

文章编号: 0258-7025(2005)05-0632-05

# 相位共轭反馈下垂直腔面发射激光器动态分岔特性的理论研究

张伟利, 潘 炜, 罗 斌, 王梦遥, 邹喜华

(西南交通大学计算机与通信工程学院, 四川 成都 610031)

**摘要** 在传统半导体激光器动力学方程的基础上, 突出了垂直腔面发射激光器(VCSELs)的微腔结构特点以及相位共轭反馈(PCF)的时间反演特性, 建立起相位共轭反馈条件下的复合腔仿真模型。仿真结果表明: 在外部反射率小于0.05的弱反馈条件下, 垂直腔面发射激光器的微腔结构导致了它的动态特性与边发射器件有较大的区别, 给出两者在混沌带的出现次数、存在范围以及分岔点的出现条件等方面的比较。相对于常规光反馈(COF)而言, 相位共轭反馈的累积相位为零, 这使得该机制下垂直腔面发射激光器表现出更为丰富的非线性特性。仿真中观察到常规光反馈经历了三个混沌带, 相位共轭反馈经历了两个混沌带且稳定区域较宽, 并发现在混沌吸引子产生的过程中常规光反馈光场的实虚部相空间轨迹保持对称, 而相位共轭反馈的相空间轨迹则表现为对称的‘建立→破坏→再建立’这样的循环过程。

**关键词** 激光技术; 垂直腔面发射激光器; 相位共轭反馈; 分岔; 混沌

**中图分类号** TN248.4 **文献标识码** A

## Theoretical Analysis on Dynamics and Bifurcations Characteristics of VCSELs with Phase Conjugate Optical Feedback

ZHANG Wei-li, PAN Wei, LUO Bin, Wang Meng-yao, Zuo Xi-hua

(School of Computer and Communication Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 610031, China)

**Abstract** The micro-cavity characteristics of vertical-cavity surface-emitting lasers (VCSELs) and the time inversion characteristics of phase conjugate feedback (PCF) are considered, the compound cavity model with PCF is set up based on the typical dynamical equation of semiconductor lasers. When the feedback index is below 0.05, the dynamics of VCSELs and side emitters are different due to their cavity size. The number of chaotic bands and their range for the two types are discussed in this paper. The phase change cumulated for PCF is zero, so the nonlinearity for VCSELs under this feedback mechanism is more complex. Three chaotic bands can be seen for common optical feedback (COF) mechanism; while only two chaotic bands can be seen for PCF and the steady state regions are larger than those of COF. A phenomenal is found that in the creation process of the chaos attractor, the phase diagram for optical field with COF is symmetric, but it is a symmetry-founding process in the case of PCF.

**Key words** laser technique; vertical-cavity surface-emitting lasers; phase conjugate feedback; bifurcation; chaos

## 1 引 言

垂直腔面发射激光器(VCSELs)作为一种较为成熟的商用器件, 具有阈值电流低, 单纵模工作, 输出圆形对称光束, 易于实现二维列阵等突出优点<sup>[1,2]</sup>。当前垂直腔面发射激光器研究的一个热点

是外部光反馈引起系统的丰富的非线性特性。J. Y. Law等<sup>[3]</sup>对外光反馈下垂直腔面发射激光器的动静态特性进行了研究, P. S. Spencer等<sup>[4]</sup>对如何利用外光反馈实现它的混沌同步进行了有益的讨论, L. N. Langley等<sup>[5]</sup>从噪声特性入手分析了外

收稿日期: 2004-05-11; 收到修改稿日期: 2004-07-23

基金项目: 国家自然科学基金(10174057, 90201011)、国家重点实验室开放课题(2002KF)、教育部科学技术重点研究项目(2005-105148)和四川省应用基础科学研究(03JY029-048-1)资助项目。

作者简介: 张伟利(1980—), 男, 河南南阳人, 西南交通大学光通信方向硕士研究生, 主要从事半导体激光器和光通信研究。E-mail: daduoer@126.com

光反馈强度对其非线性特性的影响等等。实际中常利用半导体激光器与相位共轭镜(PCM)耦合来实现锁模、锁相和频率控制等<sup>[6,7]</sup>,多台半导体激光器还可以利用相位共轭反馈(PCF)实现光束合成<sup>[8]</sup>。目前对于这种新的反馈机制下半导体激光器的非线性特性的研究主要集中在传统的边发射器件上<sup>[7~9]</sup>,而关于相位共轭反馈是如何影响垂直腔面发射激光器非线性特性的研究较少,因此该问题的研究就显得十分必要。

本文基于前期工作<sup>[10~12]</sup>,在 Simulink 仿真平台中建立起相位共轭镜光反馈下的垂直腔面发射激光器动态仿真模型。模型从复光场的角度出发引入相位共轭项,同时考虑了时间延迟和频率失调的影响,是一种改进型的相位共轭反馈模型;另外在动力学方程中突出了垂直腔面发射激光器微腔结构特点。通过对分岔特性和光场相空间特性的研究,重点对相位共轭反馈与常规光反馈(COF)两种反馈机制以及垂直腔面发射激光器与传统边发射激光器两种器件的分岔特性进行了比较。这有助于我们深入分析相位共轭反馈条件下垂直腔面发射激光器的动态分岔特性。

## 2 数学模型的建立

当前光通信领域将微机电系统(MEMS)方法广泛地应用在光波导、可调谐滤波以及波长转换等技术中。本文就是通过垂直腔面发射激光器外部增加自抽运相位共轭镜,形成可变长复合腔,并试图以此为仿真模型来研究相位共轭反馈条件下的分岔特性。垂直腔面发射激光器中心是量子阱有源区,有源区上下分别是  $n$  型和  $p$  型的分布布拉格反射器(DBR)。相位共轭镜采用 BaTiO<sub>3</sub> 晶体为材料,利用其光折变效应通过四波混频产生相位共轭光。所谓自抽运就是仅需一束入射光作为信号光,而四波混频过程所需的两个抽运光由光激发的散射光在特定反射条件下形成<sup>[9,13]</sup>。

假定光场在外腔的往返时间为  $\tau$ ,则  $\tau$  时刻前从垂直腔面发射激光器发出随时间慢变的光场复振幅为  $E_s(t-\tau) = A(t-\tau) \exp[-i\phi(t-\tau)]$ 。经过  $\tau/2$  后到达相位共轭镜,简并情况下相位共轭镜的两个抽运光、信号光(垂直腔面发射激光器的出射光)和相位共轭光(外部反馈光)频率相等( $\omega_1 = \omega_2 = \omega_s = \omega_{ph}$ ),则沿轴方向传播的信号光波和两抽运光波的方程

$$E_s(\mathbf{r}, t') = \frac{1}{2} \boldsymbol{\rho} \{ F(\mathbf{r})_s E_s(t-\tau) \exp[i(k_s z - \omega_s) t'] + c. c. \} \quad (1)$$

$$E_{1,2}(\mathbf{r}, t') = \frac{1}{2} \boldsymbol{\rho} \{ F(\mathbf{r})_{1,2} E_{1,2} \exp[i(k_{1,2} z - \omega_{1,2}) t'] + c. c. \}$$

其中  $\boldsymbol{\rho}$  表示沿  $\rho$  方向偏振的光波的单位偏振矢量,  $\mathbf{r}$  表示径向,  $k_{1,2,s}$  为相应的波矢,  $t' = t - \tau/2$ 。这三个波产生的三阶非线性极化项与相位共轭波有关的项为

$$P_{NL}(\mathbf{r}, t') \propto \chi^{(3)} F_1 F_2 F_s^* E_1 E_2 E_s^* (t-\tau) \exp[i(k_1 + k_2 - k_s) z - i(\omega_1 + \omega_2 - \omega_s) t'] + c. c., \quad (2)$$

其中  $\chi^{(3)}$  为三阶电极化率,两抽运光波矢  $k_1, k_2$  方向相反则

$$E_{ph}(\mathbf{r}, t') \propto \frac{1}{2} \boldsymbol{\rho} \{ F_s^* E_s^* (t-\tau) \exp[-i(k_s z + \omega_s) t'] + c. c. \}. \quad (3)$$

从(3)式可以看出,在信号波传输的相反方向上得到了相位共轭光,它是入射光的时间反演  $E_{ph}(\mathbf{r}, t') \propto E_s(\mathbf{r}, -t')$ ,从垂直腔面发射激光器入射到相位共轭镜上所积累的相移  $\omega_s \tau/2$ ,在返回过程中被减去了相同的量,总相移为零。若光场在径向取平均值,则  $F_s$  和  $F_s^*$  为常数,因此  $t$  时刻返回腔内光场的复振幅就只与  $E_s^*(t-\tau)$  成正比。同理,在非简并情况下,  $\omega_s$  要加上失调量  $\Delta\omega$ (信号光与共轭光的频率之差),另外相位共轭镜本身也会产生一个固定的相移  $\phi_{ph}$ <sup>[6,8]</sup>,这样返回光场的复振幅可表示为

$$E_{ext}(t) = f E_s^*(t-\tau) \times \exp\{i[\Delta\omega(t-0.5\tau) + \phi_{ph}]\}, \quad (4)$$

其中,外光反馈率

$$f = \eta \frac{1-R}{\tau_1} \sqrt{\frac{R_{PCM}}{R}}, \quad (5)$$

式中  $R$  为垂直腔面发射激光器端面反射率,  $R_{PCM}$  表示相位共轭镜反射率,  $\eta$  为耦合系数,光子在腔内的往返时间  $\tau_1 = 2L_m/c$ 。显然(4)式同时引入了时间延迟项和频率失调项,这比单独考虑时间延迟单方面的影响更合理。至此可得相位共轭镜反馈下的速率方程

$$\frac{dE_s(t)}{dt} = i\Delta\omega + \frac{1}{2}(1 + ia)(G - 1/\tau_p)E_s(t) + E_{\text{ext}}(t), \quad (6)$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{I}{q(\pi w^2 d)} - \frac{N(t)}{\tau_s} - G|E_s(t)|^2, \quad (7)$$

其中,  $E_s$  为光场复振幅,  $N$  为载流子密度,  $I$  为注入电流,  $\pi w^2 d$  为有源区体积。

垂直腔面发射激光器的参量取值和工作条件与边发射器件存在很大差别<sup>[14]</sup>。在考虑到典型参量的不同外还注意到: 由于分布布拉格反射器存在渗透效应,  $L_{\text{in}}$  取值不再等于有源区厚度  $d$ , 而是采用有效腔长, 仿真中为  $1 \mu\text{m}$ , 这一变化明显改变了耦合进入垂直腔面发射激光器的外光强度, 从而影响了其动态特性; 有源区采用量子阱结构, 因此用对数增益来取代边发射器件的线性增益<sup>[15]</sup>

$$G = \Gamma V_g \alpha_N \frac{\log[N(t)/N_0]}{1 + \epsilon P(t)}, \quad (8)$$

为了实现方程(8)的数值解将(6)式分解为光场幅度和相位两个方程

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}(G - 1/\tau_p)A + fA(t - \tau) \cos \theta, \quad (9)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{2}\alpha \frac{\partial G}{\partial N}[N(t) - N_{\text{th}}] - f \frac{A(t - \tau)}{A(t)} \sin \theta, \quad (10)$$

$$\theta = \Delta\omega(t - \tau/2) + \phi(t) + \phi(t - \tau) + \phi_{\text{ph}}. \quad (11)$$

从以上方程可以看出相位共轭反馈条件下的幅度和相位的速率方程在形式上与常规光反馈相同, 但在  $\theta$  的取值上前者为两个相位的相加  $[\phi(t) + \phi(t - \tau)]$ , 且不存在时间积累相移  $\omega_s \tau$ 。由于  $\theta$  决定着反馈光场的正负和大小, 因此预计它将导致两种反馈机制下垂直腔面发射激光器的不同特性。通过(7)式, (9)式, (10)式建立起来的微分延时模型<sup>[10]</sup>其动力学行为是光子与载流子耦合弛豫振荡, 相位共轭反馈项为增加的自由度, 这可能成为产生分岔及混沌的条件。

### 3 仿真与结果分析

通过 Simulink 平台建立起相位共轭反馈下垂直腔面发射激光器的动态可视模型。与一般数值分析方法不同, 该模型下不同的参量取值可作为多路信号同时进行仿真, 微分和时延运算处理起来比较简单, 效率较高。其他典型参量值参见文献[7, 15]。

调控外光反射率、外腔长度以及注入电流强度

等参量可以得到垂直腔面发射激光器输出功率的分岔图, 当参量取值对应一个输出功率时(单周期)其输出光脉冲有固定的频率和强度; 对应两个时(倍周期)其输出光脉冲有两个不同强度; 最后它将进入混沌状态, 其输出脉冲强度在一定范围内具有随机性。下面以改变外部反射率为例来分析垂直腔面发射激光器的动态分岔特性。

图 1(a), (b) 分别对应两种不同反馈机制下垂直腔面发射激光器归一化输出功率随外部反射率  $R_{\text{ext}}/R_{\text{PCM}}$  变化的分岔图。观察图 1(a) 随着  $R_{\text{ext}}$  的增加(0%~5%)分岔图一共出现了三个混沌带, 它们被多周期状态分割。分岔图顺次经历了单周期(0% <  $R_{\text{ext}}$  < 0.75%)、倍周期(0.75% <  $R_{\text{ext}}$  < 1%) 然后进入第一个混沌带(1% <  $R_{\text{ext}}$  < 1.8%), 依次类推再经过多周期分岔进入第二、第三混沌带。图 1(b) 中只存在两个混沌带, 它们被一个较大范围单周期带(1.8%~3.5%)所分割。可见, 与常规光反馈相比相位共轭反馈条件下垂直腔面发射激光器的非线性范围明显减小, 稳定区域增大, 这也证明了先前预测的  $\theta$  不同会导致两种反馈机制特性的不同, 并符

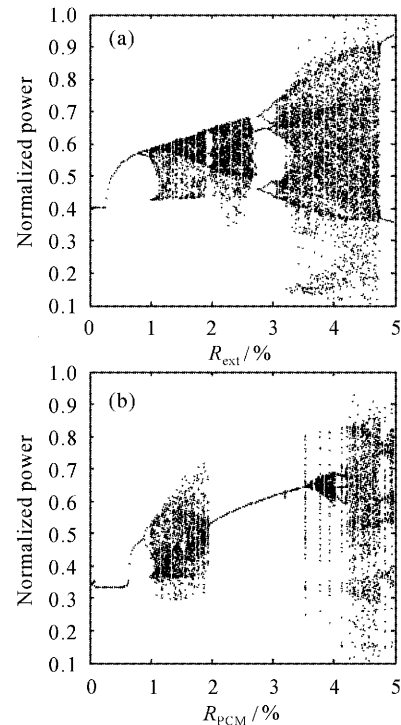


图 1 垂直腔面发射激光器归一化功率随  $R_{\text{ext}}/R_{\text{PCM}}$  变化的分岔图

(a) 常规光反馈; (b) 相位共轭反馈

Fig. 1 Bifurcation diagram of normalized power versus  $R_{\text{ext}}/R_{\text{PCM}}$  for VCSELs  
(a) COF; (b) PCF

合文献[7~9]中关于半导体激光器的结论；由于单周期对应的输出是稳定的光脉冲，因此有望通过调控相位共轭反馈强度等参量，使垂直腔面发射激光器的输出功率锁定在稳定值，文献[6,16]通过外部反馈或外部注入相位共轭光实现激光器稳定输出的实验也得出了相似的结论。

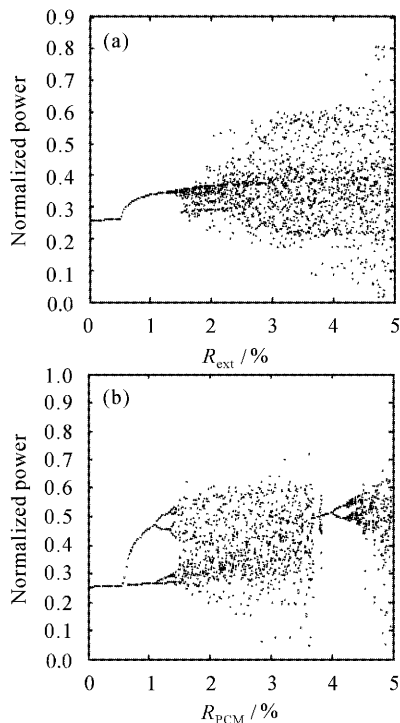


图 2 边发射器件归一化功率随  $R_{\text{ext}}/R_{\text{PCM}}$  变化的分岔图

(a) 常规光反馈；(b) 相位共轭反馈

Fig. 2 Bifurcation diagram of normalized power versus  $R_{\text{ext}}/R_{\text{PCM}}$  for side emitters.

(a) COF; (b) PCF

选择文献[8]中边发射器件的典型模型和参量进行仿真，以此来研究两种器件的分岔特性有何不同。图 2(a),(b)为两种反馈机制下边发射器件的分岔图，可以看出图 2(a)只出现一个混沌带，在  $R_{\text{ext}} = 1.4\%$  时由单周期经低频振荡迅速进入了混沌状态；图 2(b)有两个混沌带出现，它在  $R_{\text{PCM}} = 0.6\%$  和  $1.2\%$  时分别出现双周期、四周期分岔然后进入混沌，在  $R_{\text{PCM}} = 3.7\%$  又重新进入单周期稳定态。比较图 1 和图 2 可知垂直腔面发射激光器和边发射器件在两种反馈机制下混沌带的出现次数、进入混沌的方式以及各状态的存在范围都有较大的差别。

图 3 对应常规光反馈条件，图 3(a)~(c),(g)~(i)为实部和虚部的相图，图 3(d)~(f),(j)~(l)为相应的归一化输出功率在时域内的变化曲线。观

察图 3(a),(d)在较小的反馈强度下，外部光注入引起光场的不稳定被垂直腔面发射激光器固有的弛豫振荡衰减，实虚部相图为对称的圆；随着反馈强度的增大，垂直腔面发射激光器进入了单周期状态，如图 3(b)和(e)；进一步增大  $R_{\text{ext}}$ ，混沌吸引子产生，实虚部相图呈现出对称的涡旋趋势，如图 3(c),(f)和(g),(j)；继续增大  $R_{\text{ext}}$  混沌带消失，垂直腔面发射激光器进入了多周期状态，如图 3(h),(k)；图 3(i),(l)对应第三个混沌带结束后的倍周期状态，其相图呈对称的花瓣状。

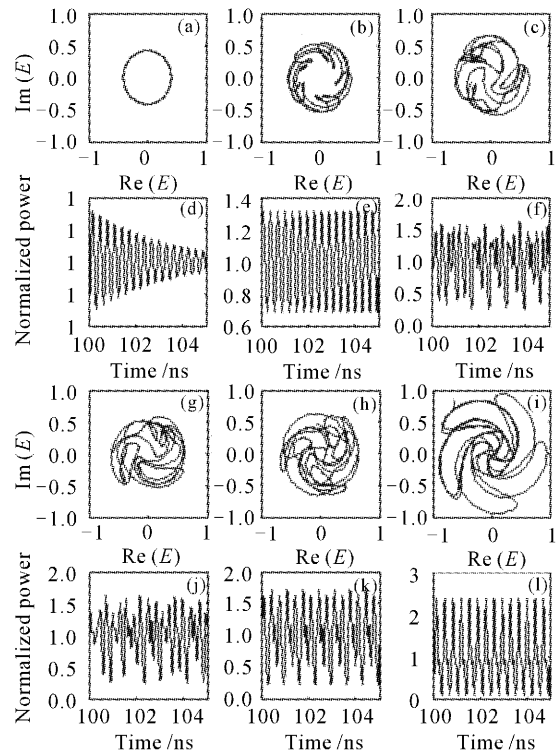


图 3 常规光反馈条件下光场实部和虚部相图(a)~(c),(g)~(i)及输出功率的时域图(d)~(f),(j)~(l)；(a)~(c),(g)~(i)对应  $R_{\text{ext}}$  分别为 0.25%, 0.5%, 2.25%, 2.5%, 2.8%, 5%

Fig. 3 Phase diagram for optical field  $E$  (a)~(c), (g)~(i), and the output power diagram in time domain (d)~(f), (j)~(l) with common optical feedback; from (a) to (c), (g) to (i)  $R_{\text{ext}} = 0.25\%, 0.5\%, 2.25\%, 2.5\%, 2.8\%, 5\%$

图 4 对应相位共轭反馈条件。除了图 4(c)和(h)的相图为对称的涡旋外，其他的相图都不对称。我们注意到图 4(c)和 4(h)对应的是充分发展的混沌状态，也就是说，相位共轭反馈只有在充分发展的混沌状态时其相图才对称。可见相位共轭反馈条件下：垂直腔面发射激光器混沌吸引子从产生到破

坏到再产生的过程,光场的相空间表现为对称的‘建立→破坏→再建立’这样的循环过程,该有趣的现象与文献[7]中得到的边发射器件的相关特性一致。

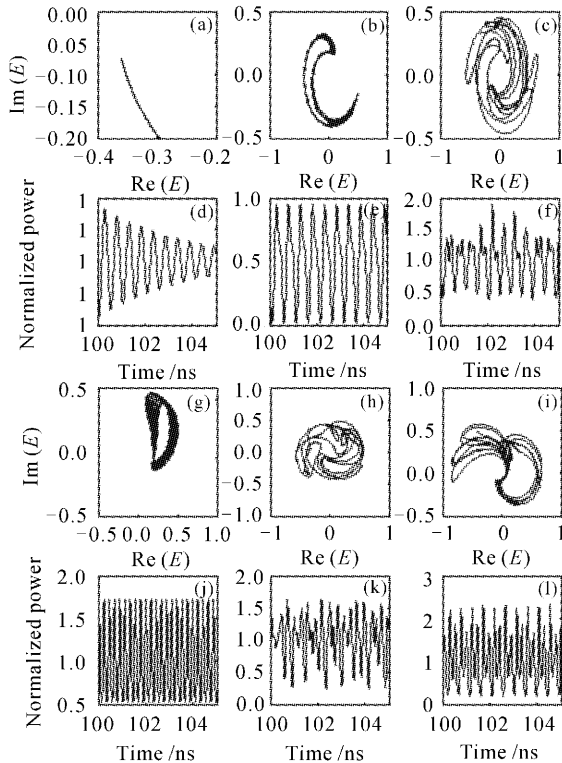


图4 相位共轭反馈条件下光场实部和虚部相图(a)~(c),(g)~(i)及输出功率的时域图(d)~(f),(j)~(l);(a)~(c),(g)~(i)对应 $R_{PCM}$ 分别为0.5%,0.9%,1.5%,2.5%,4.1%,4.5%

Fig. 4 Phase diagram for optical field  $E$  (a)~(c),(g)~(i) and output power diagram in time domain (d)~(f),(j)~(l) with phase conjugate feedback; form (a) to (c),(g)~(i),  $R_{PCM}$ =0.5%,0.9%,1.5%,2.5%,4.1%,4.5%

## 4 结 论

通过仿真模型的建立,对常规光反馈和相位共轭反馈两种反馈机制下垂直腔面发射激光器的动态分岔特性进行比较分析得出:在仿真选择的反馈强度范围内前者经历了三个混沌带,后者经历了两个混沌带且稳定区域较宽;在混沌吸引子产生的过程中前者的实虚部相空间轨迹一直对称,而后者则由不对称发展到对称。与边发射器件相比垂直腔面发射激光器的动态分岔图中混沌带的出现次数、进入混沌的方式以及各状态的存在范围都有着较大的差别。

## 参 考 文 献

- 1 M. S. Torre, C. Masoller, K. A. Shore. Numerical study of optical injection dynamics of vertical-cavity surface-emitting lasers[J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 2004, **40**(1): 25~30
- 2 Keiji Takaoka, Masayuki Ishikawa, Gen-ichi Hatakoshi. Low-threshold and high-temperature operation of InGaAlP-based proton-implanted red VCSELs [J]. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 2001, **7**(2): 381~385
- 3 J. Y. Law, G. P. Agrawal. Effects of optical feedback on static and dynamic characteristics of vertical-cavity surface-emitting lasers[J]. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 1997, **3**(2): 353~358
- 4 P. S. Spencer, C. R. Mirasso, P. Colet *et al.*. Modeling of optical synchronization of chaotic external-cavity VCSEL's[J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1998, **34**(9): 1673~1679
- 5 L. N. Langley, K. A. Shore. Effect of optical feedback on the noise properties of vertical cavity surface emitting lasers[J]. *IEE Proc. -Optoelectron.*, 1997, **144**(1): 34~38
- 6 H. Li, T. L. Lucas, J. G. McInerney *et al.*. Injection locking dynamics of vertical cavity semiconductor lasers under conventional and phase conjugate injection [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1996, **32**(2): 227~234
- 7 B. Krauskopf, G. R. Gray, D. Lenstra. Semiconductor laser with phase-conjugate feedback: Dynamics and bifurcations[J]. *Phys. Rev. E*, 1998, **58**(6): 7190~7197
- 8 Gao Xiao-ming, Zhang Wei-jun, Han Ya-nong. Chaotic dynamics of semiconductor laser with phase conjugation feedback[J]. *Chinese J. Quant. Electron.*, 1998, **15**(3): 253~258
- 9 高晓明,张为俊,韩亚农. 相位共轭反馈半导体激光器混沌动力学[J]. *量子电子学报*, 1998, **15**(3): 253~258
- 10 G. R. Gray, D. Huang, G. P. Agrawal. Chaotic dynamics of semiconductor lasers with phase-conjugate feedback[J]. *Phys. Rev. A*, 1994, **49**(3): 2096~2105
- 11 Zhang Wei-li, Pan Wei, Luo Bin *et al.*. Theoretical analysis on noise sensitivity of VCSELs with external optical feedback[J]. *J. Optoelectronics • Laser*, 2004, **15**(8): 896~899
- 12 张伟利,潘 炜,罗 斌等. 外光反馈下 VCSELs 噪声灵敏性的理论研究[J]. *光电子·激光*, 2004, **15**(8): 896~899
- 13 Li Xiao-feng, Pan Wei, LUO Bin *et al.*. Theoretical study on nonlinear dynamics of vertical-cavity-surface-emitting laser with multiple external optical feedbacks [J]. *Chinese J. Lasers*, 2004, **31**(12): 1450~1454
- 14 李孝峰,潘 炜,罗 斌等. 多次外光反馈下垂直腔面发射激光器非线性动态特性理论研究[J]. *中国激光*, 2004, **31**(12): 1450~1454
- 15 Deng Guo, Pan Wei, Luo Bin. Influence of spontaneous emission factor on the bifurcation and chaos behavior of VCSEL under large signal modulation[J]. *Chinese J. Lasers*, 2004, **31**(3): 293~296
- 16 邓 果,潘 炜,罗 斌. 自发辐射因子对 VCSEL 在大信号调制下的分岔及混沌行为的影响[J]. *中国激光*, 2004, **31**(3): 293~296
- 17 L. N. Langley, K. A. Shore. Intensity noise and linewidth characteristics of laser diodes with phase conjugate optical feedback [J]. *IEE Proc. -Optoelectron.*, 1994, **141**(2): 103~108
- 18 Pan Wei, Zhang Xiao-xia, Luo Bin *et al.*. Vertical cavity surface emitting lasers[J]. *Physics*, 1999, **28**(4): 210~216
- 19 潘 炜,张晓霞,罗 斌等. 垂直腔半导体微腔激光器[J]. *物理*, 1999, **28**(4): 210~216
- 20 S. F. Yu. Nonlinear dynamics of vertical-cavity surface-emitting lasers[J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1999, **35**(3): 332~340
- 21 O. K. Andersen, A. P. A. Fischer, I. C. Lane *et al.*. Experimental stability diagram of a diode laser subject to weak phase-conjugate feedback from a rubidium vapor cell[J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1999, **35**(4): 577~582