Clorennec, D. Royer, S. Catheline. Saw propagating on cylindrical parts using laser-ultrasonics: application to crack defecton [J]. *IEEE Ultrasonics Symposium*, 2002, **1**(8~11): 207~210
- 5 D. Clorennec, D. Royer, H. Walaszek. Nondestructive evaluation of cylindrical parts using laser ultrasonics [J]. *Ultrasonics*, 2002, **40**(1):783~789
- 6 D. Clorennec, D. Royer. Analysis of surface acoustic wave propagation on a cylinder using laser ultrasonics [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2003, **82**(25):4608~4610
- 7 Xianmei Wu, Menglu Qian, John H. Cantrell. Dispersive properties of cylindrical Rayleigh waves [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2003, **83**(19):4053~4055
- 8 Wenxiang Hu, Menglu Qian, John H. Cantrell. Thermoelastic generation of cylindrical Rayleigh waves and whispering gallery modes by pulsed-laser excitation [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2004, **85**(18):4031~4033
- 9 Y. Pan, C. Rossignol, B. Audoin. Acoustic waves generated by a laser line pulse in a transversely isotropic cylinder [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2003, **82**(24):4379~4381
- 10 Xu Baiqiang, Ni Xiaowu, Shen Zhonghua *et al.*. Finite element modeling of laser induced ultrasonic guided waves in plate [J]. *Chinese J. Lasers*, 2004, **31**(5):621~625  
许伯强,倪晓武,沈中华等. 激光激发板状材料中超声导波的有限元数值模拟[J]. *中国激光*, 2004, **31**(5):621~625
- 11 Hu Minglie, Wang Qingyue, Li Yanfeng. Analysis of the microstructure fiber by the finite element method [J]. *Chinese J. Lasers*, 2004, **31**(11):1337~1342  
胡明列,王清月,栗岩锋. 微结构光纤的有限元分析算法[J]. *中国激光*, 2004, **31**(11):1337~1342
- 12 Wolfgang Sachse, Yih-Hsing Pao. On the determination of phase and group velocities of dispersive waves in solids [J]. *J. Appl. Phys.*, 1978, **49**(8):4320~4327
- 13 Frank Schubert, Bernd Koehler, Alexander Peiffer. Time domain modeling of axisymmetric wave propagation in isotropic elastic media with CEFIT-cylindrical elastodynamic finite integration technique [J]. *J. Comput. Acoust.*, 2001, **9**(3): 1127~1146
- 14 Younghoon Sohn, Sridhar Krishnaswamy. Mass spring lattice modeling of the scanning laser source technique [J]. *Ultrasonics*, 2002, **39**(8):543~551