

文章编号: 0258-7025(2006)11-1517-05

结构参量对脉冲高斯光束布拉格衍射特性的影响

闫爱民, 刘德安, 周 煜, 栾 竹, 刘立人

(中国科学院上海光学精密机械研究所信息光学实验室, 上海 201800)

摘要 利用二维耦合波理论,研究了体光栅对时间和空间都为高斯型分布的脉冲激光光束的衍射性质,得到了衍射和透射光振幅的解析表达式。讨论了体光栅的结构参量对衍射光束的空间和频谱强度分布以及衍射效率的影响。结果表明,体光栅的波长选择带宽和衍射光束带宽随着结构参量的增大而增大,衍射效率随着入射脉冲时间宽度的增大而增大,并趋于定值,结构参量值越小,达到饱和的速度越慢,饱和值越大。

关键词 衍射与光栅;布拉格衍射;耦合波理论;脉冲高斯光束;体光栅

中图分类号 O438.1 **文献标识码** A

Influences of Geometry Parameter on the Bragg Diffraction by Volume Gratings of a Pulsed Gaussian Beam

YAN Ai-min, LIU De-an, ZHOU Yu, LUAN Zhu, LIU Li-ren

(Information Optics Laboratory, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China)

Abstract The diffraction properties of a volume grating for a pulsed laser beam with Gaussian-profile both in time and space domain are studied, using two-dimensional (2D) coupled-wave theory. Analytical expressions for the spatial and spectral profiles of the transmitted and diffracted beams are obtained. The influences of geometry parameter on the Bragg diffraction properties and the diffraction efficiency of the pulsed Gaussian beam are discussed. It is shown that the Bragg selectivity bandwidth and the diffraction bandwidth of volume gratings are broadened when geometry parameter g increases. The diffraction efficiency increases when pulse duration increases and trends to a saturated value, the smaller the geometry parameter g is, the slower the saturating velocity is, and the larger the saturation value is.

Key words diffraction and gratings; Bragg diffraction; coupled wave theory; pulsed Gaussian beam; volume gratings

1 引 言

体光栅在集成光学、全息学、声光学、波谱学中有着广泛的应用,如可以用作激光反馈器、光束偏转器、波分复用器等光学元件^[1]。体光栅的衍射行为与照射光栅的读出光束类型密切相关。H. Kogelnik^[2]建立的耦合波理论模型是基于无限大平面波的模型。M. G. Moharam 等^[3], P. Boffi 等^[4]对有限宽度高斯光束的体光栅衍射进行了理论和实

验研究。R. S. Chu 等^[5]分析了周期调制层状介质对高斯光束及任意波形光束的衍射特性。但是,所有这些分析都是基于连续光而不是超短脉冲激光光束。

近年来,由于脉冲激光在物理、化学和生物等领域的广泛应用,使得激光脉冲与物质相互作用的研究受到人们很大的关注。超短脉冲激光包含有丰富的频谱成分,而体光栅的布拉格波长选择性又限制

收稿日期:2006-04-21;收到修改稿日期:2006-05-22

基金项目:国家自然科学基金(60177106)和国家科学技术部(2002CCA03500)资助项目。

作者简介:闫爱民(1976—),女,山东人,中国科学院上海光学精密机械研究所助理研究员,博士,主要从事衍射光学及激光通信等方面的研究。E-mail: yanaimin@mail.siom.ac.cn

了入射脉冲光中能被衍射的频谱成分。X. Yan 等^[6]研究了超短脉冲光通过稳态光折变光栅的衍射频谱分布、衍射效率以及时间变化的性质。Y. Ding 等^[7]在理论和实验上研究了飞秒脉冲激光照明光折变体全息光栅的带宽特性。然而,这些分析中超短脉冲激光只是频域或者时域变量的函数,没有考虑脉冲光束的空间分布。为此,本文对空间和时间域都为高斯型分布的脉冲高斯光束照明体光栅的布拉格衍射特性进行了研究,讨论了光栅的结构参量对衍射光束的空间和频谱强度分布以及衍射效率的影响。

2 理论模型

采用的体光栅结构如图 1 所示。该体光栅在 xy 面内无限大,光栅调制区域 $0 < z < d$ 的折射率为

$$n = n_0 + n_1 \cos(\mathbf{K}x), \quad n_1 \ll n_0 \quad (1)$$

其中 \mathbf{K} 为光栅矢量的大小,且 $\mathbf{K} = 2\pi/\Lambda$, Λ 为光栅间距; n_0 和 n 分别为光栅外均匀介质和光栅介质的折射系数, n_1 为折射率调制度。

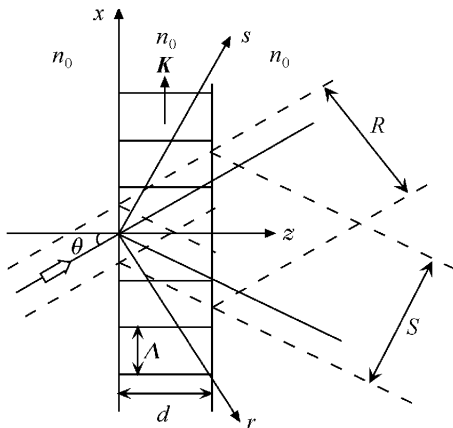


图 1 体光栅的基本结构

Fig. 1 Configuration of volume gratings

一束偏振方向垂直于入射面的脉冲激光光束照射体光栅,该激光光束在空间和时间上都是高斯型的,即

$$E_0(r, t) = \exp\left(-i\omega_0 t - \frac{t^2}{T^2} - \frac{r^2}{w^2}\right), \quad (2)$$

其中 $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$ 为脉冲光束的中心频率, c 为真空中光速, λ_0 为脉冲光束的中心波长; w 为高斯光束的束腰半径; $T = \frac{\tau}{\sqrt{2\ln 2}}$, τ 为时域脉冲强度的半峰全

宽。入射脉冲光的频谱分布为

$$\widetilde{F}(\omega) = \sqrt{\pi} T \exp\left[-\frac{T^2(\omega - \omega_0)^2}{4}\right], \quad (3)$$

式中 $\omega = 2\pi c/\lambda$ 为入射波长 λ 对应的角频率。

由于激光的发散角很小,假设脉冲光的所有频率成分都以中心频率 ω_0 对应的布拉格角 θ 入射,忽略高斯光束的相位畸变,光栅内的总光场写为

$$E(x, z, \omega) = R'(x, z, \omega) \exp(-j\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r}) + S'(x, z, \omega) \exp(-j\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}), \quad (4)$$

其中 $\mathbf{k}_r = \beta(\sin\theta, 0, \cos\theta)$, $\mathbf{k}_s = \beta(\sin\theta - K/\beta, 0, \cos\theta)$, 并且满足 $\mathbf{k}_s = \mathbf{k}_r - \mathbf{K}$, $\beta = 2\pi n/\lambda$ 。

将(4)式和(1)式代入波动方程,假设读出光 R' 和衍射光 S' 是缓慢变化的函数,忽略它们的二阶导数,并且只保留 0 级和 -1 级布拉格衍射项,经计算可得耦合波方程

$$\cos\theta \frac{\partial R'(x, z, \omega)}{\partial z} + \sin\theta \frac{\partial R'(x, z, \omega)}{\partial x} + j\kappa S'(x, z, \omega) = 0, \quad (5)$$

$$\cos\theta \frac{\partial S'(x, z, \omega)}{\partial z} + (\chi - \sin\theta) \frac{\partial S'(x, z, \omega)}{\partial x} + j\vartheta S'(x, z, \omega) + j\kappa R'(x, z, \omega) = 0, \quad (6)$$

其中 $\kappa = \pi n_1/\lambda$ 为耦合系数, χ 和 ϑ 都为布拉格偏移参量, $\chi = (2\beta\sin\theta - K)/\beta$, $\vartheta = \chi K/2$ 。

按照 Moharam 等^[3]的方法,引入新的 rs 坐标系,且 $r = z\sin\theta - x\cos\theta$, $s = -(\chi - \sin\theta)z + x\cos\theta$ 。则 $R'(x, z, \omega)$ 和 $S'(x, z, \omega)$ 可记为 $R(r, s, \omega)$ 和 $S(r, s, \omega)$, 耦合波方程(5)和(6)相应地变为

$$\frac{\partial R_c(r, s, \omega)}{\partial s} + j\kappa' S_c(r, s, \omega) = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial S_c(r, s, \omega)}{\partial r} + j\kappa' R_c(r, s, \omega) = 0, \quad (8)$$

式中 $\kappa' = \frac{\kappa}{\cos\theta(2\sin\theta - \chi)}$, $S_c(r, s, \omega) = S(r, s, \omega) \times \exp(j\vartheta' r)$, $R_c(r, s, \omega) = R(r, s, \omega) \exp(j\vartheta' r)$, $\vartheta' = \frac{\vartheta}{\cos\theta(2\sin\theta - \chi)}$ 。将(7)式代入(8)式,耦合波方程可以改写为

$$\frac{\partial^2 S_c}{\partial r \partial s} + \kappa'^2 S_c = 0, \quad (9)$$

(9)式双曲型二阶线性偏微分方程在一定的边界条件下可用黎曼方法^[8]求解。图 1 中的体光栅的边界条件为,在入射面 $z = 0$, 即 $r = f(r) = -s$ 上

$$S_c(r, s, \omega) = 0, \quad \frac{\partial S_c}{\partial r} = -j\kappa' R[r, f(r), \omega] e^{j\vartheta' r}, \quad (10)$$

于是,在出射面上,衍射光的振幅分布表示为

$$S(s', \omega) = -j\gamma \frac{\sin\theta}{2\sin\theta - \chi} \tilde{F}(\omega) e^{-j\xi} \times \int_{-1}^{r_A} \exp\{-[g(1-u - \frac{\chi}{\sin\theta}) - s']^2\} e^{-j\xi u} J_0 \left[\frac{2\gamma\sin\theta}{2\sin\theta - \chi} \sqrt{(1-u^2) - \frac{\chi(1+u)}{\sin\theta}} \right] du, \quad (11)$$

将(11)式代入(8)式可得透射振幅在出射面上的分布为

$$R(r', \omega) = \exp(-r'^2) \tilde{F}(\omega) \left\{ 1 - \frac{\gamma\sin\theta}{2\sin\theta - \chi} e^{-j\xi} \times \int_{-1}^{r_A} \exp\{-[g(1-u - \frac{\chi}{\sin\theta})]^2\} e^{j\xi u} \sqrt{\frac{(1+u)\sin\theta}{(1-u)\sin\theta - \chi}} J_1 \left[\frac{2\gamma\sin\theta}{2\sin\theta - \chi} \sqrt{(1-u^2) - \frac{\chi(1+u)}{\sin\theta}} \right] du \right\}, \quad (12)$$

式中 $\gamma = \frac{\kappa d}{\cos\theta} = \frac{\pi n_1 d}{\lambda \cos\theta}$ 为耦合强度, $g = d\sin\theta/\omega$ 为结构参量, $r' = r/\omega, s' = s/\omega, \xi = \mathcal{D}'d\sin\theta, r_A = \frac{\sin\theta - \chi}{\sin\theta}$, J_0 和 J_1 分别为零阶和一阶贝塞耳函数。

定义体光栅对脉冲高斯光束衍射的衍射效率为所有频率的衍射光波的能量与所有频率的透射光波的能量和衍射光波的能量之和的比值, 即

$$\eta = P_d / (P_d + P_t), \quad (13)$$

其中 $P_d = Z^{-1} \iint S(s', \omega) S^*(s', \omega) ds' d\omega,$

$P_t = Z^{-1} \iint R(r', \omega) R^*(r', \omega) dr' d\omega.$

3 模拟计算和讨论

3.1 体光栅的布拉格选择带宽

由衍射光束在出射面上的振幅分布可知, 每一个入射频率都对应一个衍射效率值, 因此单频入射光的衍射效率定义为

$$\eta_\lambda(\omega) = \frac{\iint S(s', \omega) S^*(s', \omega) ds'}{\iint S(s', \omega) S^*(s', \omega) ds' + \iint R(r', \omega) R^*(r', \omega) dr'} \quad (14)$$

用类似于文献[7]的方法, 可求得 n_λ 降低为其峰值一半时波长的变化范围, 定义体光栅对脉冲高斯光束衍射的布拉格选择带宽为

$$\Delta\lambda_G = 2\Delta\lambda \approx \frac{4 \bar{\xi} \Delta^2 \cos\theta n(\omega_0)}{\pi d} \frac{v_g}{v_p}, \quad (15)$$

其中 $\Delta\lambda = |\lambda - \lambda_0|, v_p = \frac{c}{n(\omega_0)}$ 为相速度, $v_g =$

$\frac{c}{n(\omega_0) - \lambda_0 \frac{dn}{d\lambda} \Big|_{\lambda_0}}$ 为群速度。 $\bar{\xi}$ 为耦合强度 γ 做较小

改变时, 归一化单频衍射效率 η_λ/η_0 降低为其峰值一半时 ξ 的近似值。

由(15)式可以看出, 脉冲高斯光束读出体光栅

时的布拉格选择性除了与光栅结构参量(光栅周期、光栅厚度等)、介质色散效应和入射角等因素有关外, 还与高斯光束的束腰半径或者光栅结构参量 g 密切相关, 原因是当 g 取不同值时 $\bar{\xi}$ 值不同。这是空间有限宽度和无限宽度超短脉冲高斯光束读出体光栅的根本区别。图 2 给出了光栅结构参量 g 分别取 $\ll 1, 1, 3$, 中心频率对应的光栅耦合强度 $\gamma_0 = \frac{\pi n_1 d}{\lambda_0 \cos\theta}$ 取 $\pi/4, \pi/2, 3\pi/4$ 时, η_λ/η_0 随着布拉格偏移参量 ξ 变化的三组曲线。由图 2 可以看出, 当 $g \ll 1$ 时, 单频衍射效率 η_λ 的变化行为和 Kogelnik 理论相同。然而, 当 g 值增大时, 体光栅的布拉格选择性减弱, 于是 $\bar{\xi}$ 增大, 相应地体光栅的布拉格衍射带宽也增大。因此, 可以通过适当选取光栅结构参量 g 的大小, 或者在光栅厚度 d 和中心波长的布拉格入射角 θ 固定时可适当选取高斯光束束腰半径 ω 的值, 来确定合适的体光栅布拉格衍射带宽, 这在超短脉冲高斯光束整形方面有着重要的意义。

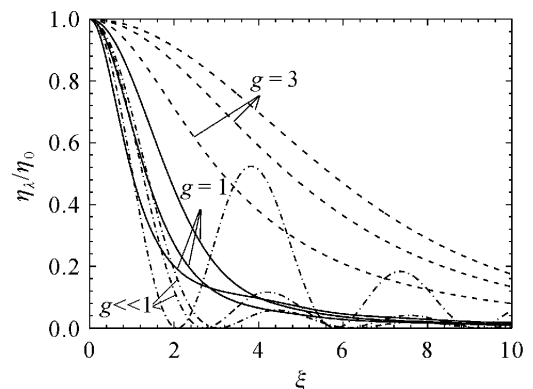


图 2 不同光栅结构参量 g 下, 归一化单频衍射效率随 ξ 的变化曲线

Fig. 2 Normalized diffraction efficiency as a function of ξ with different geometry parameter g

3.2 衍射光束的空间及频谱分布

本文的计算满足: 高斯光束的束腰半径 ω 比读出中心波长长; 在光栅区高斯光束的相位畸变可以

忽略;体光栅的 Q 参量, $Q = 2\pi d\lambda_0/\Lambda^2 n_0 \gg 1$ 。这里选取脉冲高斯光束的中心波长 λ_0 为 $1.55 \mu\text{m}$ 。以 LiNbO_3 晶体为记录介质,它对读出光存在色散时的背景折射率 $n^2(\lambda) = a_0 + \frac{a_1}{\lambda^2 - a_2} - a_3\lambda^{2[9]}$, 对于 LiNbO_3 晶体,在 $T = 293 \text{ K}$ 下, Li 与 Nb 的摩尔比为 0.946 时, $a_0 = 4.9048, a_1 = 0.117680, a_3 = 0.047500, a_4 = 0.027169$ (λ 以 μm 为单位)。

对于脉冲高斯光束入射体光栅,经计算发现光栅结构参量 g 对衍射光束的空间和频域分布有着重要的影响。图 3 为入射脉冲时间宽度 $\tau = 200 \text{ fs}$, $\gamma_0 = \pi/4$, 脉冲高斯光束在结构参量 g 分别为 $\ll 1, 1, 3$ 时,衍射光束的空间和频谱的相对强度分布。图 3 表明对于不同的 g 值,衍射光束的空间分布不同。当 $g \ll 1$ 时,衍射光束的空间分布仍保持高斯型,即衍射光束的空间波形失真度小。当结构参量值增大时,其失真度增加,光束空间宽度也变大。而且,衍射光束的空间分布关于 $s/w = g$ 轴对称,对于小的 g 值,该位置是衍射光束空间分布的中心轴。衍射光束空间分布的这些性质和连续高斯光入射时的类似。

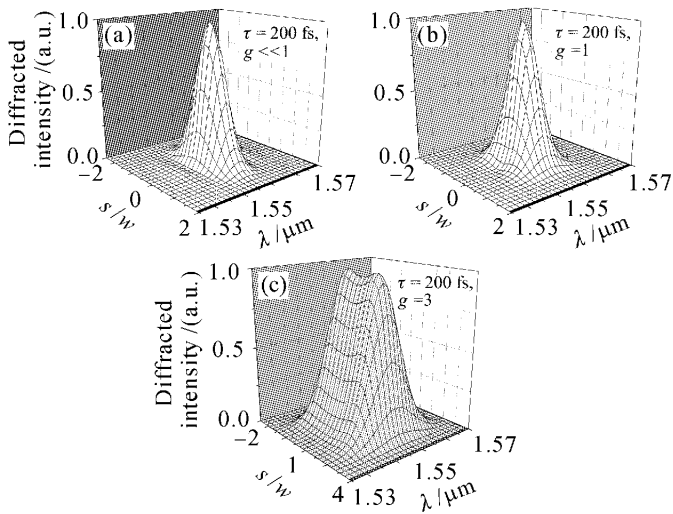


图 3 不同结构参量 g 时,衍射光束空间和频谱强度分布图

Fig. 3 Spatial and spectral intensity profiles of the diffracted beam at different geometry parameter g

从图 3 中还可以发现,当入射脉冲时间宽度给定时,衍射光束频谱强度分布的半峰全宽即衍射带宽,随着结构参量 g 的增大而增大。因为 g 值增大,体光栅的布拉格选择带宽增加,使得更多的频率分量通过。此时体光栅相当于一个带宽可调谐的滤波器,通过对光栅结构参量 g 的调谐使得体光栅的布拉格选择带宽和衍射带宽发生变化。

3.3 衍射效率

图 4 给出了体光栅对脉冲高斯型光束布拉格衍射的总衍射效率随光栅结构参量 g 和光栅耦合强度 γ_0 变化的曲线。可以看出,脉冲高斯光读出体光栅时,体光栅的衍射效率并不随耦合强度 γ_0 的增加而一直增加,当达到某一值时,衍射效率会达到极大值。当 γ_0 继续增加时,衍射效率反而会急剧下降,从而出现与连续高斯光衍射效率变化趋势类似的振荡行为。对于固定的 γ_0 值,随着光栅结构参量 g 的增大,衍射效率会变小。因为当结构参量 g 增大时,体光栅的波长布拉格选择性会变差,使得光束的频谱变宽,不满足布拉格匹配条件的频率成分增多,而降低了衍射效率。图 5 给出了体光栅的总衍射效率随入射高斯光束的脉冲宽度 τ 和结构参量 g 的变化曲线。从图中可以看出,随着入射脉冲宽度 τ 的增大,衍射效率增加,并趋于饱和。 g 值越大,其衍射效率曲线趋于饱和值的速度越快,该饱和值越小。

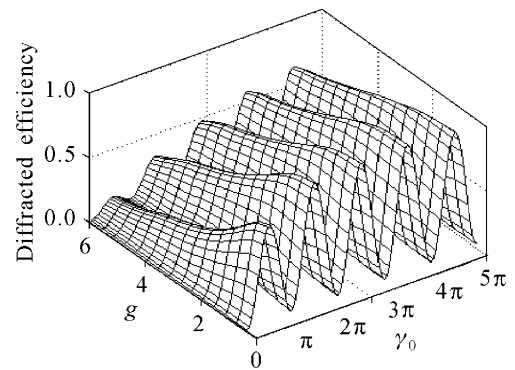


图 4 衍射效率随结构参量 $g(0, 6)$ 和光栅耦合强度 $\gamma_0(0, 5\pi)$ 的变化曲线

Fig. 4 Three-dimensional plot of the diffraction efficiency as a function of $\gamma_0(0, 5\pi)$ and geometry parameter $g(0, 6)$

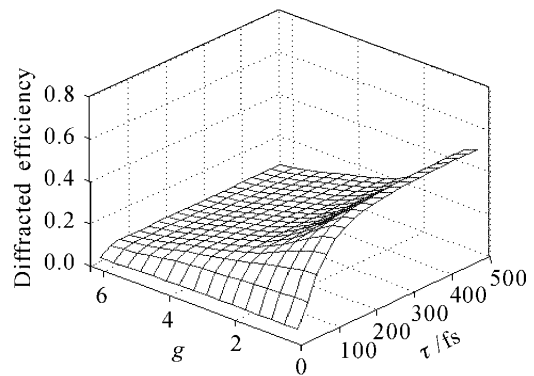


图 5 衍射效率随着结构参量 $g(0, 6)$ 和入射脉冲宽度 $\tau(0, 500 \text{ fs})$ 的变化曲线

Fig. 5 Three-dimensional (3D) plot of the diffraction efficiency as a function of geometry parameter $g(0, 6)$ and $\tau(0, 500 \text{ fs})$

4 结 论

研究了结构参量 g 对脉冲高斯光束布拉格衍射特性的影响。结果表明, 脉冲高斯光束入射体光栅时, 光栅结构参量对衍射光束的空间和频谱强度分布有很大影响。当入射脉冲时间宽度一定时, 体光栅的波长选择带宽和衍射光束带宽随光栅结构参量的增大而增大; 衍射效率随着入射脉冲时间宽度的增大而增大, 并趋于定值, 光栅结构参量值越小, 达到饱和的速度越慢, 饱和值越大。因此, 控制读出光的结构参量、入射脉冲时间宽度等参量, 可以得到不同衍射效率及包含不同频率成分的衍射光。该结论可以应用于超短脉冲高斯光束整形和处理的研究, 对于研究飞秒激光脉冲在周期性调制介质中的传播特性也有一定的意义。

参 考 文 献

1 S. D. Wu, T. K. Gaylord, E. N. Glytsis *et al.*. Angular

- sensitivities of volume gratings for substrate-mode optical interconnects [J]. *Appl. Opt.*, 2005, **44**(21):4447~4453
- 2 H. Kogelnik. Coupled wave theory for thick hologram gratings [J]. *Bell Syst. Technol. J.*, 1969, **48**(9):2909~2947
- 3 M. G. Moharam, T. K. Gaylord, R. Magnusson. Bragg diffraction of finite beams by thick gratings [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1980, **70**(3):300~304
- 4 P. Boffi, J. Osmond, D. Piccinin *et al.*. Diffraction of optical communication Gaussian beams by volume gratings: comparison of simulations and experimental results [J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(19):3854~3865
- 5 R. S. Chu, J. A. Kong. Diffraction of optical beams with arbitrary profiles by a periodically modulated layer [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1980, **70**(1):1~6
- 6 X. Yan, B. Yang, B. Yu. Diffraction study of photorefractive hologram under ultrashort pulse readout [J]. *Optik*, 2004, **115**(11):512~516
- 7 Y. Ding, D. D. Nolte, Z. Zheng *et al.*. Bandwidth study of volume holography in photorefractive InP:Fe for femtosecond pulse readout at 1.5 μm [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1998, **15**(11):2763~2768
- 8 Tyn Myint-U. Partial Differential Equations of Mathematical Physics [M]. New York: American Elsevier Pub. Co., 1973. 62~68
- 9 D. S. Smith, H. D. Riccius, R. P. Edwin. Refractive indices of lithium niobate [J]. *Opt. Commun.*, 1976, **17**(3):332~335