

文章编号: 0258-7025(2006)11-1512-05

光参量效应中低阶色散对超短 高斯脉冲展宽的影响

王 丽¹, 韩秀友²

(¹ 北京工业大学应用数理学院, 北京 100022; ² 中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘要 以宽度为 50 fs 的超短脉冲和负单轴晶体 CsLiB₆O₁₀ (CLBO) 为例, 对非线性光学晶体中低阶群速度色散 (GVD) 导致的超短高斯脉冲和超高斯脉冲的脉冲展宽进行了理论分析。在光参量相互作用过程中, 对初始无啁啾和有啁啾调制的超短高斯脉冲的脉冲展宽机制和因素进行了数值计算, 得出群速度色散导致超短脉冲的寻常光比非常光脉冲展宽更严重; 波长越短, 脉冲展宽越大; 当晶体长度等于色散长度时, 脉冲宽度增加为初始时的 $\sqrt{2}$ 倍, 色散长度越短, 超短脉冲展宽越明显。

关键词 超快光学; 超短高斯脉冲; 脉冲展宽; 低阶群速度色散; 光参量效应; CsLiB₆O₁₀ 晶体

中图分类号 TN 248.1 **文献标识码** A

Influence of Low Order Dispersion in Optical Parametric Effect on Ultra-Short Gaussian Pulse Broadening

WANG Li¹, HAN Xiu-you²

¹College of Applied Science, Beijing University of Technology, Beijing 100022, China

²Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China

Abstract Pulse-width expansion of an ultra-short Gaussian pulse in nonlinear optical crystal because of low order group velocity dispersion (GVD) was theoretically analyzed. Optical parametric interaction processes of the CsLiB₆O₁₀ (CLBO) crystal with a negative uniaxial and 50 fs ultra-short Gaussian pulse have been considered. Mechanism of ultra-short Gaussian pulse broadening with or without initialization chirp modulation was numerically calculated. The pulse-width is expanded heavier in ordinary light than that in extraordinary in short wavelengths. The shorter pulse wavelength, the heavier pulse-width expanded. When the crystal length is equal to the crystal dispersion length, the pulse-width has been expanded $\sqrt{2}$ times than the initialization. Also, the shorter the dispersion length is, the more obviously the pulse-width is expanded.

Key words ultrafast optics; ultra-short Gaussian pulse; pulse broadening; low order group velocity dispersion; optical parametric effect; CsLiB₆O₁₀ crystal

1 引 言

飞秒紫外光脉冲是一种非常有效的激发和探测光源, 但是目前还没有合适的固体激光器能直接产生紫外和深紫外波段的飞秒激光脉冲, 所以利用非线性光学频率变换技术是目前产生紫外和深紫外飞秒激光脉冲的最有效途径^[1~3]。近年来, 产生紫外

和深紫外的非线性光学晶体, 如 CsLiB₆O₁₀ (CLBO) 和 KBe₂BO₃F₂ (KBBF)^[4,5] 等, 产生近中红外波段的 LiNbO₃ (LN), AgGaSe₂ (AGSe), AgGaS₂ (AGS) 和 ZnGeP₂ (ZGP)^[6~8] 被广泛应用于产生所需波段的超短激光脉冲。在非线性晶体中, 对于超短高斯和超高斯激光脉冲相互作用过程中的低阶和高阶群速度色散引起的脉冲展宽, 成为研究的热点^[9]。本文

收稿日期: 2006-02-13; 收到修改稿日期: 2006-05-10

基金项目: 北京市自然科学基金(4062008)资助项目。

作者简介: 王 丽(1958—), 女, 北京工业大学教授, 博士生导师, 从事物理教学、非线性光学频率变换、新型可调谐激光器、激光超短脉冲和光纤通信的理论和应用研究。E-mail: Lwang. 1@bjut. edu. cn

针对超短高斯脉冲(50 fs),非线性晶体 CLBO 中的参量相互作用过程,低阶群速度色散导致的脉冲展宽进行了理论分析和计算。得出超短脉冲展宽与偏振、波长和色散长度有关,超短激光脉冲的寻常光比非寻常光在非线性晶体中传播时的脉冲展宽程度更严重的理论结果。

2 脉冲展宽的理论分析和数值计算

当超短脉冲通过非线性晶体时,其传播常数 k 在中心频率 ω_0 附近展开为^[10]

$$\begin{aligned} k(\omega) = & k(\omega_0) + \left[\frac{\partial k(\omega)}{\partial \omega} \right]_{\omega_0} \delta\omega + \\ & \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 k(\omega)}{\partial \omega^2} \right]_{\omega_0} \delta\omega^2 + \\ & \frac{1}{6} \left[\frac{\partial^3 k(\omega)}{\partial \omega^3} \right]_{\omega_0} \delta\omega^3 + \dots = \\ & k(\omega_0) + \beta_1 |_{\omega_0} \delta\omega + \frac{1}{2} \beta_2 |_{\omega_0} \delta\omega^2 + \\ & \frac{1}{6} \beta_3 |_{\omega_0} \delta\omega^3 + \dots, \end{aligned} \quad (1)$$

式中 $\frac{\partial k(\omega)}{\partial \omega}$ 为群速度延迟系数(记为 β_1), $\frac{\partial^2 k(\omega)}{\partial \omega^2}$ 为低阶群速度色散系数(记为 β_2)和 $\frac{\partial^3 k(\omega)}{\partial \omega^3}$ 为二阶群速度色散系数(记为 β_3)^[9],光波在介质中传播的群速度

$$v_g = \left(\frac{dk}{d\omega} \right)^{-1} = \frac{1}{\beta_1}, \quad (2)$$

相速度 v 与折射率 n 的关系为 $v = \frac{c}{n}$, c 为光速。定义

群速度指数为 m , $v_g = \frac{c}{m}$, 则有

$$m = \frac{c}{v_g} = n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}, \quad (3)$$

寻常光群速度指数 m_o 不依赖于传播方向,而非寻常光的群速度指数 $m_e(\theta)$ 是传播方向 θ 的函数

$$m_e(\theta) = \left(\frac{\cos^2 \theta}{m_e^2} + \frac{\sin^2 \theta}{m_o^2} \right)^{-1/2}, \quad (4)$$

式中的 m_o 及 m_e 是 $\theta = 0^\circ$ 及 $\theta = 90^\circ$ 时的主群速度指数。以非线性晶体 CLBO 为例,联立式(3),(4)和在 20.0° 时 CLBO 晶体的色散方程^[11],得到了非线性光学晶体 CLBO 的群速度延迟系数 β_1 ,低阶群速度色散系数 β_2 与波长的关系曲线,如图 1 和图 2 所示。 β_1 反映了 CLBO 晶体的群速度, β_2 反映了低阶群速度色散。由图 2 可知,当 $\lambda > 1.440 \mu\text{m}$ (对于 e 光)及 $\lambda > 1.183 \mu\text{m}$ (对于 o 光)时, β_2 为负值。

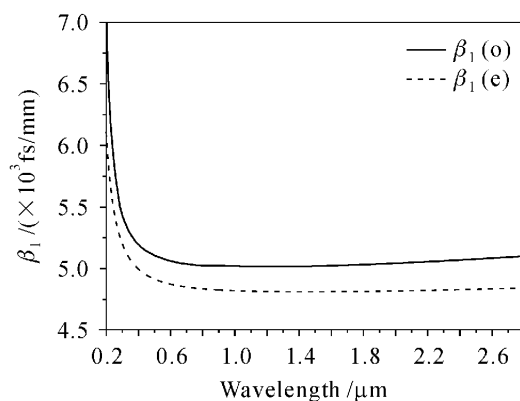


图 1 CLBO 晶体的群速度延迟系数 β_1

Fig. 1 Group velocity delay coefficient β_1 in CLBO

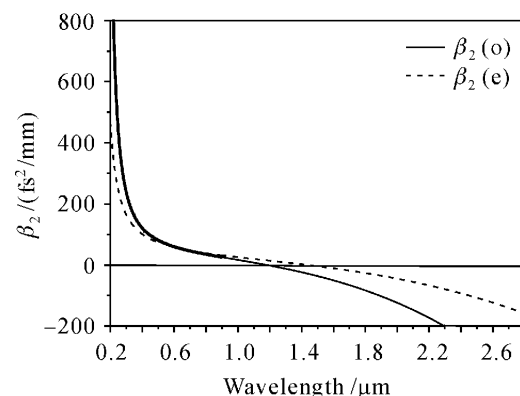


图 2 CLBO 晶体的低阶群速度色散系数 β_2

Fig. 2 GVD coefficient β_2 on the low order in CLBO

2.1 低阶群速度色散

低阶群速度色散参量^[9]

$$\beta_2 = \frac{d^2 k(\omega)}{d\omega^2} = \frac{d\beta_1}{d\omega} = \frac{d}{d\omega} \left(\frac{1}{v_g} \right) = -\frac{1}{v_g^2} \frac{dv_g}{d\omega}, \quad (5)$$

对于超短脉冲(脉冲宽度 $T < 100$ fs)在介质中传播时,必须考虑群速度色散导致的脉冲展宽。对于在非线性介质中的参量相互作用过程,超短高斯脉冲的传播方程为^[12]

$$i \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 U}{\partial T^2}, \quad (6)$$

式中 $U(z, T)$ 为归一化的振幅, T 为脉冲宽度。定义展宽因子

$$\tau = \frac{T}{T_0} = \frac{t - z/v_g}{T_0}, \quad (7)$$

式中 T_0 为初始脉冲宽度, z 为脉冲在介质中传播的距离。对(6)式中的 T 作傅里叶变换得到

$$i \frac{\partial \tilde{U}}{\partial z} = -\frac{1}{2} \beta_2 \omega^2 \tilde{U}, \quad (8)$$

则 $\tilde{U}(z, \omega) = \tilde{U}(0, \omega) \exp\left(\frac{i}{2} \beta_2 \omega^2 z\right)$, (9)

其中 $\tilde{U}(0, \omega)$ 是 $z = 0$ 处入射光脉冲的傅里叶变换

$$\tilde{U}(0, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} U(0, T) \exp(i\omega T) dT, \quad (10)$$

将(9)式在时域中变换得到

$$U(z, T) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{U}(0, \omega) \exp\left(\frac{i}{2}\beta_2 \omega^2 z - i\omega T\right) d\omega, \quad (11)$$

由(9)式可以看出,随着传播距离的增加,群速度色散对光脉冲中各频谱成分的相位产生影响,虽然这种影响不会改变脉冲频谱,但改变了脉冲的形状。超短脉冲在介质中传播时,由于群速度色散效应,脉冲中不同频率分量在介质中以不同的速度传播。在正常色散区 ($\beta_2 > 0$) 红光分量较蓝光分量传输得快,而在反常色散区 ($\beta_2 < 0$) 正好相反,若所有频谱分量以相同的速度传播,即 $\beta_2 = 0$, 则脉冲宽度保持不变,不同频谱分量在传播过程中的任何延迟都将导致脉冲展宽。

2.2 超短高斯脉冲的展宽

2.2.1 初始无啁啾调制

初始无啁啾调制的超短高斯脉冲的辐射场为

$$U(0, T) = \exp\left(-\frac{T^2}{2T_0^2}\right), \quad (12)$$

在实际应用中通常采用半峰全宽 T_{FWHM} 来代替 T_0 。对于高斯脉冲,二者的关系为

$$T_{FWHM} = 2(\ln 2)^{1/2} T_0 \cong 1.665 T_0, \quad (13)$$

联立(9)~(11)式,可得到在介质中光脉冲传播的振幅为

$$U(z, T) = \left(\frac{T_0^2}{T_0^2 - i\beta_2 z}\right)^{1/2} \exp\left[-\frac{T^2}{2(T_0^2 - i\beta_2 z)}\right], \quad (14)$$

由(14)式可知,光脉冲保持高斯形状不变,但其脉冲展宽为

$$T_i = T_0 [1 + (z/L_D)^2]^{1/2}, \quad (15)$$

其中 L_D 称为色散长度

$$L_D = T_0^2 / |\beta_2|, \quad (16)$$

从(15)式可知,群速度色散使得脉冲加宽,加宽程度由色散长度 L_D 决定。对于一定长度的介质, L_D 越短,脉冲宽度增加越大。当 $z = L_D$ 时,脉冲宽度增加为初始时的 $\sqrt{2}$ 倍。当 $T_0 = 50$ fs, $\lambda = 266$ nm 的光脉冲在 CLBO 晶体中传播时,不同晶体长度对应不同的脉冲形状,如图 3 所示。由图 3 可知,随着晶体长度的增加,脉冲逐渐被展宽。图 4 给出了 o 光和 e 光在 CLBO 晶体内被展宽的曲线,可以看出 o 光比 e 光展宽更严重。

不同波长的超短脉冲在 CLBO 晶体内传播时,晶体长度 $L = 10$ mm 处的脉冲波形如图 5 所示。由图 5 可知,波长越短脉冲被展宽得越宽。比较

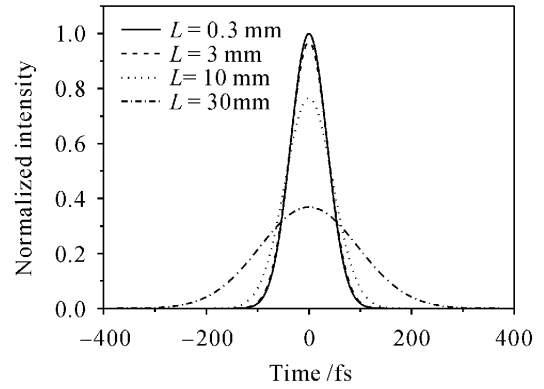


图 3 不同晶体长度下的脉冲展宽
Fig. 3 Pulse-width expansion in different lengths
($\lambda = 266$ nm, $T_0 = 50$ fs)

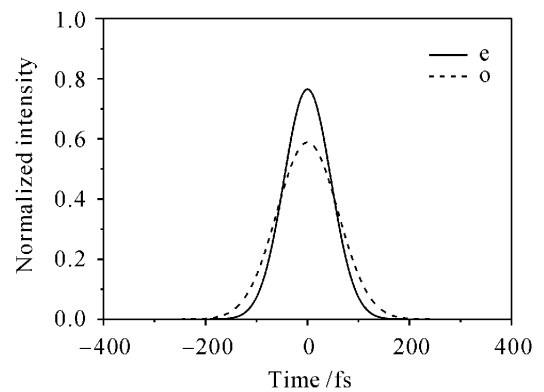


图 4 o 光和 e 光的脉冲展宽波形
Fig. 4 Pulse-width expansion on polarization o and e light
($L = 10$ mm, $\lambda = 266$ nm, $T_0 = 50$ fs)

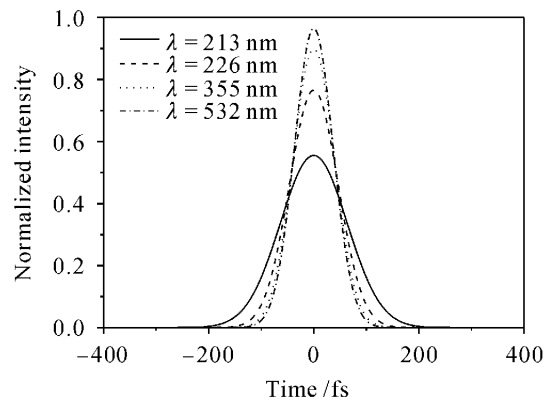


图 5 不同波长超短脉冲的脉冲波形
Fig. 5 Pulse expanded shape in different ultra-short pulse
($L = 10$ mm, $T_0 = 50$ fs)

(12)和(14)式可知,虽然入射高斯脉冲无啁啾调制,但在非线性介质中,传播却造成了啁啾调制,将(14)式改为

$$U(z, T) = |U(z, T)| \exp[i\phi(z, T)], \quad (17)$$

其中

$$\phi(z, T) = -\frac{\text{sgn}(\beta_2)(z/L_D)}{1 + (z/L_D)^2} \frac{T^2}{T_0^2} + \arctan(z/L_D), \quad (18)$$

式中 sgn 为符号函数, 由(18)式可知相位 $\phi(z, T)$ 将随时间变化, 这表明脉冲中各瞬时频率与中心频率 ω_0 不同, 其差值 $\delta\omega$

$$\delta\omega = -\frac{\partial\phi}{\partial T} = \frac{2\text{sgn}(\beta_2)(z/L_D)}{1+(z/L_D)^2} \frac{T}{T_0^2}, \quad (19)$$

频率调谐 $\delta\omega$ 由 β_2 的符号来决定, 在正常色散区 ($\beta_2 > 0$), 脉冲前沿 ($T < 0$), $\delta\omega$ 为负值, 在反常色散区 ($\beta_2 < 0$), 情况相反。

2.2.2 初始有啁啾调制

初始有啁啾调制的高斯脉冲在非线性光学晶体中传播时, 其表达式为

$$U(0, T) = \exp\left[-\frac{(1+iC)}{2} \frac{T^2}{T_0^2}\right], \quad (20)$$

其中 C 为啁啾参量。由(17)式的形式可以看出, 当 $C > 0$ 时, 瞬时频率从脉冲前沿到脉冲后沿是线性增加的, $C < 0$ 时相反。啁啾调制的正负由啁啾参量 C 的符号来决定。 C 的数值大小可由高斯脉冲的谱宽估算得出。将(20)式代入(10)式, 可得

$$\tilde{U}(0, \omega) = \left(\frac{2\pi T_0^2}{1+iC}\right)^{1/2} \exp\left[-\frac{\omega^2 T_0^2}{2(1+iC)}\right], \quad (21)$$

由(21)式得到光谱的半宽度为

$$\Delta\omega = (1+C^2)^{1/2}/T_0, \quad (22)$$

当存在啁啾调制时, 谱宽随着啁啾而变化, 通过测量 $\Delta\omega$ 和 T_0 , 由(22)式可以得到啁啾参量的大小。将(21)式代入(10)式积分得到

$$U(z, T) = \left[\frac{T_0^2}{T_0^2 - i\beta_2(1+iC)}\right]^{1/2} \times \exp\left\{-\frac{(1+iC)T^2}{2[T_0^2 - i\beta_2 z(1+iC)]}\right\}, \quad (23)$$

由(23)式可以看出, 即使存在啁啾调制, 脉冲仍保持高斯形式传播, 其脉冲宽度 T 与初始脉冲宽度 T_0 的关系可表示为

$$\frac{T}{T_0} = \left[\left(1 + \frac{C\beta_2 z}{T_0^2}\right)^2 + \left(\frac{\beta_2 z}{T_0^2}\right)^2\right]^{1/2}, \quad (24)$$

由(24)式可以看出, 脉冲宽度的变化由 β_2 和啁啾参量 C 共同决定。如果 $\beta_2 C > 0$, 则高斯脉冲宽度随着传播距离单调增加, 如果 $\beta_2 C < 0$, 在初始阶段脉冲宽度变窄, 脉冲宽度最小值出现在

$$z_{\min} = \frac{|C|}{1+C^2} L_D, \quad (25)$$

此处的脉冲宽度为

$$T_{\min} = \frac{T_0}{(1+C^2)^{1/2}}. \quad (26)$$

对于 $\beta_2 > 0$, 啁啾参量分别为 $C = -2, 0$ 和 2 的

条件下, 展宽因子随 CLBO 晶体长度变化的曲线如图 6 所示。从图 6 可以看出, 在 $C = 2$, 即 $\beta_2 C > 0$ 时, 脉冲总是展宽的; 在 $C = -2$, 即 $\beta_2 C < 0$ 时, 在初始阶段, 脉冲宽度逐渐变窄, 在 $z = 4.4$ mm 处脉冲宽度达到最小, 展宽因子 $T/T_0 = 0.4472$, 脉冲宽度开始展宽。当初始脉冲被啁啾调制, 并且满足 $\beta_2 C < 0$ 时, 由于色散导致的啁啾与初始啁啾相反, 因此产生的净啁啾使得脉冲变窄, 脉冲宽度最小值出现在两啁啾恰好抵消处。随着传播距离的进一步增长, 色散导致啁啾超过初始啁啾而占主导地位, 使得脉冲宽度开始加宽。

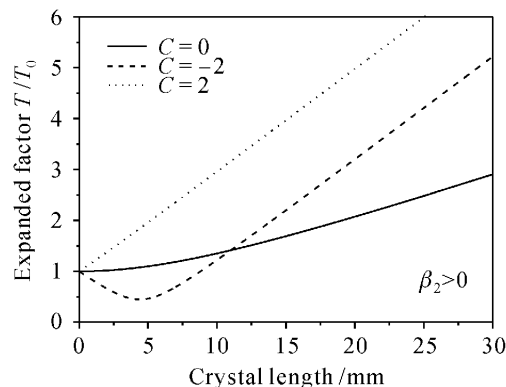


图 6 展宽因子随晶体长度的变化
(啁啾调制, $\lambda = 266$ nm)

Fig. 6 Expanded factor versus crystal lengths
(chirp modulation, $\lambda = 266$ nm)

2.3 超高斯脉冲的展宽

由于超短脉冲具有较陡的前后沿, 而在传播过程中更容易展宽。用超高斯光脉冲分析群速度色散引起的脉冲展宽和脉冲前后沿的作用。超高斯脉冲形式为

$$U(0, T) = \exp\left[-\frac{1+iC}{2} \left(\frac{T}{T_0}\right)^{2m}\right], \quad (27)$$

式中参数 m 决定着脉冲沿的锐度 ($m = 1$ 即啁啾高斯脉冲), 随着 m 值的增大, 脉冲就变成了有较陡前后沿的矩形脉冲。超高斯脉冲的展宽因子为^[13]

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = \left[1 + \frac{\Gamma(1/2m)}{\Gamma(3/2m)} \frac{C\beta_2 z}{T_0^2} + \frac{\Gamma(2-1/2m)}{\Gamma(3/2m)} \frac{(1+C^2)(m\beta_2 z)^2}{T_0^4}\right]^{1/2}, \quad (28)$$

式中 Γ 为 Γ 函数, σ 为超高斯脉冲宽度, $\sigma = [\langle T^2 \rangle - \langle T \rangle^2]^{1/2}$,

$$\langle T^n \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} T^n |U(z, T)|^2 dT}{\int_{-\infty}^{+\infty} |U(z, T)|^2 dT}, \quad (29)$$

在无啁啾调制 ($C = 0$) 的情况下, 不同 m 值的超高

斯脉冲展宽因子随晶体长度的变化曲线如图 7 所示。当 $m = 1$ 时, 对应超短高斯脉冲的展宽因子, 由图 7 可以看出, 随着 m 值的增大, 展宽程度逐渐增大。

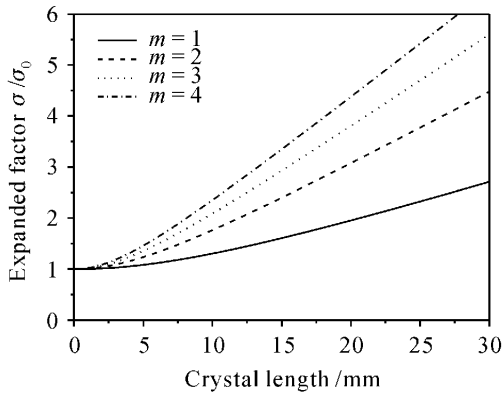


图 7 不同 m 值超短高斯脉冲的展宽因子随晶体长度的变化

Fig. 7 Expanded factor with different m versus crystal lengths on super Gaussian pulse
($C = 0$, $\lambda = 266$ nm)

3 结 论

通过非线性光学参量效应产生不同波段的超短激光脉冲, 实验上已经实现, 但要获得高质量光束的超短激光脉冲仍需进一步研究。特别是高重复率的超短强激光脉冲在非线性介质中参与参量相互作用或非参量相互作用的过程中, 都将面临着脉冲宽度和脉冲波形的变化。本文以超短高斯脉冲和超短高斯脉冲通过负单轴非线性光学晶体 CLBO 为例, 研究了在参量相互作用过程中的脉冲展宽。理论上得出在超短脉冲宽度小于 100 fs 时, 由于群速度色散和延迟, o 光比 e 光的脉冲展宽严重; 波长越短, 脉冲展宽的程度越大; 当晶体长度等于色散长度时, 脉冲宽度增加为初始时的 $\sqrt{2}$ 倍; 色散长度越短, 脉冲展宽越大。该结果将有利于超短光脉冲通过负单轴非线性光学晶体类光参量器件的研发。

参 考 文 献

- 1 F. Rotermund, V. Petrov. Generation of the fourth harmonic of a femtosecond Ti:sapphire laser [J]. *Opt. Lett.*, 1998, **23**(13):1040~1042
- 2 J. Ringling, O. Kittelmann, F. Noack. Tunable femtosecond pulse in the near vacuum ultraviolet generated by frequency conversion of amplified Ti:sapphire laser pulses [J]. *Opt. Lett.*, 1993, **18**(23):2035~2037
- 3 M. J. Lederer, M. Hildebrandt, V. Z. Kolev *et al.*. Passive mode locking of self-frequency-doubling Yb:YAl₃(BO₃)₄ laser [J]. *Opt. Lett.*, 2002, **27**(6):436~438
- 4 Wang Li, Men Yanbin. Optical properties of CsLiB₆O₁₀ crystal optical parametric oscillator [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(4):499~502
王 丽, 门艳彬. CsLiB₆O₁₀ 晶体光学参变振荡器的光学特性 [J]. *光学学报*, 2004, **24**(4):499~502
- 5 Chuangtian Chen, Junhua Lu, T. Togashi *et al.*. Second-harmonic generation from a KB₂BO₃F₂ crystal in the deep ultraviolet [J]. *Opt. Lett.*, 2002, **27**(8):637~639
- 6 Yao Baoquan, He Wanjun, Li Yufeng *et al.*. Technical study of ZnGeP₂ optical parametric oscillator pumped by a 2 μ m Tm, Ho:YLF laser [J]. *Chinese J. Lasers*, 2005, **32**(1):39~42
姚宝权, 贺万骏, 李玉峰 等. 2 μ m Tm, Ho:YLF 激光抽运 ZnGeP₂ 光参量振荡技术研究 [J]. *中国激光*, 2005, **32**(1):39~42
- 7 Kazi Sarwar Abedin, Sajjad Haidar, Yuji Konno *et al.*. Difference frequency generation of 5~18 μ m in a AgGaSe₂ crystal [J]. *Appl. Opt.*, 1998, **37**(9):1642~1646
- 8 A. Douillet, J. J. Zondy. Low-threshold, self-frequency-stabilized AgGaS₂ continuous-wave sub-harmonic optical parametric oscillator [J]. *Opt. Lett.*, 1998, **23**(16):1259~1261
- 9 Wang Li, Han Xiuyou. Pulse expanded and delaying effect of second harmonic wave in CsLiB₆O₁₀ by group velocity mismatching and dispersion [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(9):1249~1252
王 丽, 韩秀友. 群速失配对 CsLiB₆O₁₀ 晶体谐波脉冲展宽的影响 [J]. *光学学报*, 2004, **24**(9):1249~1252
- 10 Yao Jianquan. Nonlinear Optics Frequency Conversion and Laser Tuning Technology [M]. Beijing: Science Press, 1995. 177~182
姚建铨. 非线性光学频率变换及激光调谐技术 [M]. 北京: 科学出版社, 1995. 177~182
- 11 Nobuhiro Mmemura, Kiyoshi Kato. Ultraviolet generation tunable to 0.185 μ m in CsLiB₆O₁₀ [J]. *Appl. Opt.*, 1997, **36**(27):6794~6796
- 12 Govind P. Agrawal. Nonlinear Fiber Optics [M]. The 3rd edition. San Diego: Academic Press Inc., 1995
- 13 Govind P. Agrawal, M. J. Potasek. Effect of frequency chirping on the performance of optical communication systems [J]. *Opt. Lett.*, 1986, **11**(5):318~320