

文章编号: 0258-7025(2005)07-0903-05

光折变晶体中的光生伏打灰空间孤子

朱楠, 郭儒*, 刘思敏, 黄春福, 汪大云, 高垣梅

(南开大学物理学院光子学中心, 天津 300071)

摘要 在自散焦介质中, 平面波的传播对小的调制扰动是绝对稳定的, 暗空间孤子正是作为平面波背景上的一种局域暗迹而存在的。基于这种调制稳定性, 给出了由光生伏打自散焦非线性支持的一维灰空间孤子的演化方程, 并在光生伏打光折变 $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ 晶体中给出了它的静态解。数值研究了这种灰空间孤子的诸多性质: 例如在不同的孤子灰度下的孤子轮廓和它的相位分布; 光生伏打灰孤子的归一化横向传播速度和归一化半峰全宽随归一化的背景光强和孤子灰度的变化等, 所有这些性质都可以通过调节孤子波两侧的相位差加以控制, 并详细地比较了光生伏打灰孤子和屏蔽灰孤子之间的异同。

关键词 非线性光学; 光生伏打效应; 灰空间孤子; 调制失稳

中图分类号 O437 **文献标识码** A

Photovoltaic Gray Spatial Solitons in Photorefractive Crystal

ZHU Nan, GUO Ru, LIU Si-min, HUANG Chun-fu, WANG Da-yun, GAO Yuan-mei

(*Photonics Center, Department of Physics, Nankai University, Tianjin 300071, China*)

Abstract Plane waves are absolutely stable against small modulations in self-defocusing media, the dark spatial solitons exist only in the form localized dark hole on the plane wave background. Based on such modulation stability, the evolution equations for one-dimensional gray spatial solitons supported by the photovoltaic self-defocusing nonlinearity are presented and its stationary solution in photovoltaic photorefractive crystal $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ is given. The properties associated with these gray solitons are investigated numerically, such as soliton profile and its phase distribution for different values of soliton grayness, and the normalized transverse velocity and the normalized full width at half maximum (FWHM) of photovoltaic gray soliton as functions of normalized intensity and degree of grayness. These properties can be steered by adjusting the relative phase difference on either side of the soliton wave. Both similarities and differences between photovoltaic gray solitons and screening gray solitons are emphasized.

Key words nonlinear optics; photovoltaic effect; gray spatial solitons; modulation instability

1 引言

光学孤子(时间或空间)一直是近年来理论和实验研究的一个重要课题^[1~4]。光学孤子可直观地理解为介质的非线性效应和脉冲色散或光束衍射精确地相互平衡的产物, 这种平衡使脉冲或光束在传播中形态保持不变, 形成光的自陷态。从另一个角度如从模理论看, 均匀的非线性系统出现的孤子和不均匀线性系统产生的模都对应一组分立的本征值, 它们之间应有某种联系, A. W. Snyder 等^[5,6]发展了这一思想, 提出亮孤子是自感应波导的导模。暗

孤子作为自感应波导的模, 一定是非束缚态的辐射模。A. W. Snyder 指出暗孤子是介质波导中无反射的辐射模^[6]。用自写波导的导模来理解孤子, 不仅为认识孤子提供了一个便捷的物理模型, 而且十分有助于分析孤子的诸多特性。最近人们将调制失稳过程与孤子联系起来^[1,7], 调制失稳是发生在大多数非线性波系统中的一种基本过程。人们发现调制失稳和亮空间孤子有着密切的联系, 它们都存在于相同的参量范围, 并将调制失稳看作是亮空间孤子出现的先兆。在自聚焦介质中, 调制失稳使平面

收稿日期: 2004-07-14; 收到修改稿日期: 2004-11-29

基金项目: 国家自然科学基金(60278006, 60378013, 10474047)资助项目。

作者简介: 朱楠(1980—), 男, 天津人, 南开大学光子学中心硕士研究生, 主要从事光折变非线性光学及应用的研究。

* 通信联系人。E-mail: guoru@nankai.edu.cn

波不稳定,但渐近为零的自局域态可被激发,这种自局域态就是亮空间孤子^[8];相反在自散焦非线性系统中,加在平面波上的任何小扰动都是绝对稳定的^[1]。这种稳定性允许在背景平面波中加入扰动,暗孤子就是镶嵌在背景平面波上的一种局域暗迹,这种观点为描述暗孤子提供了一种具体物理图像,也为分析暗孤子尤其是灰孤子提供了方便。虽然亮、暗孤子都是非线性薛定谔方程的解,但它们有本质的区别。亮、暗孤子之间最大的区别表现在相位上,跨越亮孤子的相位分布没有变化,而跨越暗孤子两侧的背景波有相位突变,暗孤子的出现使连续平面背景波的相位发生破缺;在各种外界扰动下,暗孤子较亮孤子更稳定,因此人们常用暗孤子写入波导^[9];从孤子相互作用上看,亮孤子之间有排斥和吸引两种作用,暗孤子之间只出现排斥作用^[1];与亮孤子不同,暗孤子家族中除有黑的暗孤子外,还有灰的暗孤子。灰孤子与黑孤子差别除了表现在灰度上外,灰孤子相对背景波有相对的横向移动,即灰孤子是镶嵌在背景平面波上的横向调制的行波。利用灰空间孤子横向扫描运动这一特性,人们试图研制全光光开关和光通信的路由器件^[10],基于灰孤子的特殊性,最近 A. G. Grandpierre 等^[2]研究了光折变屏蔽灰孤子的性质。本文从调制稳定性观点出发^[1]首先建立了描述光生伏打灰空间孤子的演化方程式,并给出了它的静态解,数值讨论了发生在 LiNbO₃:Fe 晶体中,由光生伏打非线性效应支持的灰空间孤子的性质;并比较了它与屏蔽灰空间孤子^[1]和克尔灰空间孤子^[10]的异同。发现用调制稳定观点研究灰空间孤子是有益的,它能对灰空间孤子横向相位分布和一些参量给出较清晰的物理意义^[2,4]。

2 理论分析

设光束沿 z 方向传播,只在一个横向维如 x 方向发生衍射,光轴取在 x 方向,光偏振方向也平行于 x 方向。在没有外场的开路状态下,光折变晶体的非线性效应主要来自光生伏打效应和光电子的扩散效应。在一维情况下,空间电荷场可表示为^[11]

$$E_{sc} = -E_p \frac{I}{I + I_d} - \frac{k_B T}{q} \frac{d}{dx} \ln(I + I_d), \quad (1)$$

式中 I 为 e 光的强度, $I_d = \beta/s$ 为暗辐照, $k_B T$ 为热能, $E_p = \kappa \gamma N_A / q \mu$ 为光生伏打电场,实验和理论都指出,(1)式中描述扩散效应的第二项对孤子的形成影响不大,它只导致孤子在传播过程中轨迹偏折,

可以忽略它的贡献,必要时再将其作为微扰分析它对偏折的影响^[12,13]。这样将只保留第一项的(1)式代入到振幅慢演化的波方程

$$i \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{1}{2k} \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} - \frac{k_0}{2} (n_e^3 r_{33} E_{sc}) A = 0, \quad (2)$$

通过引入归一化参量: $Z = z/kx_0^2$, $X = x/x_0$, $U = (2\eta I_d/n_e)^{-1/2} A$, $x_0 = (k_0 n_e^2 \sqrt{r_{33}} |E_p|/2)^{-1}$ (x_0 为光束的特征宽度), $k = n_e k_0$, 可给出归一化的波方程:

$$i \frac{\partial U}{\partial Z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} - \frac{|U|^2}{1 + |U|^2} U = 0, \quad (3)$$

在 LiNbO₃:Fe 晶体中光生伏打电流沿 $-c$ (光轴) 方向,所以 $E_p < 0$, 故在方程(3)中的非线性项(第三项)取了负号,它表明光生伏打非线性是自散焦型的。不难看出当 $|U|^2 \ll 1$ 时,该非线性项就是自散焦克尔非线性,预言一定会出现暗空间孤子^[10];当 $|U|^2 \gg 1$,该项饱和。高强度下的饱和行为使暗孤子在扰动下保持稳定。

不难验证平面波 $U = A \exp(i\beta z)$ 是方程(3)的一个稳态解。现在在平面波上加入一种扰动,即取

$$U = u(X, Z) \exp[i\beta(\rho)Z], \quad (4)$$

其中 $u(X, Z)$ 是平面波受扰后的慢变化复振幅,我们寻求在这种扰动下,方程(3)的局域静态解。(4)式中的 $\beta(\rho)$ 是平面波在非线性介质中传播产生的非线性相移,即自相位调制

$$\rho = |U_\infty|^2 = \frac{|A_\infty|^2 n_e}{2\eta_0} / I_d = \frac{I_\infty}{I_d}, \quad (5)$$

$$\beta = -\frac{|U_\infty|^2}{1 + |U_\infty|^2} = -\frac{\rho}{1 + \rho}, \quad (6)$$

可见 ρ 是连续背景波强 I_∞ 与暗辐照 I_d 之比,将(4)、(5)和(6)式代入方程(3)后,得出

$$i \frac{\partial u}{\partial Z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial X^2} + \frac{1}{1 + \rho} \frac{\rho - |u|^2}{1 + |u|^2} u = 0, \quad (7)$$

方程(7)与屏蔽非线性薛定谔方程^[2]的区别不仅体现在非线性的形式上,还表现在 $(1 + \rho)$ 因子出现在不同的位置上,该因子将影响灰孤子的性质。从调制稳定性观点看,暗空间孤子就是嵌在平面背景波中的局域行波^[1],故可将暗孤子表示为

$$u_s = \psi(X - vZ) \exp[i\varphi(X - vZ)] = \psi(\xi) \exp[i\varphi(\xi)], \quad (8)$$

其中 $\xi = X - vZ$ 是运动坐标系的坐标,将(8)式代入方程(7)后,给出振幅 ψ 和相位 φ 满足的耦合方程

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} \psi + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} - v \right) \frac{\partial \psi}{\partial \xi} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + v \psi \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \right)^2 \psi + \frac{1}{1 + \rho} \frac{\rho - \psi^2}{1 + \psi^2} \psi = 0, \quad (10)$$

对方程(9)积分, 并利用边值条件:
 $|\psi(\xi \rightarrow \pm\infty)|^2 = \rho$ 和 $\partial\varphi/\partial\xi|_{\xi \rightarrow \pm\infty} = 0$, 给出

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\xi} = v\left(1 - \frac{\rho}{\psi^2}\right), \quad (11)$$

令 $\psi = \sqrt{\rho}y$, y 是归一化的场振幅, 借助(11)式方程(10)化为

$$y'' + v^2y - \frac{v^2}{y^3} + \frac{2\rho}{1+\rho} \frac{1-y^2}{1+\rho y^2}y = 0, \quad (12)$$

y'' 是 y 对 ξ 的二次微商, 方程(12)的一次积分结果是

$$y'^2 + \left(v^2 - \frac{2}{1+\rho}\right)y^2 + \frac{v^2}{y^2} + \frac{2}{\rho}\ln(1+\rho y^2) = C, \quad (13)$$

对于灰空间孤子, 当 $\xi = 0$ 时, $y'(0) = 0, y^2(0) = m$, m 描述灰孤子的灰度, 且 $0 < m < 1$, m 小灰度小, 灰孤子较黑。将该条件代入(13)式后, 可给出积分常数 C , 再利用灰空间孤子条件, $y'(\pm\infty) = 0, y(\pm\infty) = 1$, 可解出灰孤子相对背景波的归一化横移速度

$$v^2 = 2m\left[\frac{1}{(1-m)^2\rho}\ln\frac{1+\rho}{1+m\rho} - \frac{1}{1+\rho}\frac{1}{1-m}\right], \quad (14)$$

从(14)式可看出, 当 $m = 0$, 即灰度为零, 暗孤子对应黑孤子时, $v = 0$, 这表明黑孤子相对背景波无横向运动。灰度愈大, 横向移动也愈大。图 1 给出了在不同灰度值下, 横向速度 v 随 ρ 的变化曲线。从图 1 看出对于灰度较大的灰空间孤子(即 m 较大), 光生伏打灰空间孤子在 $\rho = 1$ 处有最大横向速度, 而屏蔽灰空间孤子的横向速度随渐近趋于饱和, 没有极限出现^[2]。数值分析表明, 出现这种差别主要原因是由分母中的 $(1 + \rho)$ 因子引起的。

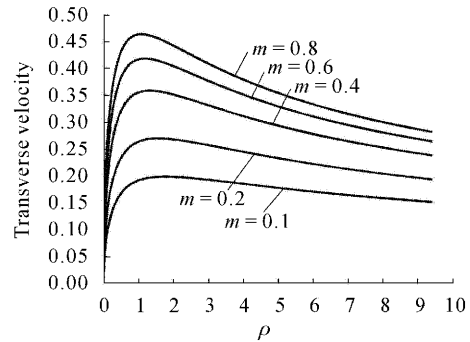


图 1 光伏灰孤子横向传播速度 v 随 ρ, m 的变化曲线
 Fig. 1 Transverse velocity v of a photovoltaic gray soliton as a function of ρ and m

将 C 和 v 的表达式代入如下积分式中

$$\xi = \pm \int \frac{d\tilde{y}}{\sqrt{C - \left(v^2 - \frac{2}{1+\rho}\right)\tilde{y}^2 - \frac{v^2}{\tilde{y}^2} - \frac{2}{\rho}\ln(1+\rho\tilde{y}^2)}}, \quad (15)$$

数值计算给出灰空间孤子强度轮廓随 X 的分布如图 2 所示。

由 $y^2(\xi) = (1+m)/2$ 可计算灰空间孤子的半峰全宽(FWHM), 图 3 是灰空间孤子强度轮廓的半

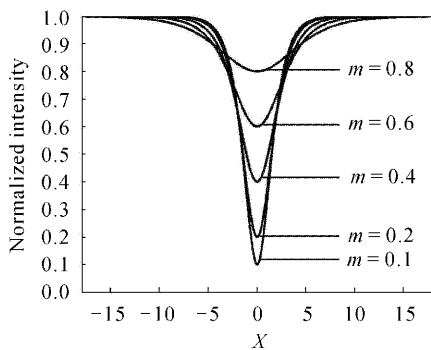


图 2 在 $\rho = 1$ 和不同灰度 m 下光伏灰孤子的归一化强度分布曲线

Fig. 2 Normalized intensity profile of a photovoltaic gray soliton at $\rho = 1$ and for various of the grayness factor m

峰全宽在不同的 m 值下随 ρ 的变化曲线。由图 3 可见, 半峰全宽存在一个极小区, 位于 $\rho = 1$ 附近。当 $\rho \ll 1$ 或 $\rho \gg 1$ 时, 半峰全宽随之增加, 这是不同于屏蔽灰空间孤子的又一特点。半峰全宽的这种变化可理解为: 当 $\rho \ll 1$, 这也意味着 $|\psi|^2 \ll 1$ 时, 光生伏打非线性近似为克尔非线性, 克尔非线性支持的暗空间孤子半峰全宽随 ρ 减小而增加; 当 $\rho \gg 1$ 时, 光生伏打效应渐趋饱和, 非线性减弱, 半峰全宽也随之增大。

积分(10)式可给出跨越灰孤子的相位分布

$$\Delta\varphi = v\xi - v \int_0^\xi \frac{d\xi'}{y^2(\xi')}. \quad (16)$$

图 4 是在 $\rho = 1$ 和不同灰度 m 下, 跨越灰孤子的相位分布。从图 4 中可看出, 灰度 m 愈小, 灰空间孤子两边的相位差 $\Delta\phi$ 愈大。当 $m = 0$ 时 $\Delta\phi = \pi$, 这正对应黑孤子。图 4 还指出, 当 $m < 0.2$ 时, 会出现 $\Delta\phi > \pi$ 。这种超过 π 的相位差是灰孤子的一种普遍现象。它会

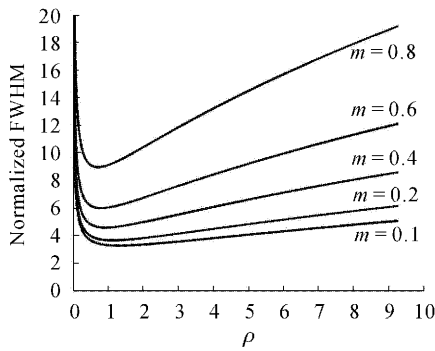


图 3 光伏灰孤子归一半峰全宽随 ρ, m 的变化曲线
Fig. 3 Normalized FWHM of a photovoltaic gray soliton as a function of ρ and m

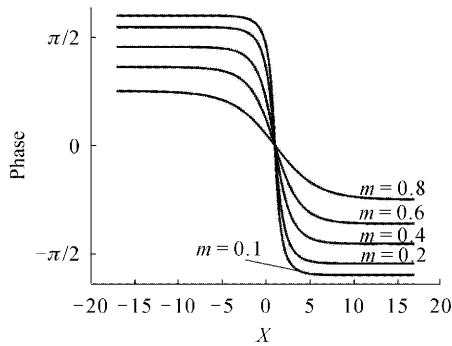


图 4 在 $\rho=1$ 和不同灰度 m 下光伏灰孤子的相位分布曲线
Fig. 4 Phase profile of a photovoltaic gray soliton at $\rho=1$ and for various of the grayness factor m

引起灰空间孤子反向横移。对于光伏灰空间孤子,在 $\rho \approx 1$ 附近就可以出现过 π 相位差,但对屏蔽灰空间孤子则只有在较大 ρ 值范围内才会出现,这也是光伏与屏蔽灰空间孤子的一个主要区别。

灰空间孤子的横向移动可计算为

$$x = \frac{\sqrt{z}}{\sqrt{2}} n_e (r_{33} |E_p|)^{1/2}, \quad (17)$$

对于 $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ 晶体, $r_{33} = 30.8 \times 10^{-12} \text{ m/V}$, $n_e = 2.20$, 取 $|E_p| = 10^6 \text{ V/m}$, $\rho = 1$, 灰空间孤子的横向位移 x 对灰度 m 的依赖性由图 5 给出。从图 5 可以看出 m 大, 横向位移大, 例如当 $m = 0.8$, 传播 1 mm 后 $x = 3.9 \mu\text{m}$ 。灰空间孤子的横向运动是灰孤子特有的一种特质, 运动的大小与灰度有关, 而灰度 m 与跨越灰孤子的相位差有关。实验上, 将准直激光的一半(如左半)通过相位掩膜和自由传播的另一半(如右半)组成的光束辐照在 $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ 晶体的入射面上, 在光束的中央处因相位差 $\phi = \frac{2\pi}{\lambda}(n-1)d$ (n 和 d 是相位掩膜的折射率和厚度)而形成一定宽度的暗迹, 当

该光束经过自散焦非线性晶体时, 如果出射光轮廓与入射光轮廓保持一致, 这说明灰孤子已形成^[14]。实验中发现如果 $\phi = \pi$, 这对应暗孤子, 出射面暗迹相对入射面暗迹没有横移; 如果 $\phi < \pi$, 出射面的暗迹沿 x 方向移动; 当 $\phi > \pi$ 时, 则沿 $-x$ 方向移动。这可理解为如果左半光束相对右半光束落后的相位 $\phi > \pi$, 相当于左半光束趋前右半光束 $2\pi - \phi < \pi$, 因此有相反的运动速度^[10]。

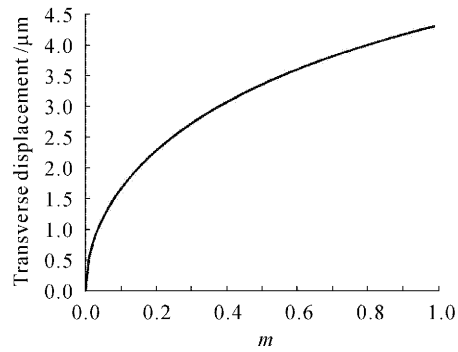


图 5 $\rho=1$ 时光伏灰孤子在 $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ 晶体中传播 1 mm 后横向位移随灰度 m 的变化曲线
Fig. 5 Transverse displacement of a photovoltaic gray soliton as a function of m at $\rho = 1$ after 1 mm of propagation in $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ crystal

3 结 论

基于调制稳定性建立了描述光生伏打灰空间孤子的演化方程, 并数值研究了发生在 $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ 晶体中由光生伏打自散焦非线性支持的灰空间孤子的性质: 灰孤子的形态、横移速度、半峰全宽以及相位分布, 并对灰孤子相位分布表达式和一些参量取值都给出了明确的物理说明。概括地说所有这些性质均与灰孤子的灰度大小(m 大小)有关, 而灰度的大小可以由跨越灰孤子的相位差加以控制, 这为具体操作提供了方便。我们还将光生伏打灰孤子与屏蔽灰空间孤子和克尔灰空间孤子进行了比较, 发现灰空间孤子的基本性质是共同的, 但各有不同的特点, 最大的不同表现在光生伏打灰空间孤子的横移速度和半峰全宽度随 ρ 有极值分布, 极值出现在 $\rho = 1$ 附近; 屏蔽灰空间孤子的横移速度和半峰全宽度随 ρ 是渐近达到饱和的, 这一差别主要归因于 $(1+\rho)$ 因子出现在分母上(对光生伏打灰空间孤子)和分子上(对屏蔽灰空间孤子)。在低辐照光强下它们都退化为克尔灰空间孤子。还可看出, 光生伏打效应支持的灰孤子其强度比 ρ 不应太大或太小, ρ 值取 1 为最佳。对于 $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ 晶体暗辐照一般很小, 为 $\mu\text{W}/\text{cm}^2$ 量级, 这意味着

产生灰空间孤子的背景光强也应维持在这个水平上。低光强辐照的代价是形成灰空间孤子的时间较长。

参 考 文 献

- 1 Y. S. Kivshar, B. Luther-Davies. Dark optical solitons: physics and applications [J]. *Phys. Rep.*, 1998, **298**(2): 81~197
- 2 A. G. Grandpierre, D. N. Christodoulides, T. H. Coskun *et al.*. Gray spatial solitons in biased photorefractive media [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2001, **18**(1): 55~63
- 3 G. P. Agrawal. *Nonlinear Fiber Optics* [M]. Boston Mass: Academic Peer, 2001
- 4 S. Trillo, W. Torruellas. *Spatial Solitons* [M]. Springer, 2001
- 4 D. N. Christodoulides, M. I. Carvalho. Bright, dark, and gray spatial soliton states in photorefractive media [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1995, **12**(9): 1628~1633
- 5 A. W. Snyder, D. J. Mitchell, L. Poladian *et al.*. Self-induced optical fibers: spatial solitary waves [J]. *Opt. Lett.*, 1991, **16**(1): 21~23
- 6 A. W. Snyder, D. J. Mitchell, B. Luther-Davies. Dark spatial solitons constructed from modes of linear waveguides [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1993, **10**(12): 2341~2345
- 7 D. Kip, M. Soljacic, M. Segev *et al.*. Modulation instability and pattern formation in spatially incoherent light beams [J]. *Science*, 2000, **290**(5491): 495~498
- 8 R. A. Fuerst, D.-M. Baboiu, B. Lawrence *et al.*. Spatial modulational instability and multisolitonlike generation in a quadratically nonlinear optical medium [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, **78**(14): 2756~2759
- 9 Lu Yi, Liu Simin, Wang Dayun. Study of the vortex solitons and the waveguides written by them in $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ crystal [J]. *Acta Physical Sinica*, 2002, **51**(6): 1300~1306
- 陆 猗,刘思敏,汪大云. $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ 晶体中的涡旋孤子及由它们写入波导的研究 [J]. *物理学报*, 2002, **51**(6): 1300~1306
- 10 B. Luther-Davies, Xiaoping Yang. Steerable optical waveguides formed in self-defocusing media by using dark spatial solitons [J]. *Opt. Lett.*, 1992, **17**(24): 1755~1757
- 11 Ling Zhenfang, Guo Ru, Liu Simin *et al.*. Optical vortex solitons in photovoltaic photorefractive crystals [J]. *Acta Physical Sinica*, 2000, **49**(3): 455~459
- 凌振芳,郭 儒,刘思敏等. 光生伏打-光折变介质中光学涡旋孤子 [J]. *物理学报*, 2000, **49**(3): 455~459
- 12 Guo Ru, Li Yigang, Ling Zhenfang *et al.*. Effect of diffusion on propagation of photorefractive spatial solitons [J]. *Chinese J. Lasers*, 2002, **A29**(8): 714~716
- 郭 儒,李乙钢,凌振芳等. 扩散对光折变空间孤子的影响 [J]. *中国激光*, 2002, **A29**(8): 714~716
- 13 Tan Xin, Liu Jinsong. Self-deflection of bright photorefractive solitons [J]. *Acta Optica Sinica*, 2002, **22**(11): 1307~1311
- 谭 欣,刘劲松. 光折变明孤子的自偏转演化特性 [J]. *光学学报*, 2002, **22**(11): 1307~1311
- 14 Lu Yi, Liu Simin, Guo Ru *et al.*. One-dimensional photovoltaic dark spatial solitons with fully incoherent white light [J]. *Acta Physical Sinica*, 2003, **52**(12): 3075~3081
- 陆 猗,刘思敏,郭 儒等. 完全非相干白光一维光生伏打暗空间孤子 [J]. *物理学报*, 2003, **52**(12): 3075~3081