

文章编号: 0258-7025(2006)06-0809-05

# 轴棱锥非圆对称加工误差对贝塞耳 光束质量的影响

曾夏辉, 吴逢铁, 邢笑雪, 张建荣

(华侨大学信息科学与工程学院, 福建 泉州 362021)

**摘要** 在惠更斯-菲涅耳衍射积分理论和稳相法的基础上, 分析了轴棱锥非圆对称加工误差对其所产生的零阶贝塞耳光束( $J_0$  光束)质量的影响, 对 CCD 拍摄的贝塞耳光斑图样进行了数值模拟。计算结果指出, 当轴棱锥的截面为圆对称的理想加工时, 轴棱锥产生的光场分布为近似理想的零阶贝塞耳光。当存在非圆对称加工误差, 且截面为椭圆形时, 衍射光斑将偏离  $J_0$  光。随着椭圆半长轴短轴之差的增大, 偏离程度增大。实验结果和理论模拟吻合得很好。

**关键词** 激光光学; 轴棱锥; 贝塞耳光束; 非圆对称加工误差; 光束质量

**中图分类号** TN 012; TN 242 **文献标识码** A

## Influence of Manufacture Error with Non-Circular Symmetry in an Axicon on the Bessel Beams Quality

ZENG Xia-hui, WU Feng-tie, XING Xiao-xue, ZHANG Jian-rong

(College of Information Science & Engineering, Huaqiao University, Quanzhou, Fujian 362021, China)

**Abstract** Based on Huygens-Fresnel diffraction integral theory and stationary phase method, the influence of the axicon with non-circular symmetry manufacture error on the zeroth order Bessel beam ( $J_0$  beam) is analyzed. The numerical simulation is compared with the beam patterns photographed by a charge coupled device (CCD) camera. Results show that if the cross-section of the axicon is ideally manufactured in circular symmetry, the field distribution behind the axicon is approximately an ideal Bessel beam. But if non-circular symmetry manufacture error exists, with the cross-section as an oval, the diffraction beam patterns will deviate the  $J_0$  beam. The greater is the difference between elliptical semimajor axis and semiminor axis, the larger is the deviation from the  $J_0$  beam. The experimental results fit the theoretical simulation very well.

**Key words** laser optics; axicon; Bessel beam; manufacture error with non-circular symmetry; beam quality

## 1 引 言

自 J. Durnin 等<sup>[1,2]</sup>在 1987 年首次提出无衍射光束以来, 人们已提出了多种能产生无衍射贝塞耳光束的方法, 如环缝-透镜系统<sup>[1]</sup>、全息放大<sup>[3,4]</sup>、法布里-珀罗(F-P)干涉仪<sup>[5]</sup>、轴棱锥<sup>[6]</sup>等。其中利用轴棱锥系统产生贝塞耳光束的方法最有效, 它具有装置简单和转换效率高等显著优点<sup>[7]</sup>。而且, 在轴棱锥产生贝塞耳光的区域中插入一合适的聚焦透镜

很容易产生空心 and 瓶状光束(hollow and bottle beam)<sup>[8]</sup>, 这类光束可用于光镊或原子俘获<sup>[9]</sup>等, 对微观领域的研究意义重大。然而人们通常考虑的是轴棱锥加工理想的情况下所产生的贝塞耳光束<sup>[10]</sup>, 很少涉及轴棱锥加工误差<sup>[11]</sup>对其所产生的贝塞耳光束质量的影响。本文实验给出加工精度不同的轴棱锥所产生的光束光斑图, 然后在惠更斯-菲涅耳衍射积分理论和稳相法的基础上分析轴棱锥非圆对称加工误差对产生的贝塞耳光束质量的影响, 并给出

收稿日期: 2005-10-31; 收到修改稿日期: 2005-12-26

基金项目: 国家自然科学基金(6047741)和福建省自然科学基金(A0410017)资助项目。

作者简介: 曾夏辉(1979—), 男, 江西人, 华侨大学硕士研究生, 主要从事光束的传输与控制的研究。E-mail: xiahui@

了数值模拟结果。

## 2 实 验

实验采用 3 mW He-Ne 激光(波长为632.8 nm)作为光源,输出光经透镜系统扩束准直后正入射到石英轴棱锥(折射率  $n = 1.458$ )上,光束经轴棱锥变换成有限束宽的贝塞耳光束。其中在轴棱锥前紧贴一个半径为10 mm的光阑,横截面上的光束光斑图使用 MOTIC 公司的 SMZ-168TL CCD 体视显微镜拍摄得到。拍摄时首先将光斑投射到旋转屏上,然后使用具有 40 倍放大功能的 CCD 体视显微镜拍摄,调整可变衰减,即可获得横截面上的光束光斑的精细图样。图 1 给出棱角  $\gamma = 2^\circ$ ,加工精度不同的轴棱锥在距离  $z = 200$  mm处所产生的贝塞耳光束的光斑图。

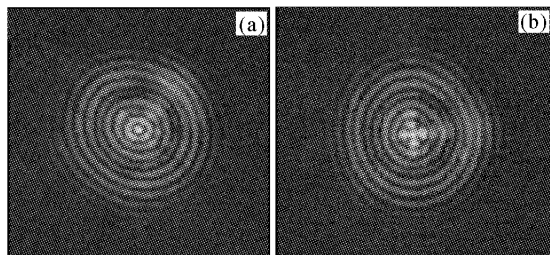


图 1 实验拍摄的光束光斑图

(a) 无旁瓣; (b) 出现四个旁瓣

Fig. 1 Experimentally photographed beam patterns

(a) without sidelobe; (b) with sidelobes

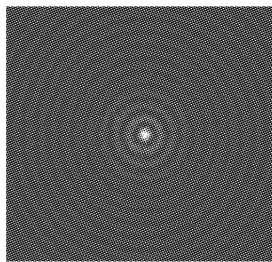


图 2 理论模拟的光束光斑图

Fig. 2 Theoretically simulated beam pattern

图 1(a)为加工精度较高的轴棱锥产生的有限束宽贝塞耳光束光斑图,图 1(b)为加工精度不够高的轴棱锥产生的光束光斑图。从图 1(b)中可以看到在中心亮斑周围的第一亮环断裂成四个对称的亮斑,出现四个旁瓣。图 2 给出理想情况下理论模拟得出的零阶贝塞耳光束光斑图。为了更好地与实验结果进行比较,在此用灰度级来表示光强分布。造成实验光束光斑图与理想有限束宽贝塞耳光束光斑

图偏差的原因,主要是轴棱锥非圆对称加工的影响。

## 3 理论分析

轴棱锥非圆对称加工误差对光束质量的影响非常复杂,这里仅分析轴棱锥的横截面由圆对称变成椭圆的情形。由几何知识可知,当横截面为圆对称时,轴棱锥的棱角  $\gamma$  不随方位角  $\theta$  变化而变化;而当横截面为椭圆时,棱角  $\gamma$  将随  $\theta$  变化。

设椭圆的半长轴为  $R$ ,半短轴为  $R'$ ,轴棱锥高为  $h$ , $\epsilon$  为半长轴与半短轴的差值( $\epsilon > 0$ ),各参量示于图 3。

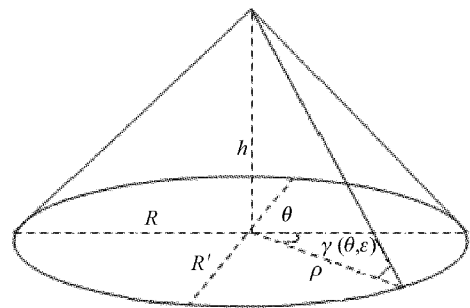


图 3 棱角  $\gamma$  随  $\theta$  的变化

Fig. 3 Edge angle  $\gamma$  versus  $\theta$

椭圆的参数方程可以写成

$$\begin{cases} x = R \cos t \\ y = R' \sin t \end{cases}, \quad t \in [0, 2\pi] \quad (1)$$

由(1)式可得  $\tan \theta = (R'/R) \tan t$ ,当  $\epsilon$  很小时, $R \approx R'$ , $\theta \approx t$ 。

从图 3 可得出

$$\tan \gamma = \frac{h}{\sqrt{(R \cos \theta)^2 + (R' \sin \theta)^2}}, \quad (2)$$

考虑到  $\tan \gamma \approx \gamma$ (因为  $\gamma$  很小), $\theta \approx t$ , (2) 式变为

$$\gamma(\theta, \epsilon) \approx \frac{h}{\{(R \cos \theta)^2 + [(R - \epsilon) \sin \theta]^2\}^{1/2}} \approx \frac{h}{R - \epsilon \sin^2 \theta}, \quad (3)$$

(3) 式忽略了  $\epsilon^2$  项,并利用了  $(1+x)^{1/2} \approx 1 + \frac{1}{2}x$ 。

使用广义惠更斯-菲涅耳衍射积分分析光束的传输特性。若入射光束为高斯光束,其场分布  $E(\rho) = \exp(-\rho^2/w^2)$ ,其中  $w$  为束腰半径,且正入射到轴棱锥上。已知轴棱锥的振幅透射率

$$t(\rho) = \begin{cases} \exp[-ik(n-1)\gamma\rho], & (\rho \leq R) \\ 0, & (\rho > R) \end{cases}, \quad (4)$$

则在衍射光场  $(r, \varphi, z)$  处的场分布为

$$E(r, \varphi, z) = \frac{\exp\left[ik\left(z + \frac{r^2}{2z}\right)\right]}{i\lambda z} \int_0^{2\pi} \left\{ \int_0^R \rho \exp\left(-\frac{\rho^2}{w^2}\right) e^{ik\left[\frac{\rho^2}{2z} - (n-1)\gamma(\theta, \epsilon)\rho - \frac{r\rho\cos(\theta-\varphi)}{z}\right]} d\rho \right\} d\theta, \quad (5)$$

其中  $\lambda$  为波长,  $k = 2\pi/\lambda$  为波数,  $\rho, \theta$  为源的径向距离和方位角,  $r, \varphi$  为场的径向距离和方位角,  $z$  为轴向距离, 坐标原点取在轴棱锥的顶点处。由于  $\epsilon$  很小, 因此入射光场的衍射积分区间仍取为:  $\theta \in [0, 2\pi], \rho \in [0, R]$ 。(5) 式可进一步写成

$$E(r, \varphi, z) = D \int_0^{2\pi} \left\{ \int_0^R g(\rho) \exp[ikf(\rho)] d\rho \right\} d\theta, \quad (6)$$

$$\text{式中 } D = \frac{\exp\left[ik\left(z + \frac{r^2}{2z}\right)\right]}{i\lambda z}, g(\rho) = \rho \exp\left(-\frac{\rho^2}{w^2}\right), f(\rho) = \frac{\rho^2}{2z} - (n-1)\gamma(\theta, \epsilon)\rho - \frac{r\rho\cos(\theta-\varphi)}{z}.$$

对  $\rho$  的积分写成  $M(r, \varphi, z; \rho, \theta, \epsilon)$ , 因为常数项只影响光束光强的大小而不影响衍射图样的分布, 故可略去, (6) 式可进一步写成

$$E(r, \varphi, z) = \int_0^{2\pi} M(r, \varphi, z; \rho, \theta, \epsilon) d\theta, \quad (7)$$

由稳相法<sup>[12]</sup> 令  $f'(\rho) = 0$  可得稳相点为

$$\tilde{\rho} = (n-1)\gamma(\theta, \epsilon)z + r\cos(\theta-\varphi), \quad (8)$$

令  $\tilde{\rho} = R$  得到最大无衍射距离  $Z_{\max} = \frac{R - r\cos(\theta-\varphi)}{(n-1)\gamma(\theta, \epsilon)}$ 。由于近轴,  $r \ll R$ , 则  $Z_{\max}$  可写为

$$Z_{\max} = \frac{R}{(n-1)\gamma(\theta, \epsilon)}, \quad (9)$$

当稳相点位于积分区间内 ( $\tilde{\rho} < R$ ),  $z < Z_{\max}$  范围内, 有

$$M(\tilde{\rho}, \theta, \epsilon) \approx \left[ \frac{2\pi}{k|f''(\tilde{\rho})|} \right]^{1/2} g(\tilde{\rho}) \exp[ikf(\tilde{\rho})], \quad (10)$$

把(8), (10)式代入(7)式可得

$$E(r, \varphi, z) = \sqrt{\lambda z} \int_0^{2\pi} \left[ (n-1)\gamma(\theta, \epsilon)z + r\cos(\theta-\varphi) \right] \exp\left\{ -\frac{[(n-1)\gamma(\theta, \epsilon)z + r\cos(\theta-\varphi)]^2}{w^2} \right\} \times \exp\left\{ -ik\left[ \frac{(n-1)^2\gamma^2(\theta, \epsilon)z}{2} + \frac{2rz(n-1)\gamma(\theta, \epsilon)\cos(\theta-\varphi)}{2z} + \frac{r^2\cos^2(\theta-\varphi)}{2z} \right] \right\} d\theta, \quad (11)$$

把(3)式代入(11)式, 在近轴条件下,  $\frac{r}{w} \rightarrow 0$ , 且  $r \ll z$  时, (11)式可进一步简化为

$$E(r, \varphi, z) \approx \sqrt{\lambda z} \int_0^{2\pi} \left[ (n-1) \frac{h}{R - \epsilon \sin^2 \theta} z + r\cos(\theta-\varphi) \right] \exp\left[ -\frac{(n-1)^2 h^2 z^2}{w^2 (R - \epsilon \sin^2 \theta)^2} \right] \times \exp\left\{ -ik\left[ \frac{(n-1)^2 h^2 z}{2(R - \epsilon \sin^2 \theta)^2} + \frac{(n-1)hr\cos(\theta-\varphi)}{R - \epsilon \sin^2 \theta} \right] \right\} d\theta, \quad (12)$$

最后得到在  $z < Z_{\max}$  时衍射光场  $(r, \varphi, z)$  处的光强为

$$I(r, \varphi, z) \approx \lambda z \left| \int_0^{2\pi} \left[ (n-1) \frac{h}{R - \epsilon \sin^2 \theta} z + r\cos(\theta-\varphi) \right] \exp\left[ -\frac{(n-1)^2 h^2 z^2}{w^2 (R - \epsilon \sin^2 \theta)^2} \right] \times \exp\left\{ -ik\left[ \frac{(n-1)^2 h^2 z}{2(R - \epsilon \sin^2 \theta)^2} + \frac{(n-1)hr\cos(\theta-\varphi)}{R - \epsilon \sin^2 \theta} \right] \right\} d\theta \right|^2. \quad (13)$$

利用(13)式数值模拟  $\epsilon$  变化时衍射图样的变化。用实验参数进行理论模拟,  $z = 200 \text{ mm}$ ,  $R = 10 \text{ mm}$ ,  $\gamma = 2^\circ$ ,  $n = 1.458$ ,  $w = 10 \text{ mm}$ ,  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ 。三维模拟的结果示于图 4。

## 4 结果与讨论

图 4(a) 为  $\epsilon = 0$  时, 即理想加工情况下的光强

分布及光斑图, 其和图 2 所描述的零阶贝塞耳光束光斑图一致, 也和图 1(a) 比较吻合, 说明产生图 1(a) 的光斑图的轴棱锥加工是比较理想的。图 4(b) 为  $\epsilon = 0.037 \text{ mm}$  时的情况, 此时在中心亮斑周围的第一亮环中出现四个亮斑, 四个亮斑的强度要比中心亮斑弱。图 4(c) 为  $\epsilon = 0.05 \text{ mm}$  时的情况, 此时在中心亮斑周围的第一亮环中也出现四个亮斑, 其

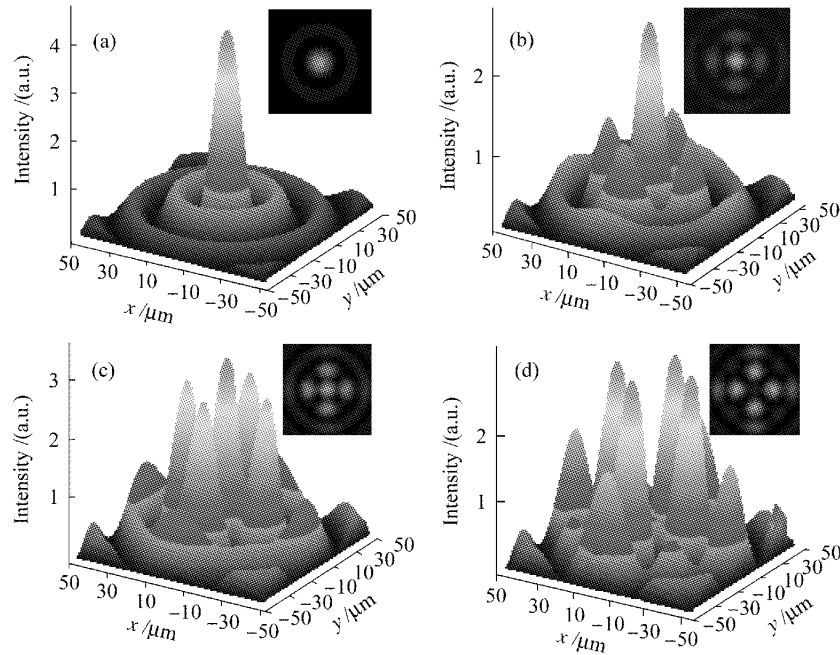


图 4 数值模拟的光强分布及光束光斑图

Fig. 4 Numerical simulation of intensity profiles and beam patterns

(a)  $\epsilon = 0$ ; (b)  $\epsilon = 0.037$  mm; (c)  $\epsilon = 0.05$  mm; (d)  $\epsilon = 0.075$  mm

强度与中心亮斑的强度基本相等,而且第二亮环也开始出现亮斑,但强度不明显。从图 4(b)和图 4(c)中可以看出,中心亮斑的强度逐渐减弱,第一亮环中出现的四个亮斑的强度逐渐增强,并且由亮环逐渐断裂成四个独立的亮斑。实验中得到的光束光斑图 1(b)介于图 4(b)和(c)之间,说明产生图 1(b)光束光斑图的轴棱锥加工误差介于  $\epsilon = 0.037 \sim 0.05$  mm。图 4(d)为  $\epsilon = 0.075$  mm 时的情况,中心斑的强度基本降为零,出现暗斑,第一亮环的四个分裂的亮斑强度最大,第二亮环被分裂成八个亮斑,即将开始出现分裂,并且四个亮斑较强,四个亮斑较弱。

## 5 结 论

实验与数值模拟证明了轴棱锥非圆对称加工误差对贝塞耳光束质量有较大的影响。当轴棱锥的截面为圆对称的理想加工时,轴棱锥产生的光场分布为近似理想的零阶贝塞耳光。当加工不理想,截面为椭圆形时,衍射光斑将偏离理想零阶贝塞耳光。文献[13]指出:轴棱锥产生的贝塞耳光是由波矢位于同一锥面上的平面波叠加产生的。实验研究得到:随着椭圆半长短轴之差的增大,轴棱锥锥角变化的振幅也增大,造成入射平面光波通过轴棱锥变换

后的光束偏离平面波的程度也增大,从而使得这些出射光波叠加形成的光束偏离零阶贝塞耳光的程度也越大。实验结果和理论模拟均已证明这点,而且吻合得很好。

## 参 考 文 献

- 1 J. Durnin, J. J. Miceli, Jr., J. H. Eberly. Diffraction-free beams [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, **58**(15):1499~1501
- 2 J. Durnin. Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1987, **4**(4):651~654
- 3 Jari Turunen, Antti Vasara, Ari T. Friberg. Holographic generation of diffraction-free beams [J]. *Appl. Opt.*, 1988, **27**(19):3959~3962
- 4 Antti Vasara, Jari Turunen, Ari T. Friberg. Realization of general nondiffracting beams with computer-generated holograms [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1989, **6**(11):1748~1754
- 5 A. J. Cox, Dean C. Dibble. Nondiffracting beam from a spatially filtered Fabry-Perot resonator [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1992, **9**(2):282~286
- 6 M. V. Pérez, C. Gómez-Reino, J. M. Cuadrado. Diffraction patterns and zone plates produced by thin linear axicons [J]. *Optica Acta*, 1986, **33**(9):1161~1176
- 7 Lü Baida, Zhang Bin, Cai Bangwei *et al.*. The investigation of the diffraction-free beam with a finite aperture [J]. *Chinese Science Bulletin*, 1994, **39**(2):125~128  
吕百达,张彬,蔡邦维等.有限束宽无衍射光束特性的研究[J]. *科学通报*, 1994, **39**(2):125~128
- 8 Ming-Dar Wei, Wen-Long Shiao, Yi-Tse Lin. Adjustable generation of bottle and hollow beams using an axicon [J]. *Opt. Commun.*, 2005, **248**(1-3):7~14
- 9 D. McGloin, K. Dholakia. Bessel beams; diffraction in a new light [J]. *Contemporary Physics*, 2005, **46**(1):15~28

- 10 Zhou Jing, Shi Wenmin, Xu Daxiong *et al.*. Diffraction-free beams and design of a binary axicon [J]. *Chinese J. Lasers*, 1994, **A21**(9):745~749  
周静,施文敏,徐大雄等. 无衍射光束及二元旋转棱镜器件的设计[J]. 中国激光, 1994, **A21**(9):745~749
- 11 Zhou Liping, Zhao Bin, Li Zhu. Influence of manufacture error of an axicon on beam transmission [J]. *J. Huazhong Univ. of Sci. & Tech.*, 2001, **29**(3):61~63  
周莉萍,赵斌,李柱. 圆锥透镜加工误差对光束传输变换的影响[J]. 华中科技大学学报, 2001, **29**(3):61~63
- 12 M. Born, E. Wolf. *Principles of Optics* [M]. New York: Pergamon Press, 1975
- 13 R. M. Herman, T. A. Wiggins. Production and uses of diffractionless beams [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1991, **8**(6): 932~942

## 征 订 启 事

### 《中国激光》增刊

第十七届全国激光学术会议于 2005 年 10 月 19~22 日在四川绵阳富乐山大酒店召开。本次会议由中国光学学会与中国电子学会联合主办。共有 350 多名来自高校、研究所以及公司激光领域的研究人员参加了本次会议。

本次大会共收到论文 330 篇,《中国激光》将其中的优秀论文 126 篇汇编成册,以增刊形式出版了《第十七届全国激光学术会议论文集》,为广大激光工作者提供了一份有价值的参考资料。

按照研究方向,论文集分为激光物理、非线性光学、高能固体激光与超短脉冲激光、新型激光器、激光技术及晶体材料、激光应用、光束传输、激光薄膜及元器件等专栏。较全面地反映了近年来我国激光科学技术研究、应用和产业化的最新成果,显示了激光科学技术对国家十一五规划、国家 863 计划、国家 973 计划、重大项目、国家基金和产业发展等方面的重要作用与贡献。

论文集共计 462 页,进口雅光纸精印,定价 100 元。欢迎订阅。

### 《光学手册》

这是我国编写的第一本基础性大型光学手册。本书顾问为著名光学专家龚祖同,主编为李景镇。

本书为 16 开,1541 页,定价 100 元。全书有 2700 多个公式,1400 余幅插图和 400 多个数据表格,230 万字。是“一本兼顾光学工作者和非光学科技工作者的参考书”(引自王大珩院士为本书的题词)。本书能使读者在较短时间内全面了解某门光学分科的主要内容,查阅公式、数据省时省力。

电话:021-69918427

电子信箱:gexiaohong@siom.ac.cn

地址:上海 800-211 信箱

邮政编码:201800

联系人:葛晓红