

文章编号: 0258-7025(2006)03-0335-04

# 饱和非线性光纤正色散区的交叉相位 调制不稳定性

钟先琼, 向安平

(成都信息工程学院光电技术系, 四川 成都 610041)

**摘要** 在考虑到光纤饱和和非线性效应的情况下, 给出了同偏振、不同波长的两光波的慢变振幅满足的耦合非线性薛定谔方程组以及线性化后微扰满足的方程组。在光纤的正色散区, 分析并讨论了交叉相位调制不稳定性增益谱随两光波输入功率变化的规律。结果表明, 与饱和非线性光纤中自相位调制不稳定性的增益谱类似, 交叉相位调制不稳定性增益谱的临界扰动频率、峰值增益大小随两光波输入功率的增大也呈现出先增大后减小的特点, 而二者随两光波输入功率变化的快慢都与两扰动的频率大小有关, 即会出现两个不同的输入功率对应同一个不稳定性增益峰值和临界扰动频率的情形。

**关键词** 非线性光学; 饱和非线性; 交叉相位调制不稳定性; 临界扰动频率

**中图分类号** O 437 **文献标识码** A

## Modulation Instability Induced by Cross-Phase Modulation in the Normal Dispersion Region of Fibers with Saturable Nonlinearity

ZHONG Xian-qiong, XIANG An-ping

(Department of Optoelectronic Technology, Chengdu University of Information Technology, Chengdu, Sichuan 610041, China)

**Abstract** Taking into account the saturable nonlinearity of the optical fibers, the coupled nonlinear Schrödinger equations of the slowly varying envelopes for two optical waves of different frequencies with the same polarizations, and the linearized nonlinear Schrödinger equations for the perturbations are given. In the normal dispersion region of optical fibers, the variation law of the gain spectra of modulation instability induced by cross-phase modulation with the input powers of the two waves is analyzed and discussed. The results indicate that, similar to that of the gain spectra of self-phase modulation induced modulation instability in optical fibers with saturable nonlinearity, the critical perturbation frequency as well as the peak gain of cross-phase modulation induced modulation instability also increases with the input powers before decrease. The varying velocity of the two parameters is related to the perturbation frequencies. This may lead to a unique value of peak gain and critical perturbation frequency for two different input powers.

**Key words** nonlinear optics; saturable nonlinearity; modulation instability induced by cross-phase modulation; critical perturbation frequency

## 1 引 言

光纤中色散和非线性效应的相互作用可导致弱的光扰动随光纤呈指数式增长, 从而产生对稳态的调制, 这种被人们称为调制不稳定性的重要物理现

象是时间光孤子出现的前奏, 可用于产生重复率可调且高达几百吉赫兹至几个太赫兹的超短光脉冲串<sup>[1]</sup>、产生超连续谱<sup>[2]</sup>以及用于全光开关<sup>[3]</sup>等。但另一方面, 它也是使波分复用(WDM)和密集波分复用(DWDM)光纤通信系统性能下降的一个重要

收稿日期: 2005-08-09; 收到修改稿日期: 2005-10-20

基金项目: 四川省科技厅应用基础项目(05JY029-084)资助课题。

作者简介: 钟先琼(1969—), 女, 四川名山人, 成都信息工程学院光电技术系讲师, 博士, 主要研究方向为激光与光通信及非线性光学。E-mail: zqxjlxh@yeah.net

因素<sup>[4,5]</sup>。因此,光纤中的调制不稳定性一直倍受人们关注。

自上世纪 80 年代以来,人们已从理论和实验两方面对克尔非线性光纤中的自相位调制不稳定性<sup>[6~9]</sup>和交叉相位调制不稳定性<sup>[10~12]</sup>作了大量的研究。但当入射到普通光纤中的光功率较强,或对于非线性折射率系数  $n_2$  极高、反应速度快的光纤,诸如半导体  $\text{CdS}_{1-x}\text{Se}_x$  掺杂的光纤中,即使在较低的入射光功率下也会呈现出非线性折射率的饱和行为<sup>[13]</sup>。因此,近几年来,饱和非线性光纤中的调制不稳定性<sup>[1,3,13,14]</sup>以及光孤子的传输特性<sup>[15]</sup>引起了人们的浓厚兴趣。目前,人们对饱和非线性光纤中的调制不稳定性研究仅限于单光束自相位调制的情况<sup>[1,3,13,14]</sup>。

本文在考虑到光纤饱和非线性效应的情况下,给出了同偏振、不同波长的两光波的慢变振幅满足的耦合非线性薛定谔方程组,并进一步获得了线性化后微扰满足的方程组。重点分析并讨论了光纤正色散区的交叉相位调制不稳定增益谱随两光波输入功率与光纤饱和功率的比值的规律。

## 2 理论模型

参照文献[1]的处理方法,可以将饱和非线性光纤中同偏振、不同波长的两光波的慢变振幅满足的耦合非线性薛定谔方程组表示为

$$\frac{\partial A_j}{\partial z} + \frac{1}{V_{gj}} \frac{\partial A_j}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_{2j} \frac{\partial^2 A_j}{\partial t^2} = i\gamma_j \frac{|A_j|^2 + 2|A_{3-j}|^2}{1 + \Gamma(|A_j|^2 + 2|A_{3-j}|^2)} A_j, \quad (1)$$

式中  $A_j$  ( $j = 1, 2$ ) 表示两光波的慢变振幅,  $V_{gj}$  为两光波的群速度,  $\beta_{2j}$  为两光波的二阶群速度色散系数,  $\gamma_j$  为两光波的三阶非线性系数,  $\Gamma = 1/P_s$  为饱和参量,  $P_s$  为光纤的饱和功率。令(1)式中的时间微分项为零,可得到稳态解为

$$\bar{A}_j = \sqrt{P_j} \exp(i\phi_j), \quad (2)$$

式中  $P_j$  表示两光波的入射光功率,非线性相移  $\phi_j$  满足

$$\phi_j = \gamma_j \frac{P_j + 2P_{3-j}}{1 + \Gamma(P_j + 2P_{3-j})} z, \quad (3)$$

为了检验解的稳定性,在(2)式中加入微扰  $a_j$  ( $|a_j|^2 \ll P_j$ )

$$A_j = (\sqrt{P_j} + a_j) \exp(i\phi_j), \quad (4)$$

将(3),(4)式代入(1)式并线性化后可得到微扰  $a_j$

满足的方程组

$$\frac{\partial a_j}{\partial z} + \frac{1}{V_{gj}} \frac{\partial a_j}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_{2j} \frac{\partial^2 a_j}{\partial t^2} = i \frac{\gamma_j P_j}{[1 + \Gamma(P_j + 2P_{3-j})]^2} (a_j + a_j^*) + i \frac{2\gamma_j \sqrt{P_j P_{3-j}}}{[1 + \Gamma(P_j + 2P_{3-j})]^2} (a_{3-j} + a_{3-j}^*), \quad (5)$$

当  $\Gamma = 0$  时,(1),(3),(5)式即返回到文献[11,12]中描述的克尔非线性情形。若  $\Gamma \neq 0$ ,且对于单光束,则(1),(3),(5)式即是文献[1]讨论的饱和非线性光纤中的自相位调制不稳定性情形。

## 3 不稳定条件及增益谱分析

假设(5)式中微扰的通解形式<sup>[11]</sup>为

$$a_j = U_j \cos \left[ kz - \Omega_j \left( t - \frac{z}{V_{gj}} \right) \right] + iV_j \sin \left[ kz - \Omega_j \left( t - \frac{z}{V_{gj}} \right) \right], \quad (6)$$

式中  $k$  为微扰波数,  $\Omega_j$  为微扰频率。将(6)式代入(5)式并分离变量后可得到关于  $U_j, V_j$  的四个齐次方程组。该方程组只有在波数  $k$  满足下列色散关系时才有非平凡解

$$k^2 = \frac{f_1 + f_2}{2} \pm \left[ \left( \frac{f_1 + f_2}{2} \right)^2 + (C_{\text{XPM}} - f_1 f_2) \right]^{1/2}, \quad (7)$$

其中

$$f_j = \frac{1}{2} \beta_{2j} \Omega_j^2 \left\{ \frac{1}{2} \beta_{2j} \Omega_j^2 + \frac{2\gamma_j P_j}{[1 + \Gamma(P_j + 2P_{3-j})]^2} \right\}, \quad (8)$$

$$C_{\text{XPM}} = \frac{4\gamma_1 \gamma_2 \beta_{21} \beta_{22} P_1 P_2 \Omega_1^2 \Omega_2^2}{[1 + \Gamma(P_1 + 2P_2)]^2 [1 + \Gamma(P_2 + 2P_1)]^2}, \quad (9)$$

式中  $C_{\text{XPM}}$  表示两光波交叉相位调制的耦合系数。由(7)式可知,对某些扰动频率,在满足条件  $f_1 f_2 < C_{\text{XPM}}$  时,  $k$  为复数,调制不稳定产生。将(8),(9)式代入该不等式可得到不稳定性条件为

$$\left( \frac{\Omega_{c1}^2}{\Omega_{c1}^2} + 1 \right) \left( \frac{\Omega_{c2}^2}{\Omega_{c2}^2} + 1 \right) < 4, \quad (10)$$

当  $|\Omega_1| = |\Omega_2|$  和  $|\Omega_1| \neq |\Omega_2|$  时,(10)式分别变为

$$\Omega^2 < \Omega_c^2 = \frac{1}{2} \left[ \sqrt{(\Omega_{c1}^2 + \Omega_{c2}^2)^2 + 12\Omega_{c1}^2 \Omega_{c2}^2} - (\Omega_{c1}^2 + \Omega_{c2}^2) \right], \quad (11)$$

和

$$\Omega_j^2 < \Omega_{jc}^2 = \frac{3\Omega_{c,3-j}^2 - \Omega_{3-j}^2 \Omega_{cj}^2}{\Omega_{3-j}^2 + \Omega_{c,3-j}^2}, \quad (j = 1, 2) \quad (12)$$

式中  $\Omega_c$  和  $\Omega_{jc}$  分别为  $|\Omega_1| = |\Omega_2|$  和  $|\Omega_1| \neq |\Omega_2|$  时的临界扰动频率, 而参数  $\Omega_{cj}$  定义为

$$\Omega_{cj}^2 = \frac{4\gamma_j P_j}{|\beta_{2j}| [1 + \Gamma(P_j + 2P_{3-j})]^2}, \quad (j = 1, 2) \quad (13)$$

当扰动频率满足(10)式时, 扰动的功率增益系数为

$$g(\Omega_1, \Omega_2) = 2\text{Im}(k) = \sqrt{2} \{ [(f_1 + f_2)^2 + 4(C_{\text{XPM}} - f_1 f_2)]^{1/2} - (f_1 + f_2) \}^{1/2}, \quad (14)$$

由(7)~(9)式及(14)式可见, 在饱和非线性下, 交叉相位调制的色散关系、根的形式以及调制不稳定的功率增益系数公式均与克尔非线性下的情形类似<sup>[11]</sup>, 但式中的参量  $f_1, f_2$  和  $C_{\text{XPM}}$  的定义则与克尔非线性下的情形有所不同。在下面的分析中将会看到, 由于折射率的饱和非线性, 交叉相位调制不稳定性将呈现出新的特点。原则上, 交叉相位调制不稳定性既可发生在光纤的负色散区, 也可发生在正色散区<sup>[11,12]</sup>。但当两光波同在光纤正色散区时, 调制不稳定性完全由交叉相位调制引起<sup>[11,12]</sup>, 而且此时不稳定的频率范围最小。为了简单而不失一般性, 下面的

讨论就针对该情况。需要说明的是, 以上讨论实际上忽略了群速度失配的影响, 即当两光波的波长非常靠近时, 认为  $V_{g1} \approx V_{g2}$ <sup>[11]</sup>。若两光波的波长相差较大时, 则需要做更深入细致的处理, 讨论群速度失配的影响<sup>[12]</sup>。

图 1 给出了不同扰动频率下交叉相位调制不稳定性增益谱随两光波输入功率与光纤饱和功率的比值  $P/P_s$  的变化。其中, 图 1(a) 为两扰动频率相等的情况, 实际中更一般的情况是两扰动的频率不等, 如图 1(b)~(d) 中, 扰动频率分别取  $|\Omega_2|/2\pi = 0.05 \text{ THz}, 0.1 \text{ THz}, 0.14 \text{ THz}$ 。各图中所用的公共参量为:  $\gamma_1 = \gamma_2 = 15 \text{ W} \cdot \text{km}^{-1}$ ,  $\beta_{21} = \beta_{22} = 60 \text{ ps}^2 \cdot \text{km}^{-1}$ ,  $P_s = 7 \text{ W}$ ,  $P_1 = P_2 = P$ 。由图可见, 在饱和非线性下, 交叉相位调制不稳定性增益谱的谱峰峰值  $g_{\text{max}}$  以及临界扰动频率  $\Omega_{1c}$  随功率比值  $P/P_s$  的增大都是先增大后减小的, 变化快慢则与两扰动的频率大小关系有关。这与克尔非线性下的规律完全不同, 后者的交叉相位调制不稳定性增益谱的  $g_{\text{max}}$  以及  $\Omega_c$  随  $P$  的增大是单调增加的<sup>[12]</sup>。

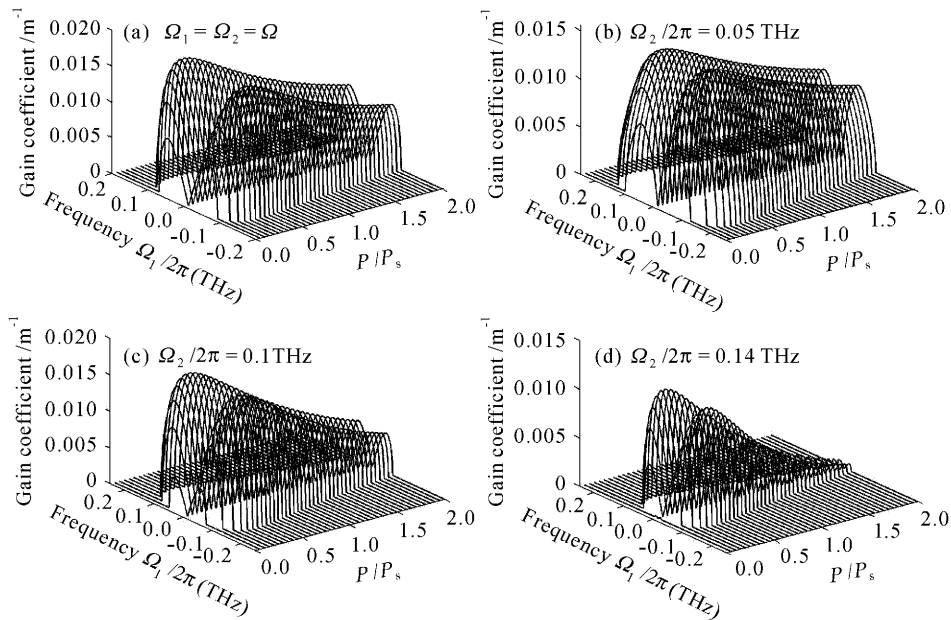


图 1 不同扰动频率下交叉相位调制不稳定性增益谱随两光波输入功率的变化

Fig. 1 Variations of gain spectra of modulation instability induced by cross-phase modulation with the input powers of the two optical waves for different perturbation frequencies

图 2(a), (b) 分别给出了不同扰动频率下(已标入图中)不稳定性增益谱的  $\Omega_{1c}$  和  $g_{\text{max}}$  随功率比值  $P/P_s$  的变化曲线, 所用公共参量同图 1。由图 2 可以更清楚地看到  $g_{\text{max}}$  和  $\Omega_{1c}$  的先增后减规律。这种变

化规律与饱和非线性光纤中自相位调制不稳定性的增益谱类似<sup>[1, 13]</sup>, 意味着也会出现两个不同的输入功率对应同一个不稳定增益峰值和临界扰动频率的情形, 这一结论对双稳态光孤子的研究具有重要意

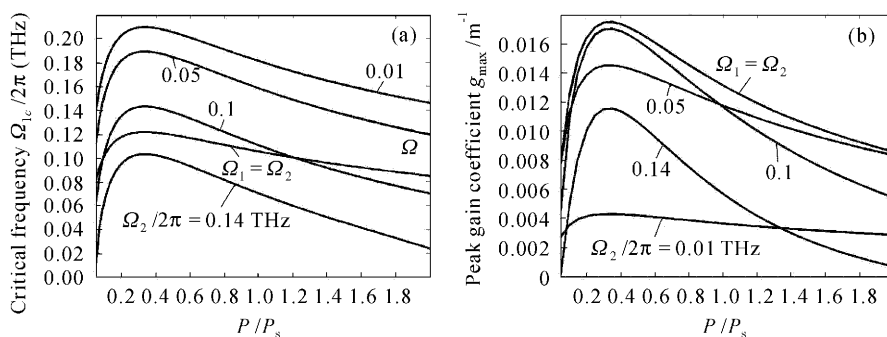


图 2 不同扰动频率下不稳定性增益谱的临界扰动频率(a)和谱峰峰值(b)随两光波输入功率的变化

Fig. 2 Variations of critical perturbation frequency (a) and peak gain coefficient (b) of gain spectra with the input powers of the two optical waves for different perturbation frequencies

义。由图 2 还可以看出,在其他条件相同时,不稳定性增益谱的临界扰动频率和谱峰峰值与两扰动的频率大小有关;两扰动频率的大小关系对临界扰动频率随两光波的输入功率的变化速度影响较小,而对谱峰峰值的变化速度有较大的影响。

## 4 结 论

结果表明,与饱和非线性光纤中自相位调制不稳定性的增益谱类似,交叉相位调制不稳定增益谱的临界扰动频率、峰值增益大小随两光波输入功率的增大也呈现出先增大后减小的特点,即也会出现两个不同的输入功率对应同一个不稳定增益峰值和临界扰动频率的情形。两扰动频率的大小关系对临界扰动频率随两光波的输入功率的变化速度影响较小,而对谱峰峰值的变化速度影响较大。

## 参 考 文 献

- 1 J. M. Hickmann, S. B. Cavalcanti, N. M. Borges *et al.*. Modulational instability in semiconductor-doped glass fibers with saturable nonlinearity [J]. *Opt. Lett.*, 1993, **18**(3):182~184
- 2 A. Demircan, U. Bandelow. Supercontinuum generation by the modulation instability [J]. *Opt. Commun.*, 2005, **244**:181~185
- 3 N. Da Dalt, C. De Angelis, G. F. Nalesso *et al.*. Dynamics of induced modulational instability in waveguides with saturable nonlinearity [J]. *Opt. Commun.*, 1995, **121**:69~72
- 4 D. F. Grosz, C. Mazzali, S. Celaschi *et al.*. Modulation instability induced resonant four-wave mixing in WDM systems [J]. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 1999, **11**(3):379~381
- 5 D. F. Grosz, J. M. Chavez Boggio, H. L. Fragnito. Modulation instability effects on three-channel optically multiplexed communication systems [J]. *Opt. Commun.*, 1999, **171**:53~60
- 6 Zhong Xianqiong, Chen Jianguo, Li Dayi *et al.*. Small signal gains of perturbation propagating in optical fibers [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(11):1521~1524
- 钟先琼,陈建国,李大义等. 光纤中扰动的小信号增益[J]. *光学学报*, 2004, **24**(11):1521~1524
- 7 F. Kh. Abdullaev, S. A. Darmanyan, S. Bischoff *et al.*. Modulational instability in optical fibers near the zero dispersion point [J]. *Opt. Commun.*, 1994, **108**:60~64
- 8 Zhang Shumin, Xu Wencheng, Luo Aiping *et al.*. Modulation instability of femtosecond optical pulses in decreasing dispersion fibers [J]. *Acta Optica Sinica*, 2001, **21**(6):656~659
- 张书敏,徐文成,罗爱平等. 色散渐变光纤中飞秒光脉冲的调制不稳定性研究[J]. *光学学报*, 2001, **21**(6):656~659
- 9 Xu Wencheng, Luo Aiping, Guo Qi *et al.*. Modulation instability in decreasing dispersion fibers [J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(10):1435~1439
- 徐文成,罗爱平,郭旗等. 色散渐变光纤中的调制不稳定性分析[J]. *光学学报*, 2000, **20**(10):1435~1439
- 10 Ren Zhijun, Wang Hui, Jin Hongzhen *et al.*. Cross-phase modulational instability with high-order dispersion [J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(2):165~168
- 任志君,王辉,金洪震等. 具有高阶色散项的交叉相位调制不稳定性分析[J]. *光学学报*, 2005, **25**(2):165~168
- 11 G. P. Agrawal, P. L. Baldeck, R. R. Alfano. Modulation instability induced by cross-phase modulation in optical fibers [J]. *Phys. Rev. A*, 1989, **39**(7):3406~3413
- 12 G. P. Agrawal. Modulation instability induced by cross-phase modulation [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, **59**(8):880~883
- 13 M. L. Lyra, A. S. Gouveia-Neto. Saturation effects on modulation instability in non-Kerr-like monomode optical fibers [J]. *Opt. Commun.*, 1994, **108**:117~120
- 14 Liu Xiumin, Zhang Xiaoguang, Lin Ning *et al.*. Modulation instability in non-Kerr-like optical fibers near the zero dispersion point [J]. *Chinese J. Lasers*, 2000, **B9**(1):79~84
- 15 S. Gatz, J. Herrmann. Soliton propagation and soliton collision in double-doped fibers with a non-Kerr-like nonlinear refractive-index change [J]. *Opt. Lett.*, 1992, **17**(7):484~486