文章编号：0258-7025(2005)04-0511-03

一种修正的有限差分光束传播方法

刘　辛，鲁　平，刘德明

(华中科技大学光电子工程系，湖北 武汉 430074)

摘要　对传统的有限差分光束传播法(FD-BPM)进行修正，通过对亥姆赫兹方程进行更准确的推导展开，提出一种修正后的新算法，并将新算法和传统算法应用于平板波导的计算实例，最后通过计算用来衡量算法精度的参量以及计算所花费的总体时间，将新算法与传统算法进行比较，验证了新算法在精度上有所提高，而计算时间并没有受到影响，有一定的实用价值。

关键词　导波光学；修正的有限差分光束传播法；亥姆赫兹方程；泰勒展开；CN 格式差分

中图分类号　O436　　　**文献标识码**　A

An Modified Finite-Difference Beam Propagation Method

LIU Xin, LU Ping, LIU De-ming

(*Department of Optoelectronic Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei* 430074, *China*)

Abstract　According to the more accurate Helmholtz equation, the conventional finite-difference beam propagation method (FD-BPM) is modified and a new algorithm is proposed. Compared with the old algorithm in calculation of slab waveguide, the calculated precision is improved without extending culculating time for the new algorithm

Key words　guided wave optics; modified finite-difference beam propagation method; Helmholtz equation; Talor series expansion; Crank-Nicholson scheme

1　引　言

光束传播方法(BPM)[1]是目前用来计算各种波导结构中波场的主要数值方法，其特点是简单方便，计算速度快，准确性较高。而根据其具体解法的不同又分为快速傅里叶变换光束传播法(FFT-BPM)，有限差分光束传播法(FD-BPM)及有限元光束传播法(FE-BPM)等，快速傅里叶变换光束传播法是较早使用的，现在主要是使用有限差分光束传播法，其计算速度和精确度均比快速傅里叶变换光束传播法高，有限元光束传播法[2]是近年发展起来的，在某些特定情况下精度很高，但还不是十分普及。本文主要是针对有限差分光束传播法作出一些修正，在不影响计算速度的前提下，提高其计算精度。

2　理论推导

考虑二维情况，传统的有限差分光束传播法的计算出发点就是二维情况下的亥姆赫兹方程

$$a\frac{\partial E}{\partial z}=\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}+bE, \tag{1}$$

其中$a=2\mathrm{j}kn_c$，$b=k^2[n^2(x,z)-n_c^2]$，k是自由空间波数，$n(x,z)$是空间折射率分布，n_c是参考折射率。

用 Crank-Nicholson 格式的有限差分对(1)式进行求解，将横向坐标 x 和传输方向坐标 z 均进行离散化，横向步长为 Δx，纵向步长为 Δz。在横向上设光场为 $E_i(i=0,1,\cdots,n)$，对 E_{i+1} 和 E_{i-1} 作 6 阶泰勒展开可得[3]

收稿日期：2004-03-11；收到修改稿日期：2004-06-02

基金项目：武汉市科技攻关计划(20021005l3005)资助项目。

作者简介：刘　辛(1979—)，男，陕西人，华中科技大学光电子工程系硕士研究生，主要从事光通信相关技术的研究。E-mail：lxheros@126.com

$$E_{i+1}=E_i+\Delta x\frac{\partial E_i}{\partial x}+\frac{1}{2}\Delta x^2\frac{\partial^2 E_i}{\partial x^2}+\frac{1}{6}\Delta x^3\frac{\partial^3 E_i}{\partial x^3}+\frac{1}{24}\Delta x^4\frac{\partial^4 E_i}{\partial x^4}+\frac{1}{120}\Delta x^5\frac{\partial^5 E_i}{\partial x^5}+\frac{1}{720}\Delta x^6\frac{\partial^6 E_i}{\partial x^6}, \quad (2)$$

$$E_{i-1}=E_i-\Delta x\frac{\partial E_i}{\partial x}+\frac{1}{2}\Delta x^2\frac{\partial^2 E_i}{\partial x^2}-\frac{1}{6}\Delta x^3\frac{\partial^3 E_i}{\partial x^3}+\frac{1}{24}\Delta x^4\frac{\partial^4 E_i}{\partial x^4}-\frac{1}{120}\Delta x^5\frac{\partial^5 E_i}{\partial x^5}+\frac{1}{720}\Delta x^6\frac{\partial^6 E_i}{\partial x^6}, \quad (3)$$

由(2)式,(3)式相加,得

$$E_{i+1}+E_{i-1}=2E_i+\Delta x^2\frac{\partial^2 E_i}{\partial x^2}+\frac{1}{12}\Delta x^4\frac{\partial^4 E_i}{\partial x^4}+\frac{1}{360}\Delta x^6\frac{\partial^6 E_i}{\partial x^6}$$

即:

$$\frac{\partial^2 E_i}{\partial x^2}=\frac{E_{i+1}+E_{i-1}-2E_i}{\Delta x^2}-\frac{1}{12}\Delta x^2\frac{\partial^4 E_i}{\partial x^4}-\frac{1}{360}\Delta x^4\frac{\partial^6 E_i}{\partial x^6}, \quad (4)$$

传统的有限差分光束传播法只用(4)式等号右边第一项代入(1)式取代$\partial^2 E/\partial x^2$,求出最后的三对角方程组,而现在我们用(4)式右边所有三项来取代(1)式中的$\partial^2 E/\partial x^2$,显然这样精度有所提高。现在的关键就是$\Delta x^2 \frac{\partial^4 E}{\partial x^4}$和$\Delta x^4\frac{\partial^6 E}{\partial x^6}$项的处理,它们就是修正项。反复代入(1)式和(4)式,$\Delta x^2\frac{\partial^4 E}{\partial x^4}$和$\Delta x^4\frac{\partial^6 E}{\partial x^6}$项可作以下变形

$$\Delta x^2\frac{\partial^4 E}{\partial x^4}=\Delta x^2\left[\partial^2\left(\frac{\partial^2 E}{\partial x^2)}\right)\right]\Big/\partial x^2=\Delta x^2\left[\partial^2\left(a\frac{\partial E}{\partial z}-bE\right)\right]\Big/\partial x^2=$$
$$\left(a\frac{\partial E}{\partial z}-bE\right)_{i+1}+\left(a\frac{\partial E}{\partial z}-bE\right)_{i-1}-2\left(a\frac{\partial E}{\partial z}-bE\right)_i+o(\Delta x)^4, \quad (5)$$

$$\Delta x^4\frac{\partial^6 E}{\partial x^6}=\Delta x^4\left[\partial^4\left(\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}\right)\right]\Big/\partial x^4=\Delta x^4\left[\partial^4\left(a\frac{\partial E}{\partial z}-bE\right)\right]\Big/\partial x^4=$$
$$12\left[\left(a\frac{\partial E}{\partial z}-bE\right)_{i+1}+\left(a\frac{\partial E}{\partial z}-bE\right)_{i-1}-2\left(a\frac{\partial E}{\partial z}-bE\right)_i\right]+o(\Delta x)^4, \quad (6)$$

再将(4) ~ (6)式代入(1)式,其中(5)式和(6)式中的Δx的高阶无穷小量可以忽略,得到

$$\frac{E_{i+1}+E_{i-1}-2E_i}{\Delta x^2}=\frac{7}{60}\left(a\frac{\partial E}{\partial z}-bE\right)_{i+1}+\frac{7}{60}\left(a\frac{\partial E}{\partial z}-bE\right)_{i-1}+\frac{23}{30}\left(a\frac{\partial E}{\partial z}-bE\right)_i, \quad (7)$$

将(7)式中的$\partial E/\partial z$写成纵向上的差分形式,得到

$$M\times E_{i-1}^{l+1}+N\times E_i^{l+1}+M\times E_{i+1}^{l+1}=P\times E_{i-1}^l+Q\times E_i^l+P\times E_{i+1}^l, \quad (8)$$

其中,

$$M=\left(\frac{7}{30}\mathrm{j}kn_c-\frac{\Delta z}{2\Delta x^2}-\frac{7}{120}\Delta zb\right),$$
$$N=\left(\frac{23}{15}\mathrm{j}kn_c+\frac{\Delta z}{\Delta x^2}-\frac{23}{60}\Delta zb\right),$$
$$P=\left(\frac{7}{30}\mathrm{j}kn_c+\frac{\Delta z}{2\Delta x^2}+\frac{7}{120}\Delta zb\right),$$
$$Q=\left(\frac{23}{15}\mathrm{j}kn_c-\frac{\Delta z}{\Delta x^2}+\frac{23}{60}\Delta zb\right),$$
$$b=k^2[n^2(x,z)-n_c^2]。$$

E的上标代表纵向上的离散点,下标代表横向上的离散点。

(8)式即为修正后的有限差分光束传播法的最后表达式。在计算时,边界上采用完全透明边界条件(TBC)[4]。

3 模拟结果与分析

以平板波导为例,分别用传统的有限差分光束传播法[5~7]和修正后的有限差分光束传播法进行计算,设平板宽度为40 μm,长100 μm,横向步长0.2 μm,纵向步长0.5 μm,芯层折射率1.5,包层折射率1.45,有效折射率1.4938,传输波长1.55 μm,假设入射为高斯光束。图1(a)和(b)分别为两种方法计算的传输波形。

在计算时横向和纵向上的步长选择很重要,选得很小可以得到高精度,但会大大增加计算时间,而选得太大又可能使精度达不到要求,因此在步长选择上应进行折中处理,对于上例经多次计算表明,在纵向步长小于2 μm,横向步长小于1 μm的情况下是可以得到较满意的结果的。

为了评估修正后算法的精确性,我们计算模式失配损失L_m[8],在二维波导结构中,L_m定义为

$$L_m=-10\log\left[\left|\int E_0E^*\,\mathrm{d}x\right|^2\Big/\left(\int|E_0|^2\mathrm{d}x\right)^2\right],$$

其中E_0为基模场,E^*为传输模场,在单模传输的理想情况下,$L_m=0$,但实际中L_m是不为0的,它的大小反映了算法的准确性。图2是在纵向步长为0.5 μm情

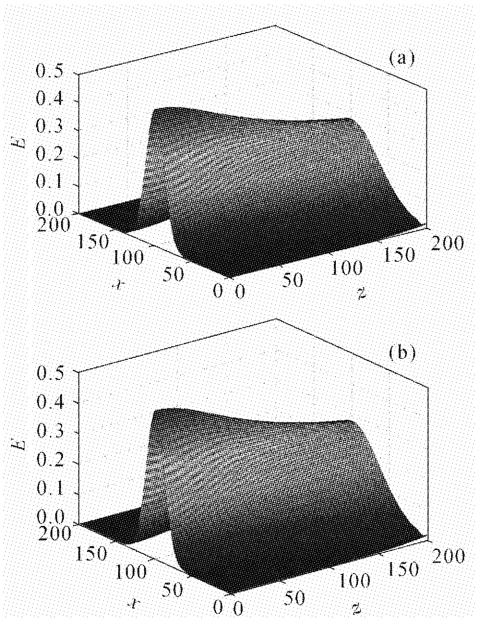

图1 传统有限差分光束传播法(a)和修正有限差分光束传播法(b)计算的传输波形

Fig. 1 (a) Transmission wave-profile by the conventional FD-BPM, (b) transmission wave-profile by the improved FD-BPM

况下,用传统的有限差分光束传播法和修正后的有限差分光束传播法算出的 L_m 随横向步长的变化,从图中可以看出,随横向步长的增加,L_m 逐渐增加,说明横向步长越小越精确,而对同一个横向步长,修正后的算法算出的 L_m 比传统算法算出的 L_m 小,因此修正后的算法精度比传统算法的精度提高了。

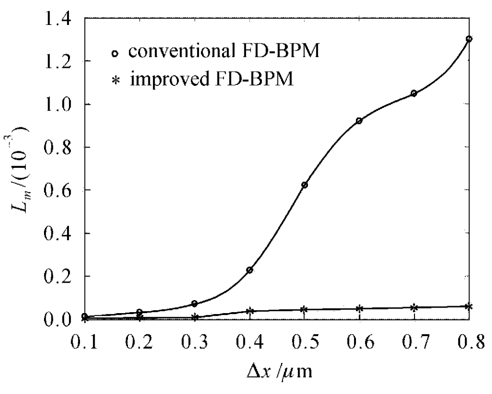

图2 L_m 随横向步长的变化

Fig. 2 Change of the L_m with the horizontal step

由于修正后的算法表现形式也是三对角线性方程组,和传统算法的计算机解法是一样的,因此在计算速度上与传统算法差不多,图3显示了分别用两种算法运算时程序运行时间与步长的关系,从图上可以看出,两种算法时间基本一样。

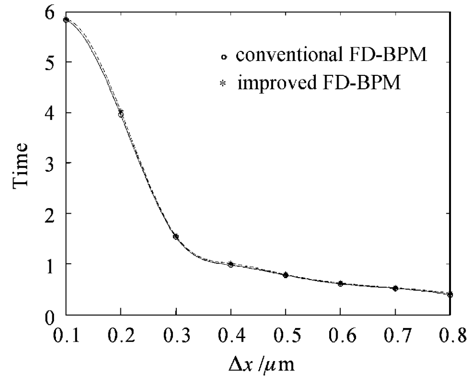

图3 计算时间与横向步长的关系

Fig. 3 Relationship between the calculate time and the horizontal step

4 结 论

对传统的有限差分传播法进行了修正,在不影响计算速度的情况下,提高了传统有限差分光束传播法的精度,在一定程度上提高了算法的准确性。

参 考 文 献

1 Youngchul Chung, Nadir Dagll. An assessment of finite difference beam propagation method [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1990, **26**(8): 1335~1338

2 Li Anying, Yang Yapei. Review of the new development of beam propagation method for analysis of optical waveguide[J]. *Laser Technology*, 2000, **24**(4): 236~240
李安英,杨亚培. 光波导光束传输法数值分析新进展[J]. 激光技术,2000, **24**(4): 236~240

3 Junji Yamauchi, Jun Shibayama, Minoru Sekiguchi *et al.*. Finite-difference beam propagation method based on the generalized douglas scheme for a nonuniform grid[J]. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 1997, **9**(1): 67~69

4 G. Ronald Hadley. Transparent boundary condition for the beam propagation method [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1992, **28**(1): 363~370

5 Lu Ping, Liu Deming, Cao Qian *et al.*. Thoretical analysis of arrayed-waveguide grating as a linear system and its optimal structure design [J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(7): 804~808
鲁 平,刘德明,曹 倩 等. 阵列波导光栅线性系统理论分析及优化设计[J]. 光学学报, 2003, **23**(7): 804~808

6 Wu Yuexiang, Lu Ping, Liu Deming. Simulation of the arrayed waveguide grating with a simple method [J]. *Chinese J. Lasers*, 2003, **30**(6): 521~523
吴粤湘,鲁 平,刘德明. 阵列波导光栅数值模拟的一种简单方法[J]. 中国激光, 2003, **30**(6): 521~523

7 Zhu Daqing, Lu Dongsheng, Xu Zhen'e. Impact of phase error on crosstalk of AWGs [J]. *Chinese J. Lasers*, 2002, **A29**(7): 639~642
朱大庆,陆冬生,许振鄂. 相位误差对阵列波导光栅传输特性的影响[J]. 中国激光, 2002, **A29**(7): 639~642

8 Junji Yamauchi, Jun Shibayama, Minoru Sekiguchi *et al.*. Hisamatsu Nakano-difference beam propagation method based on the generalized douglas scheme for variable coefficients [J]. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 1995, **7**(6): 661~663