

文章编号: 0258-7025(2006)12-1609-06

激光 CCD 自准直仪圆目标中心抗噪声 精确定位方法

敖 磊, 谭久彬, 崔继文, 康文静

(哈尔滨工业大学超精密光电仪器工程研究所, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要 为满足高精度计量和方位瞄准跟踪系统的发展对激光 CCD 自准直仪测量精度的要求, 提出一种基于正交傅里叶-梅林矩的激光 CCD 自准直仪圆目标中心抗噪声精确定位方法。首先利用正交傅里叶-梅林矩 (OFMM) 的幅值旋转不变性和更低径向阶数在充分提取图像边缘细节信息的同时抑制图像噪声的影响, 通过对图像边缘旋转后垂直方向上不同阶次的正交傅里叶-梅林矩之间关系的分析将圆目标轮廓定位至亚像素级, 然后采用最小二乘拟合方法实现圆目标中心的精确定位。结果表明, 该方法稳定性好, 定位精度高且抗干扰能力强, 改进后的激光 CCD 自准直仪的测量分辨力提高了 10 倍, 测量精度由 $2''$ 提高到 $\pm 0.18''$, 可有效满足在小角度测量和瞄准等领域的高精度测量需要。

关键词 激光技术; 激光 CCD 自准直仪; 正交傅里叶-梅林矩; 亚像素边缘定位; 最小二乘拟合

中图分类号 TP 391; TN 247 **文献标识码** A

Anti-Noise and Precise Circle Target Center Location Method of CCD Laser Autocollimator

AO Lei, TAN Jiu-bin, CUI Ji-wen, KANG Wen-jing

(*Institute of Ultra-precision Optical & Electronic Instrument Engineering,
Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150001, China*)

Abstract To satisfy the stringent requirements for measuring accuracies of charge coupled device (CCD) laser autocollimators in the fields, such as high accuracy metrology system, and azimuth aiming and tracing system, an anti-noise and precise circle target center location method based on orthogonal Fourier-Mellin moments (OFMMs) is proposed. The specific characteristics of the circle target edge of CCD laser autocollimators can be fully extracted, the noises in images can be efficiently diminished by using the rotation invariance and lower radial orders of the orthogonal Fourier-Mellin moments, edge location can be accomplished by setting the edge in vertical direction and analyzing the relationships among these moments of the edge, and the center position of the circle target can be accurately acquired by using the least square fitting method. Experimental results show that the proposed method is stable, accurate and immune to the noise in images, and the measuring accuracy of a modified CCD laser autocollimator is improved from $2''$ to $\pm 0.18''$ with the measuring resolution increased for 10 times by using the proposed method. The proposed method can efficiently fulfill the stringent requirements of CCD laser autocollimators for high accuracies in small angle aiming and measurement.

Key words laser technique; CCD laser autocollimator; orthogonal Fourier-Mellin moments; subpixel edge location; least square fitting

收稿日期: 2006-04-18; **收到修改稿日期:** 2006-06-01

基金项目: 国家自然科学基金 (50275041) 资助项目。

作者简介: 敖磊 (1980—), 男, 四川人, 哈尔滨工业大学博士研究生, 主要从事超精密光电测试技术及图像处理技术方面的研究。E-mail: ao_lei@126.com

导师简介: 谭久彬 (1955—), 男, 哈尔滨工业大学教授, 博士生导师, 目前主要研究方向为超精密测量技术与仪器工程。E-mail: jbtan@hit.edu.cn

1 引 言

光电自准直仪作为一种高精度的小角度测量仪器,在高精度的瞄准及定位方面有着不可替代的作用。高精度计量技术和方位瞄准跟踪系统的发展对光电自准直仪的测量精度提出了更高的要求^[1~3],如利用扭转条平衡测量重力加速度要求光电自准直仪的测量精度达到 $\pm 0.25''$ ^[1],在精密离心机动态失准角测试系统中要求其测量精度达到 $0.2''$ ^[2]等。光电自准直仪中典型的激光 CCD 自准直仪因其较高的测量精度和测量稳定性得到了广泛的应用^[4~8],但激光 CCD 自准直仪中常用的定位方法,如重心定位法^[5]、矩心内插法^[6]等,均存在定位精度低、重复性差且噪声影响较大的缺点,使其测量精度和实用性受到影响。因此,寻求高效稳健的定位算法已成为提高激光 CCD 自准直仪测量精度迫切要求解决的问题。

近年来亚像素边缘定位的提出可以突破物理分辨率的限制,同时也降低了为达到要求精度而采用提高采样频率所需的复杂硬件设备,使得国内外大量学者对亚像素边缘定位方法进行了深入的研究,如插值法^[9]、小波边缘检测算子约束优化法^[10]、频率采样窗(FSF)自适应滤波方法^[11]等,但它们共同的不足之处在于定位精度不高且噪声对边缘定位精度的影响较大。基于空间矩^[12]和基于查涅克(Zernike)矩^[13]的边缘定位方法是两种具有代表性的基于矩的亚像素边缘定位方法,由于其噪声对边缘定位精度的影响较小且定位精度更高,因此得到了广泛的应用。但由于这两种矩算子本身的细节描述能力不强使得边缘定位精度无法进一步提高。因此,本文提出一种基于正交傅里叶-梅林矩(OFMM)的激光 CCD 自准直仪圆目标中心的抗噪声精确定位方法。

2 测量原理

如图 1 所示,激光 CCD 自准直仪采用激光照射位于准直物镜焦平面上的通光圆孔目标,经过分光镜和准直物镜后,准直为平行的准直光束射出,经过放置在被测物上的测量反射镜反射后,由准直物镜会聚,经分光镜成像于 CCD 像面上。

当测量反射镜产生小角度变化时,通光圆孔在 CCD 像面所成的像将产生位移,由此可计算出相应的小角度变化。在被测角 θ 很小,约在 $\pm 10'$ 以内时,测量公式近似为

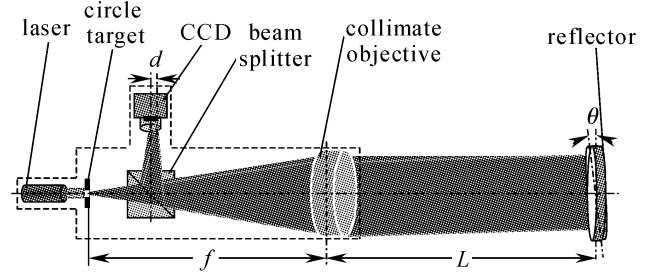


图 1 激光 CCD 自准直仪原理框图
Fig. 1 Frame of CCD laser autocollimator

$$\theta = \frac{d}{2f}, \quad (1)$$

其中 d 为通光圆孔在 CCD 上所成圆光斑像的中心位置的变化量, f 为准直物镜的焦距。由公式(1)可知,为了提高激光 CCD 自准直仪的测量分辨力和测量精度,圆目标光斑中心位置的变化量 d 必须被精确获取,为此,本文提出采用基于正交傅里叶-梅林矩的亚像素边缘定位算法,精确定位圆目标光斑的边缘到亚像素级,然后采用最小二乘拟合方法实现激光 CCD 自准直仪圆目标中心的精确定位。

3 圆目标中心精确定位方法

3.1 亚像素边缘定位算法

正交傅里叶-梅林矩^[14]由于其更强的图像细节描述能力而广泛应用于旋转和尺度不变模式识别领域^[15],但其在图像边缘定位方面的研究成果却相对较少。本文充分利用正交傅里叶-梅林矩的幅值旋转不变性和更低的径向矩阶数,提出采用基于正交傅里叶-梅林矩的亚像素边缘定位算法精确定位边缘。

在极坐标系 (r, θ) 中图像的正交傅里叶-梅林矩定义为^[14]

$$\phi = \frac{1}{2\pi a_n} \int_0^{2\pi} \int_0^1 f(r, \theta) Q_n(r) \exp(-jm\theta) r dr d\theta, \quad (2)$$

其中 $a_n = 1/[2(n+1)]$, 整数 $n \geq 0$, $f(r, \theta)$ 为极坐标系中表示的图像, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 为圆谐阶次, $Q_n(r)$ 为定义在极坐标系下单位圆内 $(0 \leq r \leq 1)$ 的多项式: $Q_n(r) = \sum_{s=0}^n (-1)^{n+s} \frac{(n+s+1)!}{(n-s)! s! (s+1)!} \cdot r^s$, 整数 $s \geq 0$ 为梅林变换阶次。根据定义可得出正交傅里叶-梅林矩的幅值旋转不变性,即当一幅图像旋转 ψ (边缘对 x 轴所成的角度) 后,旋转前的 ϕ 和旋转后的 ϕ' 之间的关系为

$$\phi' = \phi \exp(-jm\psi). \quad (3)$$

由于正交傅里叶-梅林矩定义为积分算子,因而采用它对图像进行亚像素边缘定位时对图像的噪声不敏感。

建立可用参量 (h, k, l) 描述的归一化理想阶跃边缘模型如图 2 所示, h 为背景灰度; k 为阶跃高度; l 为圆心到边缘的垂直距离。如果将边缘旋转 $-\psi$ 角度, 则边缘将平行于 y 轴, 由被积函数的奇偶性可得

$$\iint_{x^2+y^2 \leq 1} f'(x, y) y dy dx = 0, \quad (4)$$

其中 $f'(x, y)$ 为旋转后的图像边缘函数。

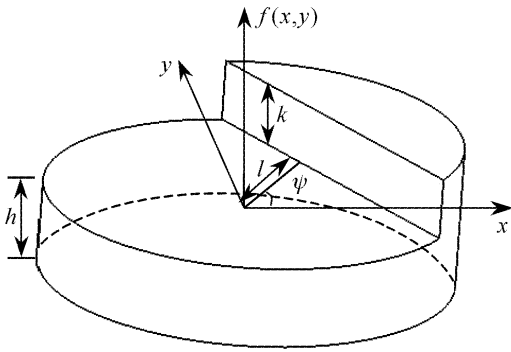


图 2 理想二维边缘模型

Fig. 2 Model of ideal 2D edge

结合(4)式可知旋转后图像边缘平行于 y 轴时 $2\phi'_{01} + \phi'_{11}$ 的虚部为零, 即

$$\begin{aligned} \text{Im}[2\phi'_{01} + \phi'_{11}] &= \sin\psi \text{Re}[2\phi_{01} + \phi_{11}] - \\ &\quad \cos\psi \text{Im}[2\phi_{01} + \phi_{11}] = 0, \quad (5) \end{aligned}$$

其中 $\text{Re}[2\phi_{01} + \phi_{11}]$ 和 $\text{Im}[2\phi_{01} + \phi_{11}]$ 分别为旋转前原始图像的 $2\phi_{01} + \phi_{11}$ 的实部与虚部, 因此边缘旋转的角度为

$$\psi = \text{atan}\left(\frac{\text{Im}[2\phi_{01} + \phi_{11}]}{\text{Re}[2\phi_{01} + \phi_{11}]}\right). \quad (6)$$

采用正交傅里叶-梅林矩对图像进行亚像素边缘定位时需要用到 5 个不同阶次的正交傅里叶-梅林矩 $[\phi_{00}, \phi_{01}, \phi_{10}, \phi_{11}, \phi_{20}]$, 对应的积分核函数分别为

$$\begin{aligned} [T_{00}, T_{01}, T_{10}, T_{11}, T_{20}] &= \\ [1, e^{-j\theta}, (3r-2), (3r-2)e^{-j\theta}, (10r^2-12r+3)], \quad (7) \end{aligned}$$

对应的原始图像的 ϕ 与旋转后的图像的 ϕ' 可由(3)式得出

$$\begin{aligned} [\phi'_{00}, \phi'_{01}, \phi'_{10}, \phi'_{11}, \phi'_{20}] &= \\ [\phi_{00}, \phi_{01} \exp(j\psi), \phi_{10}, \phi_{11} \exp(j\psi), \phi_{20}], \quad (8) \end{aligned}$$

由(2)式对图 2 所示的归一化理想阶跃边缘模型计算可得

$$\begin{cases} \phi'_{00} = \pi h + k[\arcsin \sqrt{1-l^2} - l \sqrt{1-l^2}] \\ \phi'_{01} = k \sqrt{1-l^2} - kl^2 \ln\left(\frac{1+\sqrt{1-l^2}}{l}\right) \\ \phi'_{10} = kl \sqrt{1-l^2} - kl^3 \ln\left(\frac{1+\sqrt{1-l^2}}{l}\right) \\ \phi'_{11} = 2kl^2 \ln\left(\frac{1+\sqrt{1-l^2}}{l}\right) - 2kl^2 \sqrt{1-l^2} \\ \phi'_{20} = -\frac{1}{3}kl \sqrt{1-l^2}(10l^2+2) + \\ \quad 4kl^3 \ln\left(\frac{1+\sqrt{1-l^2}}{l}\right) \end{cases}, \quad (9)$$

结合(9)式可得到描述理想阶跃边缘模型的三个基本参量 (h, k, l) 分别为

$$\begin{cases} h = \frac{1}{\pi}[\phi_{00} - k(\arcsin \sqrt{1-l^2} - l \sqrt{1-l^2})] \\ k = \frac{2\phi'_{01} + \phi'_{11}}{2(1-l^2)^{3/2}} \\ l = \frac{3}{5} \left(\frac{4\phi_{10} + \phi_{20}}{2\phi'_{01} + \phi'_{11}} \right) \end{cases}, \quad (10)$$

其中 $2\phi'_{01} + \phi'_{11} = \text{Re}[2\phi_{01} + \phi_{11}]\cos\psi + \text{Im}[2\phi_{01} + \phi_{11}]\sin\psi$, ψ 由(6)式计算得出。从而图像边缘的亚像素位置为

$$\begin{bmatrix} x_s \\ y_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + l \begin{bmatrix} \cos\psi \\ \sin\psi \end{bmatrix}. \quad (11)$$

为验证该算法的抗干扰能力, 首先对如图 3 所示的标准 Lena 图像, 图像大小为 $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$, 分别用查涅克矩的亚像素边缘定位算法和本文提出的算法进行亚像素边缘定位, 定位结果分别如图 4 和图 5 所示。然后对该标准 Lena 图像加入高斯白噪声如图 6 所示, 其中高斯白噪声的均值 $a = 0$, 方差 $\sigma = 0.05$, 再分别用查涅克矩的亚像素边缘定位算法和本文提出的算法对噪声污染后的



图 3 原始 Lena 图像

Fig. 3 Original Lena image



图 4 采用查涅克矩定位算法对 Lena 图像的定位结果
Fig. 4 Subpixel edge location for Lena image
using Zernike moments



图 5 采用正交傅里叶-梅林矩定位算法对 Lena 图像
的定位结果
Fig. 5 Subpixel edge location for Lena image
using OFMMs method



图 6 加噪声后的 Lena 图像
Fig. 6 Lena image with noise



图 7 采用查涅克矩定位算法对加噪声后的
Lena 图像的定位结果
Fig. 7 Subpixel edge location for Lena image with noise
using Zernike moments method



图 8 采用正交傅里叶-梅林矩定位算法对加噪声后的
Lena 图像的定位结果
Fig. 8 Subpixel edge location for Lena image with noise
using OFMMs method

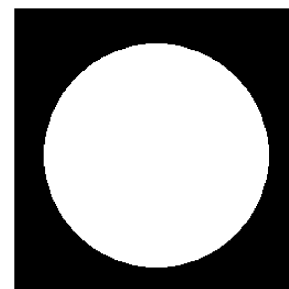


图 9 标准圆图像
Fig. 9 Standard circle image

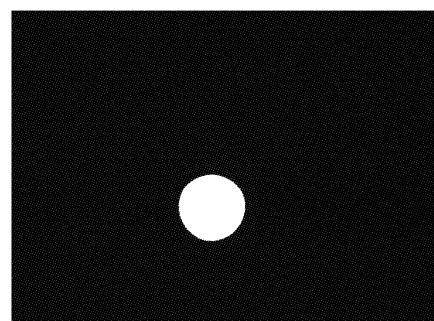


图 10 实验中获取的圆目标图像
Fig. 10 Circle target acquired in experiment

Lena 图像进行亚像素边缘定位,定位结果分别如图 7 和图 8 所示。

为验证该亚像素定位算法的定位精度,采用计算机生成的标准圆图像如图 9 所示,图像大小为 $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$, 圆心坐标为 $(128.0, 128.0)$ pixel, 半径为 100.0 pixel , 采用基于正交傅里叶-梅林矩的亚像素边缘定位算法进行圆轮廓的定位, 计算结果如表 1 所示。

表 1 标准圆图像的边缘定位结果

Table 1 Edge locations for standard circle

Axis x			Axis y		
Calculation locations /pixel	Actual locations /pixel	Location error /pixel	Calculation locations /pixel	Actual locations /pixel	Location error /pixel
(51.99,63.02)	(51.97,63.02)	0.02	(51.97,63.04)	(51.97,63.02)	0.02
(67.88,48.09)	(67.95,48.09)	-0.07	(67.95,48.04)	(67.95,48.09)	-0.05
(188.12,48.09)	(188.05,48.09)	0.07	(188.05,48.04)	(188.05,48.09)	-0.05
(203.17,62.05)	(203.09,62.05)	0.08	(203.09,61.96)	(203.09,62.05)	-0.09
(208.04,68.05)	(208.09,68.05)	-0.05	(208.09,68.12)	(208.09,68.05)	0.07

实验中 CCD 采集到的圆孔目标的图像如图 10 所示,采用基于正交傅里叶-梅林矩的亚像素边缘定位算法进行圆轮廓中心的定位,计算结果如表 2 所示。可见,采用基于正交傅里叶-梅林矩的亚像素边缘定位算法,定位精度优于 0.1 pixel,且抗干扰能力强,实现了圆轮廓的抗噪声亚像素边缘定位。

表 2 实验中获得的圆目标图像的中心定位结果

Table 2 Center locations for image acquired in experiment

Number	Center location /pixel	Number	Center location /pixel
1	(655.46,646.89)	6	(655.44,646.86)
2	(655.48,646.92)	7	(655.48,646.90)
3	(655.47,646.88)	8	(655.42,646.91)
4	(655.39,646.87)	9	(655.41,646.96)
5	(655.43,646.90)	10	(655.42,646.89)
Location variance (3σ)		Axis x : 0.094 Axis y : 0.085	

3.2 最小二乘圆拟合中心算法

经过基于正交傅里叶-梅林矩的亚像素边缘定位得到圆轮廓上的 n 个点 $\{p_i(x_i, y_i) \mid i = 1, 2, \dots, n\}$ 的亚像素级位置信息 $\{(x_{si}, y_{si}) \mid i = 1, 2, \dots, n\}$ 后,为了精确定出圆心位置,本文根据最小二乘原理^[16](残差平方和最小原理)用拟合圆来逼近圆轮廓,得到被测圆轮廓的圆心坐标 (a, b) 为

$$\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

其中

$$G_{11} = 8 \sum_{i=1}^N x_{si}^2 - \frac{8}{N} \left(\sum_{i=1}^N x_{si} \right)^2$$

$$G_{12} = G_{21} = 8 \sum_{i=1}^N y_{si} x_{si} - \frac{8}{N} \sum_{i=1}^N x_{si} \sum_{k=1}^N y_{sk}$$

$$G_{22} = 8 \sum_{i=1}^N y_{si}^2 - \frac{8}{N} \left(\sum_{i=1}^N y_{si} \right)^2$$

$$C_1 = -\frac{4}{N} \sum_{i=1}^N x_{si}^2 \sum_{j=1}^N x_{sj} - \frac{4}{N} \sum_{i=1}^N y_{si}^2 \sum_{k=1}^N x_{sk} +$$

$$4 \sum_{i=1}^N y_{si}^2 x_{si} + 4 \sum_{i=1}^N x_{si}^3$$

$$C_2 = -\frac{4}{N} \sum_{i=1}^N y_{si}^2 \sum_{j=1}^N y_{sj} - \frac{4}{N} \sum_{i=1}^N x_{si}^2 \sum_{k=1}^N y_{sk} +$$

$$4 \sum_{i=1}^N x_{si}^2 y_{si} + 4 \sum_{i=1}^N y_{si}^3$$

由公式(12)可以得被测圆轮廓的圆心坐标 (a, b) ,根据最小二乘原理的圆拟合推导出的圆目标中心检测算法定位精度高,重复性好,而且仅对圆轮廓的边界点循环一次就可计算出各参数,时间复杂度为 $o(n)$,没有复杂的方根运算,因此整个算法的计算速度快。

4 实验结果及分析

为了验证本文的精确定位算法,将测量分辨力为 $1''$,测量精度为 $2''$,准直物镜口径为 55 mm,焦距为 515 mm 的自准直仪改进为采用 DB635-1-3(5)-FA 型、功率 1 mW 的半导体激光光源和 CV-A1 型面阵 CCD 采集图像信号的激光 CCD 自准直仪,实验中采集到的圆光斑图像的直径为 200 pixel。采用上述基于正交傅里叶-梅林矩的亚像素边缘定位算法,定位分辨力可达 0.1 pixel,由公式(1)可得该激光 CCD 自准直仪的测量分辨力为

$$\theta = \frac{d}{2f} = \frac{0.1 \times 4.65}{2 \times 515 \times 10^3} \times \frac{180 \times 3600}{\pi} = 0.093'',$$

可见该自准直仪测量分辨力由 $1''$ 提升至 $0.1''$,提高了 10 倍。

对该仪器精度的校准做了对比实验。实验条件:环境温度 20.0°C ,相对湿度 60%,采用高精度 SZY-99 型光电自准直仪对激光 CCD 自准直仪进行比对和校准实验,其中 SZY-99 型光电自准直仪测量分辨力和测量精度分别为 $0.01''$ 和 $\pm 0.1''$,测量范围为 $\pm 20''$,准直物镜焦距为 860 mm,对采用本文提出的精确定位方法的激光 CCD 自准直仪在 SZY-99 型光电自准直仪的 $\pm 20''$ 测量范围内进行比对实验,

实验对比结果和定位偏差结果分别如图 11 和图 12 所示。

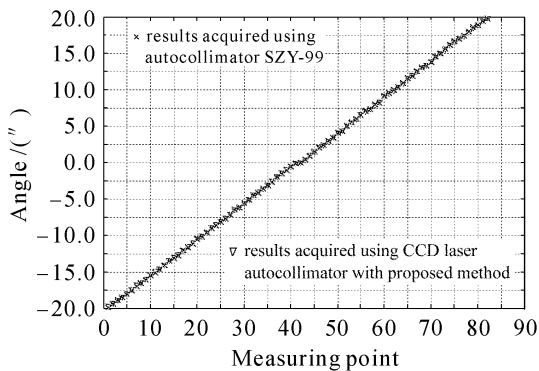


图 11 实验对比结果

Fig. 11 Contrastive results in experiment

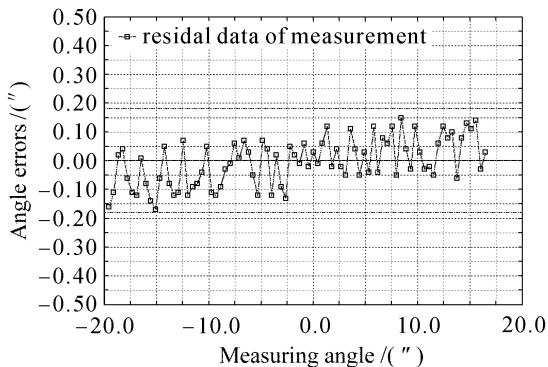


图 12 实验中激光 CCD 自准直仪的定位误差

Fig. 12 Location errors of CCD laser autocollimator in experiment

由实验和校准数据及结果可以看出,改进的激光 CCD 自准直仪采用本文提出的方法对圆目标中心精确定位后,测量分辨力提高 10 倍,达到 $0.1''$,测量精度由 $2''$ 提高到 $\pm 0.18''$,实现了高精度小角度的测量。

5 结 论

提出一种基于正交傅里叶-梅林矩的激光 CCD 自准直仪圆目标中心抗噪声精确定位方法。该方法首先分析边缘旋转后垂直方向上 5 个不同阶次正交傅里叶-梅林矩之间的关系,将圆目标轮廓定位至亚像素级,同时有效抑制图像中噪声的影响,然后采用最小二乘拟合方法实现圆目标中心的精确定位。实验结果表明,该算法稳定性好,定位精度高且抗干扰能力强,应用该抗噪声精确定位方法改进后激光 CCD 自准直仪的测量分辨力提高了 10 倍,达到 $0.1''$,测量精度由 $2''$ 提高到 $\pm 0.18''$,可以有效地满足激光 CCD 自准直仪在小角度测量和瞄准等领域

的高精度测量需要。

参 考 文 献

- 1 S. J. Richman, T. J. Quinn, C. C. Speake *et al.*. Preliminary determination of G using the BIPM torsion strip balance [J]. *Measure. Sci. Technol.*, 1999, **10**:460~466
- 2 Yuan Feng, Ding Zhenliang, Chen Zhong *et al.*. Study on the design of testing system for dynamic misalignment angle in precision centrifuge [J]. *Opto-Electron. Engng.*, 2001, **28**(5):28~31
- 3 袁 峰,丁振良,陈 中等. 精密离心机动态失准角测试系统的设计研究[J]. 光电工程, 2001, **28**(5):28~31
- 4 P. Martinelli, S. Musazzi, U. Perini. An autocollimator based optical system for precise angular alignment control over large exploring areas [J]. *Rev. Sci. Instrum.*, 1994, **65**(4):1012~1014
- 5 D. B. Leviton. Ultrahigh resolution absolute Cartesian electronic autocollimator [C]. *SPIE*, 2003, **5190**:468~475
- 6 Jie Yuan, Xingwu Long. CCD-area-based autocollimator for precision small-angle measurement [J]. *Rev. Sci. Instrum.*, 2003, **74**(3):1362~1365
- 7 Meirong Zhao, Yuchi Lin, Ping Zhang *et al.*. Research on improving the measuring accuracy of laser autocollimator used over long distance [C]. *SPIE*, 2002, **4927**:300~304
- 8 Kuang Cuifang, Feng Qibo, Zhang Bin *et al.*. Study of the method for measuring four-degree-of-freedom geometric errors of a linear stage [J]. *Chinese J. Lasers*, 2005, **32**(9):1266~1270
- 9 匡萃方,冯其波,张 斌等. 直线导轨四自由度同时测量方法的研究[J]. 中国激光, 2005, **32**(9):1266~1270
- 10 Zhao Dongfeng, Dai Yaping, Yin Xianhua *et al.*. Error analysis for the optical system of target area on high power laser facility [J]. *Chinese J. Lasers*, 2004, **31**(12):1425~1428
- 11 赵东峰,戴亚平,尹宪华等. 高功率激光装置靶场光学系统的误差分析[J]. 中国激光, 2004, **31**(12):1425~1428
- 12 F. Truchetet, O. Lalignant. Subpixel edge detection for dimensional control by artificial vision [C]. *SPIE*, 2000, **3966**:2~8
- 13 Jun-Wei Hsieh, Ming-Tat Ko, Hong-Yuan Mark Liao *et al.*. A new wavelet-based edge detector via constrained optimization [J]. *Image and Vision Computing*, 1997, **15**:511~527
- 14 R. Sundaram. Analysis and implementation of an efficient edge detection algorithm [J]. *Opt. Engng.*, 2003, **42**(3):642~650
- 15 Edward P. Lyvers, Owen Robert Mitchell, Mark L. Akey *et al.*. Subpixel measurements using a moment-based edge operator [J]. *IEEE Trans. Patn. Anal. Mach. Intell.*, 1989, **11**(12):1293~1309
- 16 S. Ghosal, R. Mehrotra. Orthogonal moment operators for subpixel edge detection [J]. *Patn. Recogn.*, 1993, **26**(2):295~306
- 17 Yunlong Sheng, Lixin Shen. Orthogonal Fourier-Mellin moments for invariant pattern recognition [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1994, **11**(6):1748~1757
- 18 Ziliang Ping, Yunlong Sheng, Sylvain Deschenes. Fourier-Mellin descriptor and interpolated feature space trajectories for three-dimensional object recognition [J]. *Opt. Engng.*, 2000, **39**(5):1260~1266
- 19 Kong Bing, Wang Zhao, Tan Yushan. Algorithm of laser spot detection based on circle fitting [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2002, **31**(3):275~279
- 20 孔 兵,王 昭,谭玉山. 基于圆拟合的激光光斑中心检测算法[J]. 红外与激光工程, 2002, **31**(3):275~279