

文章编号: 0258-7025(2006)12-1675-05

# 激光相位调制法布里-珀罗腔精细度法 测定反射率

鲁红刚, 蒋燕义\*, 毕志毅

(华东师范大学物理系光谱学与波谱学教育部重点实验室, 上海 200062)

**摘要** 谐振腔精细度法是通过测量光学谐振腔透射谱线宽度来实现对光学反射镜反射率的测定。由于此谱线宽度数值通常在射频范围, 采用光谱仪难以精确测量, 而在谐振腔精细度方法的基础上引入激光相位调制技术, 提出激光相位调制法布里-珀罗(F-P)腔精细度法测定反射率。利用电光调制器对激光进行射频相位调制, 以产生的调制边带与激光载波的频率间隔作为“射频标尺”, 精确测量了法布里-珀罗腔透射光谱的谱线宽度。利用腔精细度与腔透射光谱的谱线宽度及反射率的关系公式, 获得了反射镜的反射率, 测量精度可达到  $10^{-4}$ 。

**关键词** 测量; 激光相位调制; 光学谐振腔; 腔精细度; 反射率

中图分类号 O 433.1 文献标识码 A

## Measurement of Reflectivity of Optical Mirrors Using Laser Phase Modulation and Fineness of Fabry-Perot Cavity

LU Hong-gang, JIANG Yan-yi, BI Zhi-yi

(Key Laboratory of Optical and Magnetic Resonance Spectroscopy, Ministry of Education, Department of Physics, East China Normal University, Shanghai 200062, China)

**Abstract** The reflectivity of optical mirrors can be obtained by measuring linewidth of transmission spectrum of optical cavity and the fineness of Fabry-Perot (F-P) cavity. It is difficult for a spectrometer to measure the linewidth accurately due to its limited resolution. In this paper, laser phase modulation is introduced on the basis of fineness of F-P cavity, and laser phase modulation and fineness of F-P are proposed for measuring the reflectivity of optical mirrors. The frequency interval between the carrier and one sideband generated by electro-optical modulation is used as a radio frequency ruler to precisely measure the linewidth. Thus the reflectivity of mirrors is obtained with uncertainty reaching the level of  $10^{-4}$  by the relation of fineness of cavity, spectral linewidth and reflectivity of mirrors.

**Key words** measurement; laser phase modulation; optical cavity; fineness of cavity; reflectivity

### 1 引言

精确测定光学反射镜的反射率对于改进镀膜工艺、提高膜层质量具有重要意义。随着激光技术的发展, 反射率的测定方法不断发展和改进, 测量精度也不断提高。常见的反射率测定方法从原理上可以

分为两大类: 第一类是单、多次反射法, 该方法原理简单, 适合测量中低反射率。单次反射法是以待测镜片对激光反射一次, 利用入射光强  $I_0$  和透射光强  $I'_1$  的差值与  $I_0$  的比值获得反射率, 或者利用反射光强  $I''_1$  和入射光强  $I_0$  的比值获得反射率。后者受光源

收稿日期: 2006-04-10; 收到修改稿日期: 2006-06-20

基金项目: 国家自然科学基金(60490280)和上海市科学技术委员会(04JC14086, 04DZ14009)资助项目。

作者简介: 鲁红刚(1979—), 男, 山东烟台人, 华东师范大学硕士研究生, 主要从事精密激光光谱方面的研究。E-mail: luhonggang@eyou.com

导师简介: 毕志毅(1956—), 男, 上海人, 华东师范大学教授, 博士生导师, 目前研究方向为精密激光光谱及激光稳频技术。E-mail: zybi@phy.ecnu.edu.cn

\* 通信联系人。E-mail: yjjiang@phy.ecnu.edu.cn

功率起伏影响较大,而前者没有考虑介质膜层对激光的吸收和散射,因此该方法测量反射率的精度有限。多次反射法是以待测镜片对激光反射  $k(k > 1)$  次,反射光强  $I_k''$  和入射光强  $I_0$  比值的  $k$  次方根获得反射率。多次反射法比单次反射法测量精度高<sup>[1]</sup>,但是待测镜片对激光的反射次数受到待测镜片曲率半径的制约。第二类是基于光学谐振腔特性测定反射率的方法,主要有谐振腔精细度法和腔衰荡法。前者由于无法精确测定谱线的宽度,使反射率的测量精度不高<sup>[2]</sup>。后者是通过测量激光脉冲在法布里-珀罗(F-P)腔中的衰荡时间计算反射率,当腔镜反射率较低时,激光脉冲在腔内的衰荡时间极短,检测系统的响应时间对激光脉冲衰荡时间的测量精度影响大<sup>[3]</sup>,反射率测量精度低,所以此法更适合测定超高反射率。而且理论上反射率越高,激光脉冲衰荡时间越长,测得的反射率越精确<sup>[4]</sup>。对于反射率为  $R = 0.998$  的腔镜,测量精度为  $2 \times 10^{-4}$ <sup>[5]</sup>;对于反射率  $R \geq 0.99990$  的腔镜,测量精度优于  $2 \times 10^{-6}$ <sup>[6]</sup>。

本文在谐振腔精细度法的基础上,提出采用激光相位射频调制产生的边带与载波的频率间隔作为“射频标尺”,精确测量法布里-珀罗腔谐振透射谱线的半峰全宽,从而实现对光学镜片反射率的高精度测量。

## 2 基本原理

设单频激光经过电光相位调制的光场可表达为

$$E(t) = E_0 \cdot e^{i[\omega t + \phi(t)]} + c. c.,$$

$$\phi(t) = M \cdot \sin(\omega_m \cdot t), \quad (1)$$

式中  $E_0$  为未调制激光的电场振幅,  $\omega$  为激光频率,  $\omega_m$  为调制频率,  $M$  为调制度。将(1)式按贝塞耳函数展开为

$$E(t) = E_0 \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} J_n(M) \exp[i(\omega + n\omega_m)t] + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_n(M) \exp[i(\omega - n\omega_m)t] \right\} + c. c., \quad (2)$$

式中  $J_n(M)$  为  $n$  阶贝塞耳函数。当  $M \leq 0.9$  时,两阶及两阶以上调制边带与载波的幅度比小于 1.4%, (2) 式可以只考虑一阶贝塞耳函数项(一阶调制边带)。因此

$$E(t) = E_0 \{ J_0(M) \exp(i\omega t) + J_1(M) \exp[i(\omega + \omega_m)t] - J_1(M) \exp[i(\omega - \omega_m)t] \} + c. c., \quad (3)$$

式中  $J_0(M)$ ,  $J_1(M)$  分别为零阶和一阶贝塞耳函数。可见,相位调制光包括一个频率为  $\omega$  的载波和频率分别为  $\omega + \omega_m$  和  $\omega - \omega_m$  且幅度相等、相位相反的正负一阶边带。如图 1 所示。

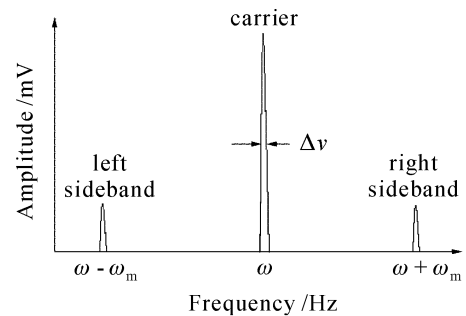


图 1 激光经电光相位调制后的载波及边带射频频谱分布  
Fig. 1 Spectra of carrier and sidebands generated by laser phase modulation

相位调制后的激光入射至法布里-珀罗腔,通过对法布里-珀罗腔长度的线性扫描,当相位调制激光场的频率满足法布里-珀罗腔谐振条件时,该频率的激光在光学谐振腔内共振增强,光电探测器检测法布里-珀罗腔的透射光谱信号,此信号经 A/D 采样转换得到的数据依次存入计算机。因采用高压锯齿波对法布里-珀罗腔的长度线性扫描,采样点数与法布里-珀罗腔透射光谱的频谱范围成正比。

利用载波线宽  $\Delta\nu$  与相位调制频率  $\omega_m$  的比值等于两者分别对应的数据采样点数  $A$  和  $B$  的比值,即

$$\frac{\Delta\nu}{\omega_m} = \frac{A}{B}, \text{ 可确定载波线宽}$$

$$\Delta\nu = (A \cdot \omega_m) / B, \quad (4)$$

激光相位调制射频驱动信号是由晶振提供的,其振荡频率稳定度不低于  $10^{-6}$ , 因而以激光相位调制边带和载波的频率间隔作为精密的“射频标尺”,可以精确测量法布里-珀罗腔透射光谱线宽  $\Delta\nu$ 。

法布里-珀罗腔精细度  $F$  包括反射率精细度  $F_r$ , 平整度精细度  $F_s$  和平行度精细度  $F_p$ 。其关系为

$$F = (F_r^{-2} + F_s^{-2} + F_p^{-2})^{-1/2}, \quad (5)$$

其中,反射率精细度  $F_r$  与腔镜的反射率  $R$  有关

$$F_r = \pi \cdot \frac{\sqrt{R}}{1-R}, \quad (6)$$

在通常情况下,可以忽略平整度精细度、平行度精细度和空气对激光的吸收,则  $F \approx F_r$ 。而法布里-珀罗腔的精细度  $F$ , 自由光谱区  $\Delta\nu_q$  和透射光谱线宽  $\Delta\nu$  的关系为

$$F = \Delta\nu_q / \Delta\nu, \quad (7)$$

法布里-珀罗腔的自由光谱区为

$$\Delta\nu_q = \frac{c}{2 \cdot n_0 \cdot L}, \quad (8)$$

式中  $c$  为光速 ( $3 \times 10^8$  m/s),  $n_0$  为空气的折射率。利用(4)~(8)式可求出待测镜片的反射率。

考虑到待测光学反射镜的反射率  $R$  在 0.990~0.999 的范围, 通过理论计算得知法布里-珀罗腔透射光谱线宽在  $5 \times 10^4 \sim 5 \times 10^5$  Hz 的范围; 为了保证激光相位调制边带与载波可分辨且比例测量尺度合适, 选取调制频率为待测线宽的 10 倍左右, 所以实验采用 5 MHz 的调制频率。

### 3 实验装置

实验装置如图 2 所示, He-Ne 激光器输出激光经声光调制器(AOM)射频调制后, 一级衍射光经电光调制器(EOM)及透镜  $M$  入射到法布里-珀罗腔, 压电陶瓷(PZT)在高压电源驱动下线性扫描法布里-珀罗腔的长度, 光电探测器测得法布里-珀罗腔透射光谱信号, 经 A/D 采样转换后的数据由计算机存储。其中 AOM 作光隔离器, EOM 对激光进行相位调制, 透镜  $M$  的作用是使激光与法布里-珀罗腔高斯光束模式匹配, 两片相同的待测反射镜  $M_1, M_2$  构成法布里-珀罗腔, 其中,  $M_2$  固定在压电陶瓷上。

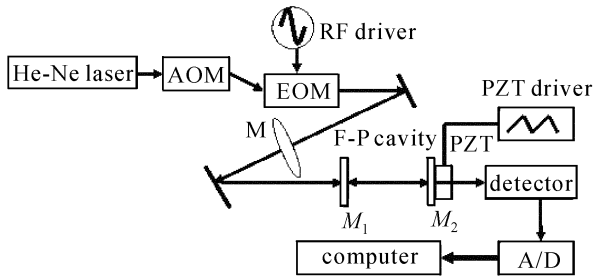


图 2 实验装置

Fig. 2 Experimental setup

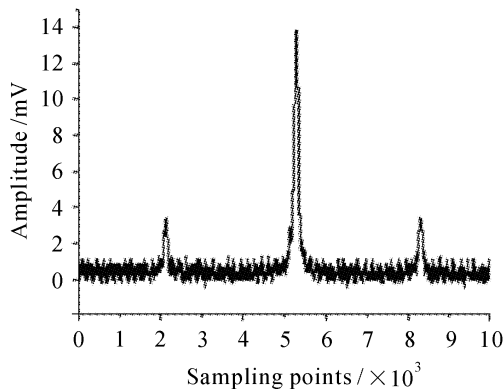


图 3 激光相位调制法布里-珀罗腔的透射光谱

Fig. 3 Transmission spectrum of F-P cavity by phase modulation

实验测得的激光相位调制法布里-珀罗腔透射光谱如图 3 所示, 横坐标为光谱信号 A/D 卡采样点数, 纵坐标为透射光谱信号幅度。其中载波线宽对应的光谱数据采样点数  $A$  为载波光谱信号幅度值大于峰值 1/2 的部分, 相位调制频率对应的光谱数据采样点数  $B$  等于载波最大值与边带最大值间对应的采样点数。

### 4 精确测量及实验结果

法布里-珀罗腔长度的测量精度影响法布里-珀罗腔自由光谱区的计算数值, 进而影响对反射率的测量精度, 因此对腔长的精确测量很重要。通过光谱方法可以精确地测量腔长  $L$ 。利用 5 MHz 相位调制产生的调制边带作为“射频标尺”来测量法布里-珀罗腔透射光谱中的基模  $TEM_{00q}$  和与其相邻高阶模  $TEM_{mnq}$  的频率间隔, 可以精确获得腔长。

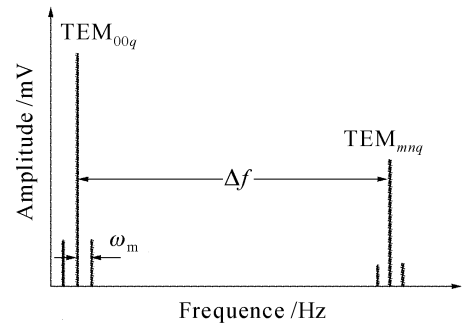


图 4 基模和高阶模的频率分布

Fig. 4 Frequency distribution of  $TEM_{00q}$  and  $TEM_{mnq}$

如图 4, 设基模和相邻高阶模的频率间隔为  $\Delta f$ , 对应的数据采样点数为  $D$ ; 边带和载波的频率间隔为调制频率  $\omega_m$ , 对应的数据采样点数为  $C$ , 则有关系式

$$\frac{\omega_m}{\Delta f} = \frac{C}{D}, \quad (9)$$

由(9)式可得基模和高阶模的频率间隔  $\Delta f$ 。

由实验数据得到法布里-珀罗腔透射光谱如图 5 所示。  $D$  等于基模的最大值和与其相邻高阶模的最大值之间的数据采样点数;  $C$  等于载波最大值与边带最大值之间的数据采样点数。将  $C, D$  的值及调制频率代入(9)式, 可求出高阶模和基模的频率间隔  $\Delta f$ 。

圆形孔径稳定球面腔  $TEM_{mnq}$  模的谐振频率为<sup>[7]</sup>

$$\nu_{mnq} = \frac{c}{2n_0L} \left[ q + \frac{1}{\pi} (m + 2n + 1) \arccos \sqrt{g_1 \cdot g_2} \right], \quad (10)$$

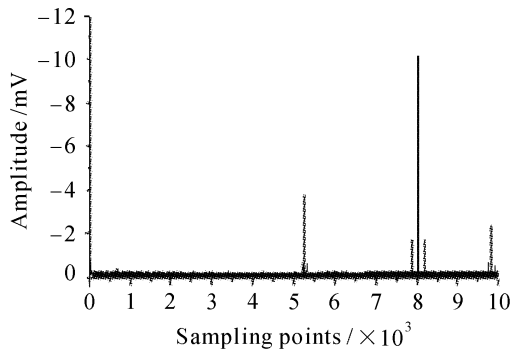


图 5 激光相位调制法布里-珀罗腔模式分布

Fig. 5 Mode distribution of F-P cavity by laser phase modulation

其中  $m, n, q$  为整数,

$$g_1 = 1 - \frac{L}{R_1}, \quad g_2 = 1 - \frac{L}{R_2}, \quad (11)$$

$R_1, R_2$  分别为两腔镜  $M_1, M_2$  的曲率半径。使用直尺测量腔长约为 0.420 m。根据 (10) 式计算腔长为 0.420 m 的法布里-珀罗腔的模式分布如图 6。

将实验测得的基模与相邻高阶模的频率间隔值  $\Delta f$  与图 6 中模式分布进行拟合, 可确定高阶模的模式。根据高阶模的模式利用 (10) 式可列出基模和相

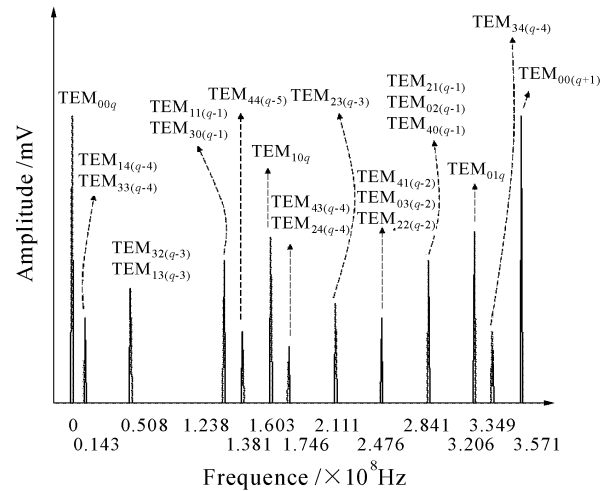


图 6 腔长为 0.420 m 的法布里-珀罗腔的模式分布

Fig. 6 Modes distribution of F-P cavity which is 0.420 m long

邻高阶模的频率间隔值, 并代入  $\Delta f$  值可算出腔长, 如表 1 所示。由两个不同的高阶模和基模的频率间隔计算得到法布里-珀罗腔的长度为 0.421 m。将腔长及谱线宽度等数值代入 (4)~(8) 式, 经计算获得反射率, 测试结果如表 2 所示。

表 1 实验测试数据及腔长测量值

Table 1 Experimental data and length of cavity

	$C$	$D$	$\Delta f / \text{MHz}$	$\text{TEM}_{mnq}$	$L / \text{m}$
1	175	1808	51.66	$\text{TEM}_{32(q-3)}$ or $\text{TEM}_{13(q-3)}$	0.420
2	138	2778	100.7	$\text{TEM}_{03(q-2)}$ or $\text{TEM}_{22(q-2)}$ or $\text{TEM}_{41(q-2)}$	0.422
Average / m					$0.421 \pm 0.001$

表 2 实验测试数据及反射率测量值

Table 2 Experimental data and value of reflectivity

	$A$	$B$	$\Delta \nu / \text{kHz}$	$F$	$R$
1	118	3166	185.6	1920	0.9984
2	127	3245	195.7	1820	0.9983
3	134	3698	181.2	1966	0.9984
4	123	3121	197.0	1809	0.9983
Average					$0.9984 \pm 0.0001$

## 5 讨 论

反射率测量精度主要受 A/D 采集卡的性能、腔振动及激光频率不稳定性的影响、空气对激光吸收、激光线宽的因素影响。

### 5.1 A/D 采集卡的性能

采样卡的阶梯电平决定了光谱信号的测量误

差。实验采用的 A/D 采集卡的核心是一片 12 位模-数转换电路, 存储深度为  $10^4$  点, 采样频率最高为 10 MHz, 最大采样电压为 450 mV, 阶梯电平为 0.11 mV, 模-数转换误差不大于 0.055 mV。

由于采样系统模-数转换过程存在量化误差, 使对载波峰值的测量值与实际值存在偏差, 可能导致测得的法布里-珀罗腔透射光谱线宽增宽, 由此使反射率计算值比真实值低。为了计算载波峰值测量不准可能引入的最大反射率测量误差, 取第一组实验谱线, 将载波谱线峰值修正 0.11 mV, 求得载波半高度全宽, 进而求得反射率。将该反射率值与载波谱线峰值未经修正时的反射率比较, 得到由载波峰值测量不准确引入的最大反射率误差为  $5 \times 10^{-6}$ 。

由于采样点也不一定能恰好采到载波半高度的电平样点, 只能用与载波半高度值相近的两个采样点一次线性拟合求得, 所以载波半高度电平的最大

误差为0.055 mV,为了得到由此引入的最大反射率测量误差,将载波半高度电平修正0.055 mV,求得待测镜片的反射率并与载波谱线半高度值未经修正时的反射率比较,得到由载波半高度测量偏差可能引入的最大反射率误差为 $5 \times 10^{-6}$ 。若两种误差同时存在,可以综合考虑将载波谱线峰值修正0.22 mV,计算得到载波半高度线宽测量不准引入的最大反射率误差为 $9 \times 10^{-5}$ 。

## 5.2 腔振动及激光频率不稳定性的影响

腔振动及激光频率不稳定性使法布里-珀罗腔扫描获得的激光相位调制光场透射光谱与频率对应呈非线性失真。实验采用大理石结构的法布里-珀罗腔能够有效克服环境振动对法布里-珀罗腔的影响,而激光频率受环境影响呈现频率慢漂移,适当提高法布里-珀罗腔锯齿波扫描频率可克服激光频率漂移对光谱信号的影响。

## 5.3 空气对激光的吸收

理论推导法布里-珀罗腔透射总光强为

$$I = I_0 \times \frac{1}{\left[ 1 + 4 \times \frac{R \times e^{-\alpha L}}{(1 - R \times e^{-\alpha L})^2} \times \sin^2(\phi/2) \right]}, \quad (12)$$

设载波峰值处的相位为零, $\phi$ 为激光在腔中传播一段距离后的相对相位差。不考虑空气吸收计算得到的反射率为 $R_0(\phi_0)|_{\alpha=0} = 0.9984$ ,其中 $\phi_0$ 为不考虑空气吸收时用相位表示的载波半高度半线宽,利用(12)式及 $R_0(\phi_0)|_{\alpha=0}$ 可求得 $\phi_0 = 0.0016$ 。光在空气中的吸收系数 $\alpha = 0.00001 \text{ cm}^{-1}$ [8]。设考虑空气吸收时的反射率为 $R_1(\phi_1)|_{\alpha=0.001}$ ,其中 $\phi_1$ 为考虑空气吸收时用相位表示的载波半高度半线宽。 $\phi_1$ 近似等于 $\phi_0$ ,则

$$R_1(\phi_1)|_{\alpha=0.001} \approx R_1(\phi_0)|_{\alpha=0.001} = 0.9988,$$

则空气吸收激光引入的理论误差近似为 $\Delta R(\phi) \approx R_1(\phi_0)|_{\alpha=0.001} - R_0(\phi_0)|_{\alpha=0} = 0.0004$ 。

当待测镜片的反射率 $R$ 在 $0.99 \sim 1$ 范围内时,若法布里-珀罗腔内抽真空使吸收系数 $\alpha$ 每降低1个数量级,则由空气吸收激光引入的反射率误差将降低1个数量级。

## 5.4 激光线宽的影响

激光线宽将使法布里-珀罗腔透射光谱线宽增宽而影响反射率值的测量精度。理论计算知当待测镜片的反射率大于99.9%时,必须采用稳频激光器

使激光线宽小于10 kHz,则反射率的测量精度可达到 $10^{-4}$ 。

## 6 结 论

激光相位调制法布里-珀罗腔精细度法通过引入激光相位调制技术,利用激光相位调制产生的调制边带作为“射频标尺”对法布里-珀罗腔透射光谱半峰全线宽精确测量,实现了对光学反射镜反射率的精确测量,测量精度可以达到 $10^{-4}$ 。此方法基于谐振腔的精细度测定反射率,不受介质膜对激光的吸收、散射以及光源功率起伏的影响,因此与其他常见的测量反射率方法相比,该方法对中高反射率的测量有明显优势。

## 参 考 文 献

- 1 Yi Hengyu, Lü Baida. The advance of technique of reflectivity measurement [J]. *Laser Technology*, 2004, **28**(5):459~462  
易亨瑜,吕百达. 反射率测量技术研究的进展[J]. *激光技术*, 2004, **28**(5):459~462
- 2 Wei Renxuan, Jiang Desheng. Study on interferometry for reflectivity of multilayer transparent films [J]. *Chin. J. Scientific Instrument*, 2004, **25**(6):763~765  
魏仁选,姜德生. 干涉法测量多层透明膜系反射率[J]. *仪器仪表学报*, 2004, **25**(6):763~765
- 3 Yi Hengyu, Lü Baida, Zhang Kai *et al.*. Influence of detector responsibility on its metrical result of ring-down cavity [J]. *Chinese J. Lasers*, 2005, **32**(7):997~1000  
易亨瑜,吕百达,张凯等. 探测器响应特性对光腔衰荡法测量结果的影响[J]. *中国激光*, 2005, **32**(7):997~1000
- 4 Sun Fuge, Dan Dongxu, Xie Jinchun *et al.*. Accurate reflectivity measurement of high reflective mirrors via cavity ring-down method [J]. *Chinese J. Lasers*, 1999, **A26**(1):35~38  
孙福革,戴东旭,解金春等. 用光腔衰荡光谱方法精确测量高反射镜的反射率[J]. *中国激光*, 1999, **A26**(1):35~38
- 5 Gao Lifeng, Xiong Shengming, Li Bincheng *et al.*. The research of high reflectivity of measurement by cavity ring-down spectroscopy [J]. *Opt. Instruments*, 2005, **27**(3):78~81  
高丽峰,熊胜明,李斌成等. 用光腔衰荡法测量高反射率的重复测试[J]. *光学仪器*, 2005, **27**(3):78~81
- 6 Jiang Yue, Chen Jiansong. The method for measuring reflectivity of ultra low-loss mirror coatings [J]. *Applied Laser*, 1996, **16**(3):126~128  
蒋跃,陈建松. 极低损耗膜片反射率的一种测量方法[J]. *应用激光*, 1996, **16**(3):126~128
- 7 Zhou Bingkun, Gao Yizhi, Chen Tirong *et al.*. *Laser Principle* [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2001. 67~68  
周炳琨,高以智,陈倜嵘等. *激光原理*[M]. 北京:国防工业出版社,2001. 67~68
- 8 Yao Qijun. *Optics Tutorial* [M]. Beijing: High Education Press, 1989. 401~402  
姚启钧. *光学教程*[M]. 北京:高等教育出版社,1989. 410~411