

文章编号: 0258-7025(2006)06-0795-05

相位图去包裹的一种新的综合方法

王军, 赵建林*, 范琦, 张鹏

(西北工业大学理学院光信息科学与技术研究所, 陕西 西安 710072)

摘要 提出了相位图去包裹的一种新的综合方法。首先建立了一个消除局部不连续点的模型, 利用此模型可有效地消除包裹相位图中的不连续点, 同时不会影响到其他正常点; 在此基础上进行多方向去包裹运算, 然后求其平均值, 从而达到与路径无关的目的。给出了具体算法, 并通过数值模拟和实验验证了该方法的有效性和可行性。结果表明, 这种方法既具有很强的抗噪声能力, 又能很好地处理较大面积的欠采样区域, 并且具有较高的稳定性和处理效率。

关键词 全息; 相位图去包裹; 不连续点; 路径无关; 干涉测量

中图分类号 O 438.1; TH 744.3; TP 274 **文献标识码** A

A Novel Synthetical Method for Phase Unwrapping

WANG Jun, ZHAO Jian-lin, FAN Qi, ZHANG Peng

(*Institute of Optical Information Science and Technology, School of Science,
Northwestern Polytechnical University, Xi'an, Shaanxi 710072, China*)

Abstract A novel synthetical method for phase unwrapping is proposed in this paper. First an effective model to eliminate local branch points without influencing normal points is established. And then, by calculating the mean values of the unwrapped phase along multiple certain directions, the goal of path independence can be achieved. The feasibilities and the efficiencies of the approach are demonstrated by employing numerical simulations and experiments. It is shown that the proposed method also exhibits strong stability and high efficiency even in presence of serious noises and relatively large under sampled areas.

Key words holography; phase unwrapping; branch point; path independence; interferometry

1 引言

相位图去包裹是数字光学干涉计量的一个关键环节。当图像传感器采集到的干涉场中存在噪声或其他欠采样点时, 通常的行列线扫描法^[1]在去包裹时会出现“拉线”现象。现有的解决方法大体可以分为三类: 1) 识别后消除或绕过不连续点方法, 如空域分割线法^[2]、质量导向路径跟踪方法^[3,4]、条纹调制分析^[5]、滤波法^[6]等, 这些算法虽然具有运行速度快、占用内存小等优点, 但只能处理比较简单的包裹相位图。2) 通过对图像整体作数学变换以

避免涉及不连续点问题, 如快速傅里叶变换和拉普拉斯变换等^[7], 这种方法虽然避免了不连续点问题, 但其精度和准确性又受到边界条件、背景噪声等因素的影响。3) 寻求满足最小范数解方法, 如平行区域参照去包裹算法^[8]和最小二乘算法^[9]等, 此类方法与路径无关, 但费时, 并且在计算过程中涉及多次迭代, 导致在实际应用过程中很难保证算法的收敛性和稳定性。本文提出一种基于局部不连续点消除和多向运算取平均的相位图去包裹的综合方法, 给出具体算法, 并通过数值模拟和实验对该方法的可行性和稳定性进行了验证。

收稿日期: 2005-12-19; 收到修改稿日期: 2006-02-10

基金项目: 航空科学基金(02I53075)资助项目。

作者简介: 王军(1974—), 男, 山西文水人, 西北工业大学理学院光学工程专业硕士研究生, 主要从事光学信息处理及数字全息技术等领域的研究。

* 通信联系人。E-mail: jlzha@nwpu.edu.cn

2 相位去包裹方法

在正确采样的二维相位分布函数 $f(x, y)$ 中, 每个点与其相邻四点的相位差必定在 $[-\pi, +\pi]$ 之间, 即满足 $|\nabla f(x, y)| < \pi$, 式中 ∇ 表示梯度算符。包裹相位图 $f_w(x, y)$ 实际上反映了真实相位图 $f(x, y)$ 的反正切函数的主值, 即 $f(x, y) = f_w(x, y) + 2\pi k(x, y)$, 式中 $k(x, y)$ 为整数。去包裹的过程就是寻求合适的相位跃变 $k(x, y)$, 使 $f(x, y)$ 满足 $|\nabla f(x, y)| < \pi$ 的条件。

实际的相位图可以表示为: $\phi(x, y) = f(x, y) + r(x, y)$, 式中 $r(x, y)$ 表示噪声和相位断裂等影响因素。由此可得 $|\nabla \phi(x, y)| \leq |\nabla f(x, y)| + |\nabla r(x, y)|$ 。不难看出, 只有当 $|\nabla f(x, y)| < \pi$ 时, 才能确保相位图去包裹的正确性。也就是说, 当 $|\nabla f(x, y)| \ll \pi$ 时, 可容忍的噪声梯度接近 π ; 而当 $|\nabla f(x, y)|$ 接近 π 时, 很小的噪声就可能导致错误的产生。但在实际应用的过程中, 很难保证实际相位图中每个点处的梯度都小于 π 。在处理过程中把那些可能导致去包裹错误的点称为不连续点。

2.1 不连续点的识别与消除

任意选取包裹相位图中相邻四点 $\phi_w(x, y)$, $\phi_w(x+1, y)$, $\phi_w(x+1, y+1)$, $\phi_w(x, y+1)$ 组成的正方形作为一个单元, 以 $\phi_w(x, y)$ 作为起点沿该正方形组成的闭合回路进行去包裹运算并回到起点, 如果存在相位跃变, 则说明该单元不连续。在一个不连续的单元中, 对于 $|\nabla \phi(x, y)|$ 最接近于 π 的边, 最有可能包含由于噪声引起的不连续点。因此可以通过修改该边上两点的值来消除不连续现象, 以实现正确去包裹。

具体计算过程如下:

用矩阵 $\mathbf{K}_x, \mathbf{K}_y$ 分别存储包裹相位图中的元素 $\phi_w(x, y)$ 相对于其沿 x 和 y 方向上上一个元素的相位跃变, \mathbf{K}_x 和 \mathbf{K}_y 中的各元素可表示为

$$\mathbf{K}_x(x, y) = \text{round}\{[\phi_w(x-1, y) - \phi_w(x, y)]/2\pi\}, \quad (1a)$$

$$\mathbf{K}_y(x, y) = \text{round}\{[\phi_w(x, y-1) - \phi_w(x, y)]/2\pi\}, \quad (1b)$$

式中函数 $\text{round}(r)$ 表示取最接近 r 的整数。用 $I(x, y)$ 表示该单元的连续度, 即

$$I(x, y) = \mathbf{K}_x(x+1, y) + \mathbf{K}_y(x+1, y+1) - \mathbf{K}_x(x+1, y+1) - \mathbf{K}_y(x, y+1), \quad (2)$$

式中 $I(x, y)$ 的值只能取 $-1, 0$ 或 1 。当 $I(x, y)$ 取 0 时, 称该单元连续; 当 $I(x, y)$ 取 1 时, 称该单元正旋

不连续; 当 $I(x, y)$ 取 -1 时, 称该单元反旋不连续。

假设某单元的不连续由其中相邻两点 a 和 b (总是取沿去包裹路径方向上先遇到的点为 a 点) 之间 b 相对于 a 的相位跃变 k_{ab} 引起, 那么在调整这两点值时, 必须保证相连 a 的其余三点与 a 的相位关系不发生跃变, 对于 b 点也同样。为此, 可建立一个消除不连续的八点模型, 如图 1(a) 所示。其中中间为 a, b 两点, 周围分别为与 a, b 相距最近的六个点, 每个点的值取其相对于中心点 a 或 b 去包裹后的值。为了使该单元连续, 应改变 a 和 b 两点的值, 并使调整后的相位值满足

$$\Delta_{ab} = \phi'_a - \phi'_b \begin{cases} < -\pi, & k_{ab} = 0, I = 1 \\ > \pi, & k_{ab} = 0, I = -1 \\ < \pi, & k_{ab} = 1, I = 1 \\ > -\pi, & k_{ab} = -1, I = -1 \end{cases}, \quad (3)$$

式中 ϕ'_a 和 ϕ'_b 分别为调整后 a 和 b 两点的值, I 为 a, b 所在单元的连续度。那么由调整后的相位差 Δ_{ab} 就可以分别对 ϕ'_a 和 ϕ'_b 的取值进行确定

$$\phi'_a = (\phi_a)_{\text{mid}} + \frac{[(\phi_a)_{\text{mid}} - (\phi_b)_{\text{mid}} - \Delta_{ab}][(\phi_a)_{\text{max}} - (\phi_a)_{\text{min}}]}{[(\phi_a)_{\text{max}} - (\phi_a)_{\text{min}}] + [(\phi_b)_{\text{max}} - (\phi_b)_{\text{min}}]}, \quad (4a)$$

$$\phi'_b = \phi'_a - \Delta_{ab}, \quad (4b)$$

式中 $(\phi_a)_{\text{max}}, (\phi_a)_{\text{min}}, (\phi_a)_{\text{mid}}$ 及 $(\phi_b)_{\text{max}}, (\phi_b)_{\text{min}}, (\phi_b)_{\text{mid}}$ 分别为 a, b 两点处调整后所能达到的极大值、极小值及调整范围的中值。式(4)给出的 ϕ'_a 和 ϕ'_b 即为在保持周围六点与中间 a, b 两点间不发生相位跃变的基础上, 使该单元连续的 a, b 点较为合理的调整值。

在实际相位图中, 如果相位跃变是由独立的某个点的噪声引起的, 则在不连续边的两侧正、反旋单元将成对出现。通过对不连续边对应两点的值进行调整, 就可以同时使这对不连续单元变为连续单元。对于多个噪声点互相连通的情况, 正、反旋单元出现

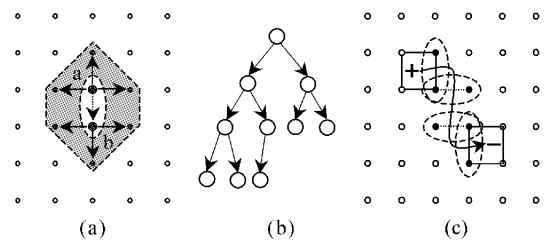


图 1 不连续点消除方法的示意图

(a) 八点模型; (b) 二叉树数据结构; (c) 消除不连续点举例

Fig. 1 Illustrations for branch points eliminating method

(a) eight points model for eliminating branch points;

(b) binary tree; (c) an example for branch points eliminating

的位置相距较远, 需要从正旋或者反旋单元出发, 逐个修改噪声点到达反旋或者正旋单元, 完成一个局部消除噪声的过程。在实际应用过程中需要建立一个合适的数据结构以实现噪声点的识别与修改, 如图 1(b) 所示的二叉树数据结构。该结构中每个子结点代表一个不连续单元, 分别利用左、右分支记录该不连续单元中相位差最接近 π 和 $-\pi$ 边的改动情况及下一个不连续单元的位置。当某一个分支最先遇到相反的不连续单元或者到达图像边界时, 则该分支完成; 当某一个分支遇到相同的不连续单元或者达到预先设定的二叉树深度时, 则该分支终止。图 1(c) 给出了由正旋点经过 4 次调整后到达反旋点, 完成了一个消除不连续单元的过程。

对于一幅大小为 $l_x \times l_y$ 像素的包裹相位图, 假定其不连续点密度为 $\rho (0 < \rho < 1)$, 正、反旋单元之间的距离平均为 d 个像素, 本方法的时间复杂度为 $\rho \pi d^2 l_x l_y$ 次乘法运算。在通常情况下, 噪声斑点的平均大小 d 及密度 ρ 与包裹相位图的大小无关, 因此本方法的运算量与包裹相位图大小成正比, 运算速度较快。另外, 由于该去除不连续点方法仅仅涉及局部点运算, 假定在某个点处出现误差, 则该误差只存在于以该点为中心, 半径不超过二叉树深度 d 的区域内的某条路径上, 而图中其余点不会受到任何影响。但值得注意的是, 随着 d 的增大, 运算量和内存占用量将呈指数关系递增, 而且算法的可靠性也将随着距离的增加而下降, 因此在具体应用过程中, 需预先设置二叉树深度, 以保证该方法的可靠性和稳定性。

2.2 积分与路径无关方法

一般地, 利用上述方法可有效去除较小的噪声点, 对于一些距离大于二叉树深度的噪声点, 上述方法有一定局限性。为此, 可用一种积分与路径无关的方法。图 2 给出了这种与路径无关去包裹方法的原理, 其中图 2(a) 显示了去包裹路径, 图 2(b) 显示了具体计算过程。

在一幅包裹相位图中, 由边界上任意一点去包裹到达图中某一确定点时, 均存在相位跃变。设点 m 相对于所有边界点 $b_1 \cdots b_i \cdots b_l$ 存在的相位跃变分别为 $k_{1-m} \cdots k_{i-m} \cdots k_{l-m}$, 则点 m 相对于所有边界点的平均相位跃变为

$$k_m = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l k_{i-m}, \quad (5)$$

式中 l 为边界点的数量。求出包裹相位图中每个点相对于所有边界点的平均相位跃变, 就可以得到一

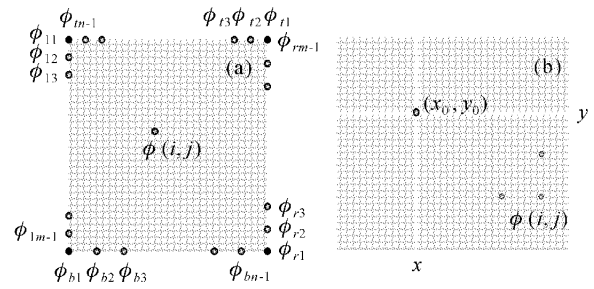


图 2 与路径无关的去包裹方法原理

(a) 去包裹路径; (b) 计算过程

Fig. 2 Sketch map for the path independence phase unwrapping method

(a) path for unwrapping phase; (b) calculation process

幅以边界点上的平均相位值为基准的去包裹相位图。以包裹相位图中的任意一点 (x_0, y_0) 为坐标原点, 按照图 2(b) 所示的方式建立直角坐标系, 然后分别对位于四个象限中的数据进行独立求解。现以第四象限为例说明该去包裹方法的计算过程。

对于处在第四象限边界的 x 和 y 轴上的各点相对于起点 (x_0, y_0) 的相位跃变 k_{i, y_0} 和 $k_{x_0, j}$ 可以由递推方法得出

$$k_{i, y_0} = k_{i-1, y_0} + [\mathbf{K}_x(i, y_0) + \mathbf{K}_y(i-1, y_0+1) + \mathbf{K}_x(i, y_0+1) - \mathbf{K}_y(i, y_0+1)]/2, \quad (6a)$$

$$k_{x_0, j} = k_{x_0, j-1} + [\mathbf{K}_y(x_0, j) + \mathbf{K}_x(x_0+1, j-1) + \mathbf{K}_y(x_0+1, j) - \mathbf{K}_x(x_0+1, j)]/2, \quad (6b)$$

不难看出, 待求点的相位跃变值是通过前一点处的相位跃变值加上从前一个点到达待求点时, 最短和次短路径上相位跃变的平均值得到的。

对于象限中的其他点处的相位跃变值, 可以通过待求点在 x 和 y 方向上前一个点处的值推出。为此定义一个与待求点和起点连线方向有关的比例系数 t , 用以表示两个不同方向上的前点对该点处取值的贡献。递推公式为

$$t = \frac{j - y_0}{i - x_0 + j - y_0}, \quad (7a)$$

$$k_{i, j} = [k_{i-1, j} + \mathbf{K}_x(i, j)]t + [k_{i, j-1} + \mathbf{K}_y(i, j)](1-t). \quad (7b)$$

采用同样的方法可以对其他三个象限进行处理, 从而得出以 (x_0, y_0) 为起点的去包裹相位图。当 (x_0, y_0) 为包裹相位图的边界点时, 就得到了由该点出发到达图中任意点的相位跃变, 于是对于所有的边界点都进行处理后, 就可以得到包裹相位图中的每一点相对于所有边界点的相位跃变, 进而由式 (5) 可以得出相应的平均相位跃变 $k_{(x, y)}$ 。那么, 解包裹

后的实际相位图 $\phi(x, y)$ 就可由下式得出

$$\phi(x, y) = \phi_w + 2\pi k_{(x, y)}. \quad (8)$$

由此方法解出的相位图与边界无关,而且某点的相位相当于全图所有点对其作用的综合,没有固定的路径,因而该方法与路径无关。当以边界某点为起点对全图进行去包裹运算时,噪声点只对经过该点的某条路径上的点产生影响。对于全图来说,从不同起点、不同方向进行去包裹运算是相互独立的,求平均后误差得到抑制,故该方法有较高的稳定性。

以包裹相位图 ($l_x \times l_y$) 中任意点为起点对全图进行去包裹运算时,其时间复杂度为 $3l_x l_y$ 次乘法运算。对于所有边界点全部执行后,本方法的时间复杂度为 $6l_x l_y (l_x + l_y - 2)$ 次乘法运算。为了提高运算效率,在实际应用中,可以根据噪声量的多少来确定参与计算边界点数量。实验表明,对于噪声量比较小的情况,仅对该包裹相位图中的四个顶点按照上述方法进行去包裹处理即可得到较为理想的结果。对于噪声点较多的情况,则可以通过适当增加参与计算的边界点数来提高去包裹的效果。

3 数值模拟与实验验证

首先对相位去包裹方法进行数值模拟。在计算机生成的相位图中加入幅度较大的随机噪声以及面积较大的欠采样区域,对其包裹相位图按照 2.1 和 2.2 节给出的方法进行去包裹处理,并将结果与文

献[7]给出的由拉普拉斯变换法得到的结果及原始相位对比,以验证本文提出方法的性能。模拟结果如图 3 所示,其中图 3(a)为计算机生成相位图(128 × 128 像素)的三维显示;图 3(b)为所引入的幅度较大的随机噪声;图 3(c)为将图 3(a)所示的相位图与图 3(b)所示的随机噪声叠加后得到的模拟实际相位图;图 3(d)为图 3(c)所示相位分布的包裹相位图;图 3(e)为图 3(d)所示包裹相位图中不连续点的分布情况;图 3(f)为利用 2.1 节提出的八点模型消除噪声后的结果;图 3(g)为消除不连续点后,采用 2.2 节所述方法去包裹后所得的相位分布;图 3(h)为利用文献[7]描述方法去包裹后的相位分布;图 3(i)比较了图 3(g)与图 3(h)在图 3(d)虚线处的相位分布;图 3(j)为图 3(g)与图 3(c)相减后的结果;图 3(k)为在图 3(a)所示的相位图中加入欠采样区域后的包裹相位图;图 3(l)为图 3(k)中的不连续点分布;图 3(m)和图 3(n)分别给出了采用本文方法去包裹后的相位分布的二维和三维显示;图 3(o)为利用文献[7]方法对图 3(k)去包裹后所得的相位分布。

由图 3(i)和图 3(j)可以看出,在处理幅度较大的随机噪声时,利用两种方法所得结果差别较大,采用本文方法得到的结果与图 3(c)所示的原始相位吻合得很好,只是在个别位置产生了幅值接近 π 的误差,并且误差衰减很快。从图 3(n)和图 3(o)可以看出,在处理面积较大的欠采样区域时,两种方法均

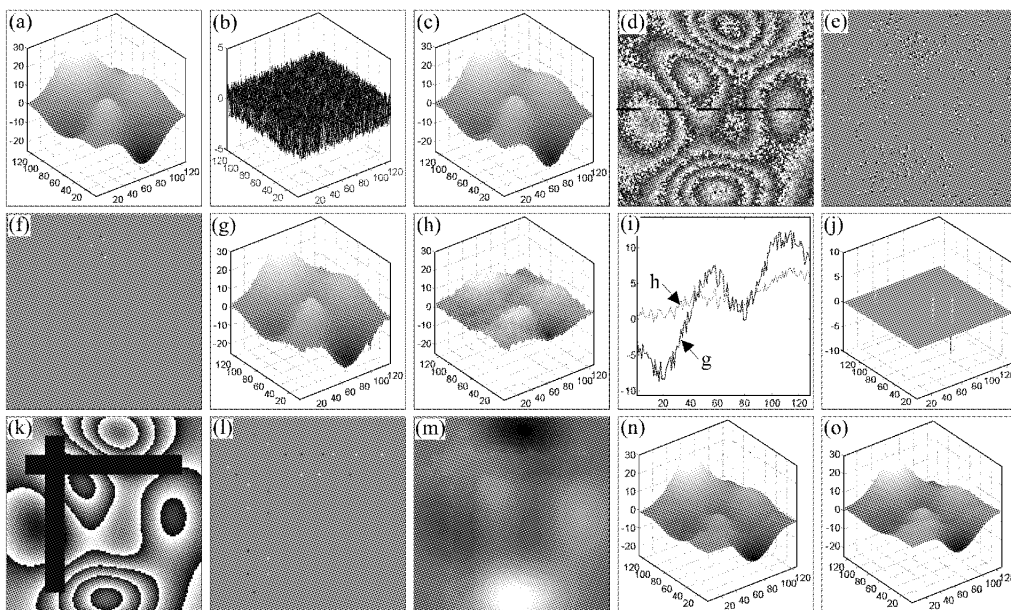


图 3 相位去包裹方法的数值模拟结果

Fig. 3 Results of numerical simulations for the unwrapping method

不存在“拉线”现象,所得的结果差别不大。由此可见,与文献[7]描述方法相比,本文方法无论对于具有大幅度随机噪声,还是大面积欠采样区域的包裹相位图,均可以较好地实现去包裹处理,因而具有更宽的适用范围。

其次,通过对数字全息干涉图样进行相位去包裹处理,并通过与文献[7]所述方法相比较,以验证本文方法在实际应用中的可行性。结果由图 4 给出,其中图 4(a)为实验中得到的表征平板弯曲包裹相位图的数字全息干涉图样^[10](128×128 像素);图 4(b)为包裹相位图中的不连续单元分布情况;图 4(c)为采用 2.1 节提出的八点模型消除噪声后的不连续单元的分布情况;图 4(d)为由 2.2 节给出的方法进一步进行去包裹运算后得到的相位分布;图 4(e)为采用文献[7]描述的方法去包裹后所得的相位分布;图 4(f)为图 4(d)与图 4(e)在图 4(a)虚线处的比较结果。实验结果表明:在很严重的散斑噪声干扰情况下,采用本文方法,可以有效地实现包裹相位图的去包裹运算。

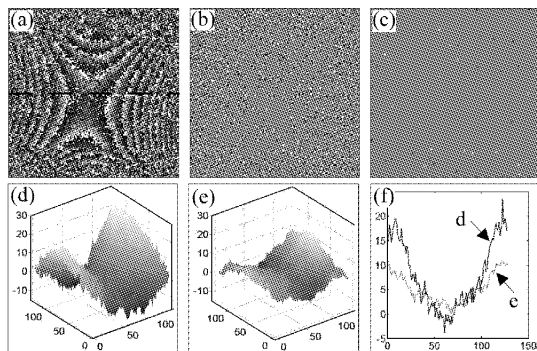


图 4 对数字全息干涉图样进行相位去包裹处理的实验结果

Fig. 4 Results of unwrapping the wrapped phase distribution for digital holographic interferogram

4 结 论

建立了一个可有效去除包裹相位图中不连续点的八点模型,提出了一种多方向去包裹并求其平均

值的相位去包裹方法,从而可以同时实现与路径无关和消除噪声的目的。文中给出了具体算法,并与文献[7]所描述的方法进行了对比,通过数值模拟和实验验证了该方法的有效性和可行性。结果表明,这种综合去包裹方法既具有很强的抗噪声能力,又能很好地处理较大面积的欠采样区域,同时还具有很强的稳定性和较高的效率,因而是一种适用范围较广的去包裹方法,可有效地应用于实际测量中复杂包裹相位图的去包裹处理。

参 考 文 献

- 1 K. Itoh. Analysis of the phase unwrapping algorithm [J]. *Appl. Opt.*, 1982, **21**(14):2470
- 2 R. Cusack, J. M. Huntley, H. T. Goldrein. Improved noise-immune phase unwrapping algorithm [J]. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(5):781~789
- 3 Yuangang Lu, Xiangzhao Wang, Xianghong Zhong *et al.*. A new quality map for quality-guided phase unwrapping [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2004, **2**(12):698~700
- 4 J. A. Quiroga, A. Gonzalez-Cano, E. Bernabeu. Phase unwrapping algorithm based on an adaptive criterion [J]. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(14):2560~2563
- 5 Yin Gongjie, Zhu Chuangui, Liu Bo *et al.*. Phase unwrapping utilizing an adaptive intensity modulation threshold analysis [J]. *Chinese J. Lasers*, 1998, **A25**(1):81~85
殷功杰,朱传贵,刘波等.利用自适应阈值条纹调制度分析方法进行相位去包裹研究[J].*中国激光*, 1998, **A25**(1):81~85
- 6 Wei Chunlong, Chen Mingyi, Wang Zhijiang. Phase unwrapping algorithm based on one dimension FFT [J]. *Chinese J. Lasers*, 1998, **A25**(9):813~816
韦春龙,陈明仪,王之江.基于一维快速傅里叶变换的相位去包裹算法[J].*中国激光*, 1998, **A25**(9):813~816
- 7 Marvin A. Schofield, Yimei Zhu. Fast phase unwrapping algorithm for interferometric applications [J]. *Opt. Lett.*, 2003, **28**(14):1194~1196
- 8 M. J. Huang, Zi-Neng He. Phase unwrapping through region-referenced algorithm and window-patching method [J]. *Opt. Commun.*, 2002, **203**:225~241
- 9 D. C. Ghiglia, L. A. Romero. Robust two-dimensional weighted and unweighted phase unwrapping that uses fast transforms and iterative methods [J]. *Opt. Soc. Am. A*, 1994, **11**(1):107~117
- 10 Xu Ying, Zhao Jianlin, Fan Qi *et al.*. Determination of the Poisson's ratio of material by digital holographic interferometry [J]. *Chinese J. Lasers*, 2005, **32**(6):787~790
徐莹,赵建林,范琦等.利用数字全息干涉术测定材料的泊松比[J].*中国激光*, 2005, **32**(6):787~790