

文章编号: 0258-7025(2005)04-0506-05

湍流对部分相干光光谱移动的影响

季小玲^{1,2}, 吕百达^{2,3}

¹ 四川师范大学电子工程学院, 四川 成都 610066
² 四川大学激光物理与化学研究所, 四川 成都 610064
³ 华中科技大学激光技术国家重点实验室, 湖北 武汉 430074

摘要 Wolf 效应, 即部分相干光除满足定标律之外, 即使在自由空间中传输时其光谱一般也会发生变化, 是一类著名的相关诱导光谱变化现象。以高斯-谢尔模型(GSM)光束作为部分相干光的典型例子, 研究湍流对高斯-谢尔模型光束光谱移动的影响。基于部分相干光的传输定理, 并考虑湍流的存在, 推导出了高斯-谢尔模型光束通过湍流介质的光谱公式, 并作了数值计算。研究表明, 无论定标律是否满足, 湍流都会影响高斯-谢尔模型光束的光谱。湍流越强, 与无湍流情况比较光谱移动越大。特别是, 若不满足定标律时轴外光谱还会出现分裂。高斯-谢尔模型光束在湍流介质中的光谱移动由光束的空间相干性、折射率结构常数 C_n^2 和位置等参量决定。

关键词 光谱学; 湍流; 部分相干光; 光谱移动; 光谱分裂

中图分类号 O436 **文献标识码** A

Effect of Turbulence on the Spectral Shift of Partially Coherent Light

Ji Xiao-ling^{1,2}, Lü Bai-da^{2,3}

¹ College of Electronic Engineering, Sichuan Normal University, Chengdu, Sichuan 610066, China
² Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610064, China
³ State Key Laboratory of Laser Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430074, China

Abstract The Wolf effect, i. e., the spectrum of partially coherent light generally changes on propagation even in free space unless the light obeys the scaling law, is a well-known phenomenon of the correlation-induced spectral changes. This paper deals with the influence of turbulence on the spectral shift of the Gaussian Schell-model (GSM) beam, which is taken as a typical example of partially coherent light. Based on the propagation law of partially coherent light and consideration of the presence of turbulence, an expression for the spectrum of GSM beams propagating through turbulence media is derived and numerical calculations are performed. It is shown that the turbulence affects the spectrum of GSM beams, whenever the scaling law holds or does not hold true. The stronger the turbulence is, the larger spectral shift appears in comparison to the case without turbulence. In particular, there is off-axis spectral splitting if the scaling law fails. The spectral shift of GSM beams in turbulence media depends on the beam spatial coherence, refraction index structure constant C_n^2 and position parameter in general.

Key words spectroscopy; turbulence; partially coherent light; spectral shift; spectral splitting

1 引言

1986 年 Wolf 教授证明: 当光源的光谱相干度满足所谓定标定律时, 从光源发出的光在传输中才保持光谱不变。反之, 从违背定标定律的光源发出的光在传输过程中, 其光谱会发生变化。这种现象称为相关诱导的光谱变化或 Wolf 效应^[1]。之后,

人们还发现, 当满足定标定律的部分相干光被光阑衍射时, 会出现衍射诱导的光谱变化^[2~5]。另一方面, 人们对激光在湍流大气中的传输已进行了许多研究, 但重点是研究湍流对激光的相位和光强分布的影响^[6~8], 对光谱变化很少讨论。本文以高斯-谢尔模型(GSM)光束为部分空间相干光的典型例, 就

收稿日期: 2004-01-06; 收到修改稿日期: 2004-05-08

基金项目: 四川省教育厅自然科学基金(2002A089)和激光技术国家重点实验室基金(20010102)资助项目。

作者简介: 季小玲(1963—), 女, 教授, 博士, 主要从事光束的传输与控制研究。E-mail: jixl100@163.com

湍流对光谱移动的影响作了详细的数值计算和分析,得到一些对部分相干光大气传输光谱分析研究有实际意义的结果。

2 理论模型

在空间-频率域中,设高斯-谢尔模型光束在入射面 $z=0$ 处的交叉谱密度函数为

$$W(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, z=0, \omega) = S^{(0)}(\omega) \exp\left(-\frac{\mathbf{r}'_1{}^2 + \mathbf{r}'_2{}^2}{\omega_0^2}\right) \exp\left[-\frac{(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2)^2}{2\sigma_0^2(\omega)}\right], \quad (1)$$

式中 ω 为频率, ω_0 为束腰宽度, $\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2$ 分别为 $z=0$ 处空间两点的径向坐标矢量, $S^{(0)}(\omega)$ 和 $\sigma_0(\omega)$ 分别为源光谱和相关长度。

交叉谱密度通过湍流介质的传输方程为^[9]

$$W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z, \omega) = \left(\frac{k}{2\pi z}\right)^2 \iint W^{(0)}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, z=0, \omega) \times \exp\left\{-\left(\frac{ik}{2z}\right)\left[(\mathbf{r}'_1{}^2 - \mathbf{r}'_2{}^2) - 2(\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}'_2) + (\mathbf{r}_1^2 - \mathbf{r}_2^2)\right] - H\right\} d\mathbf{r}'_1 d\mathbf{r}'_2, \quad (2)$$

式中 $k = \omega/c$ 为波数, c 为光速。 H 为湍流介质扰动而引起的相位起伏,其表达式为

$$H = 4\pi k^2 \int_0^z dz' \int_0^\infty [1 - J_0(\kappa r_0)] \Phi_n(\kappa) \kappa d\kappa, \quad (3)$$

其中

$$r_0 = \left| (\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2) + \frac{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) - (\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2)z'}{z} \right|, \quad (4)$$

J_0 为零阶贝塞耳函数, $\Phi_n(\kappa)$ 为湍流介质的折射率起伏谱密度函数。若采用 Von Karman 谱,则

$$\Phi_n(\kappa) = 0.033 C_n^2 \left(\kappa^2 + \frac{1}{L_0^2}\right)^{-11/6} \cdot \exp\left(-\frac{\kappa^2}{\kappa_m^2}\right), \quad (5)$$

式中 $\kappa_m = 5.92/L_0$, l_0 和 L_0 分别为湍流的内、外尺度。 C_n^2 是折射率结构常数,它表征湍流的强弱。

用傅里叶变换处理(2)式,并简化 Von Karman 谱,当 $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2 = \mathbf{r}$,由(2)式得到光谱强度(简称光谱)为^[9]

$$S(\mathbf{r}, z, \omega) = S^{(0)}(\omega) \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 \int_0^\infty \kappa_d J_0(\kappa_d r) \times \exp\left[-\frac{\omega^2(z)\kappa_d^2}{8} - H\right] d\kappa_d, \quad (6)$$

式中 κ_d 为积分变量,且

$$\begin{cases} \omega(z) = \omega_0 \left\{ 1 + \left(\frac{2cz}{\omega\omega_0}\right)^2 \left[\frac{1}{\omega_0^2} + \frac{1}{\sigma_0^2(\omega)}\right] \right\}^{1/2}, \\ H = 0.547 C_n^2 \left(\frac{\omega}{c}\right)^{1/3} z^{8/3} \kappa_d^{5/3}. \end{cases} \quad (7)$$

当 $C_n^2 = 0$ 时,由(6)式得到高斯-谢尔模型光束通过无湍流自由空间的光谱

$$S(\mathbf{r}, z, \omega) = S^{(0)}(\omega) \frac{\omega_0^2}{\omega^2(z)} \exp\left[-\frac{2r^2}{\omega^2(z)}\right]. \quad (8)$$

(7)式,(8)式表明, $S(\mathbf{r}, z, \omega)$ 与 $S^{(0)}(\omega)$ 一般是不相同的,这即相干诱导的光谱变化。设源光谱 $S^{(0)}(\omega)$

为洛伦兹型

$$S^{(0)}(\omega) = \frac{\Gamma^2}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2}, \quad (9)$$

式中 ω_0 为中心频率, Γ 为源光谱的带宽。将(9)式代入(6)式可计算源光谱为洛伦兹型的高斯-谢尔模型光束通过湍流介质的光谱。(6)式和(9)式表明,高斯-谢尔模型光束在湍流介质中传输时,光谱与光源空间相关长度 $\sigma_0(\omega)$, 谱宽 Γ , 表征湍流强弱的 C_n^2 和考察点位置参量 z, r 有关。

3 数值计算与分析

为了讨论方便,采用归一化光谱 $S(\omega) = S(\mathbf{r}, z, \omega)/S_{\max}(\mathbf{r}, z, \omega)$ 和相对谱位移 $\delta\omega/\omega_0 = (\omega_{\max} - \omega_0)/\omega_0$, 式中 $S_{\max}(\mathbf{r}, z, \omega)$ 和 ω_{\max} 分别为 z 处的最大光谱强度值和所对应的频率。利用(6)式~(9)式就湍流对光谱移动的影响作了数值计算和分析。数值计算参量为 $\omega_0 = 3.2 \times 10^{15}$ rad/s, $\Gamma = 0.6 \times 10^{15}$ rad/s, $\omega_0 = 0.05$ m, $z = 10$ km。

1) 满足定标律的情况

对于高斯-谢尔模型光束,满足定标律的空间相关长度为^[10] $\sigma_0(\omega) = \omega_0 / \sqrt{\gamma\omega^2 - 1}$, 其中 γ 为一常数。图1为满足定标律的高斯-谢尔模型光束轴上点和轴外点归一化光谱 $S(\omega)$ 曲线。图1表明,无湍流($C_n^2 = 0$)时,轴上点和轴外点的光谱都不发生移动,与源光谱 $S^{(0)}(\omega)$ 重合。但湍流会改变光谱分布,当 $C_n^2 = 10^{-14}$ m^{-2/3} 时,轴上点光谱相对位移为 -0.00625 , 即湍流使光谱发生了红移;轴外点 $r = 0.2$ m 和 0.5 m 对应的光谱相对位移分别为 -0.003125 和 0.00625 , 即分别发生了红移和蓝移。

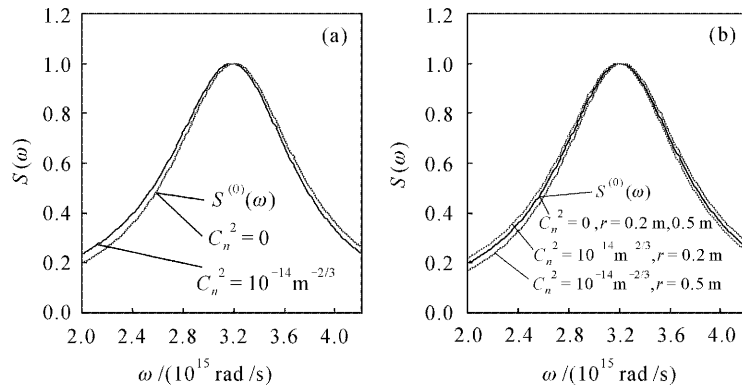


图 1 满足定标律时,归一化光谱 $S(\omega)$ 曲线,(a)轴上点光谱,(b)轴外点光谱

Fig. 1 Normalized spectra $S(\omega)$, (a) on-axis spectra, (b) off-axis spectra if the scaling law is valid

不同湍流情况下,满足定标律的高斯-谢尔模型光束的相对谱移 $\delta\omega/\omega_0$ 随离轴距离 r 的变化曲线示于图 2。

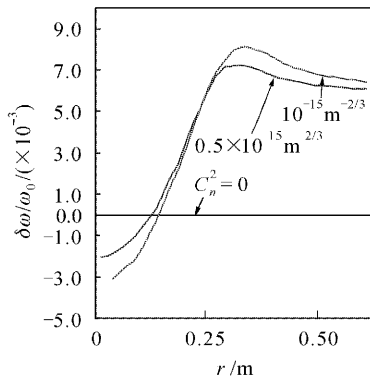


图 2 满足定标律时,相对谱移 $\delta\omega/\omega_0$ 随径向坐标 r 的变化曲线

Fig. 2 Relative spectral shifts $\delta\omega/\omega_0$ versus radial coordinate r if the scaling law is valid

由图 2 可知,无湍流时,光谱不发生位移。但是,有湍流时,轴上点光谱位移为红移,并随着 r 的增大而减小,在某个位置, $\delta\omega/\omega_0 = 0$ 。随后,光谱位移变成了蓝移,随着 r 的增大,蓝移出现一个极大值,其

极大值随着 C_n^2 的增大而增大。但总的来说,位移量均较小,例如, $C_n^2 = 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$, 当 $r = 0.336 \text{ m}$ 时,其最大相对谱移 $\delta\omega/\omega_0$ 为 0.008。

2) 不满足定标律的情况

为简单起见,设此时光源的空间相关长度 $\sigma_0(\omega)$ 与频率无关^[11],即 $\sigma_0(\omega) = \sigma_0$,令 $\alpha = \sigma_0/\omega_0$, α 为高斯-谢尔模型光束的空间相关度。不满足定标律的高斯-谢尔模型光束轴上点和轴外点 $r = 0.08 \text{ m}$ 归一化光谱 $S(\omega)$ 曲线示于图 3。由图 3 可知,高斯-谢尔模型光束在不满足定标律的情况下,即使无湍流时轴上点和轴外点光谱也会发生移动,且湍流还会改变光谱移动量。例如,无湍流时,高斯-谢尔模型光束轴上点和轴外点 $r = 0.08 \text{ m}$ 光谱相对位移分别为 0.019(蓝移)和 -0.028 (红移);有湍流($C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$)时,湍流使得同一轴上点和轴外点的光谱相对位移改变量分别为 -0.0245 和 0.0225。

图 4 为不满足定标律的高斯-谢尔模型光束轴外点归一化光谱曲线。由图 4(a)可以看出, $r = 0.40 \text{ m}$ 处,光谱分裂为两个峰(主峰和次峰)。当离轴距离 r 增大时,次峰的高度也随之增大[图 4(b)]。特别是当

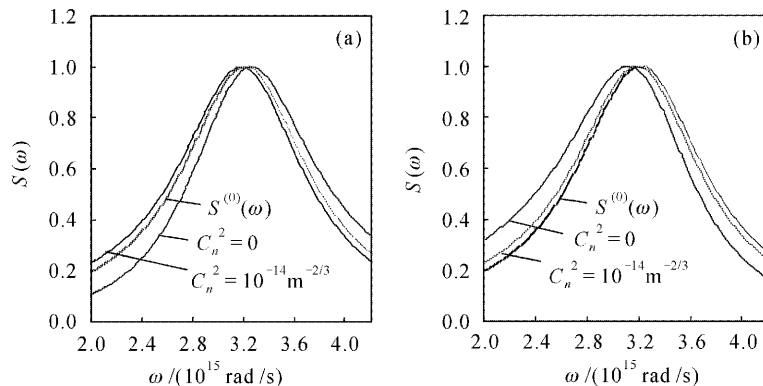


图 3 不满足定标律时,归一化光谱 $S(\omega)$ 曲线, $\alpha=1$, (a)轴上点光谱,(b)轴外点 $r=0.08 \text{ m}$ 光谱

Fig. 3 Normalized spectra $S(\omega)$, $\alpha=1$, (a) on-axis spectra, (b) off-axis spectra at $r=0.08 \text{ m}$ if the scaling law fails

$r_c = 0.422$ m 时, 双峰高度相等 [图 4(c), 称为临界状态], 这意味着光谱位移将有一个迅速的跃变发生, 其光谱相对位移跃变量为 0.488。继续增大 r , 原来的

次峰变为主峰, 且新的主峰高度随着 r 的增大而增大 [图 4(d) 和图 4(e)]。

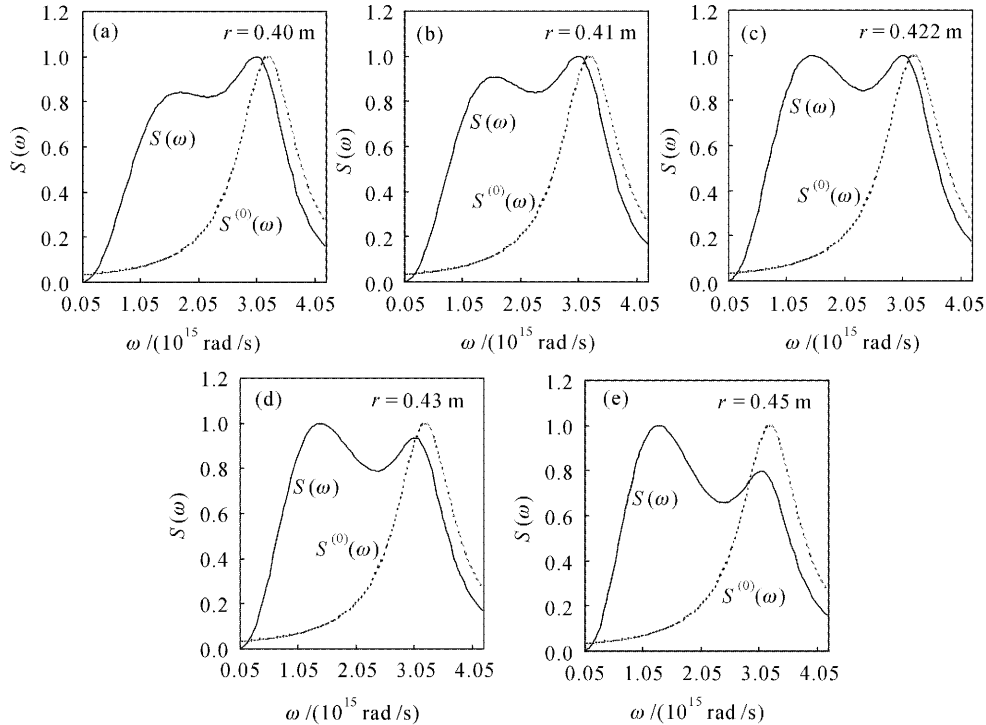


图 4 不满足定标律时, 轴外点归一化光谱 $S(\omega)$ 曲线, $\alpha=0.2, C_n^2=10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$

Fig. 4 Normalized off-axis spectra $S(\omega)$ if the scaling law fails, $\alpha=0.2, C_n^2=10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$

图 5 为不满足定标律时, 高斯-谢尔模型光束的相对谱移 $\delta\omega/\omega_0$ 随离轴距离 r 的变化曲线。图 5(a) 表明, 随 r 的变化有光谱跃变出现, 且 C_n^2 越大, 对应出现光谱跃变的 r_c 和光谱跃变量越大。比较图 5 可知: (1) 随着光束空间相干性变差 (α 减小), 光谱跃变对应的光谱跃变量明显减小, 甚至当 $\alpha=0.2, C_n^2=0$ 时已无光谱跃变出现; (2) 发生光谱跃变的位置 r_c 随着光束空间相干性变差而增大; (3) $\alpha=0.2$ 时, 光谱跃

变均出现在光谱红移区。

图 6 为高斯-谢尔模型光束在临界状态的归一化光谱曲线, 其光谱参量总结于表 1 和表 2, 其中 $\omega_{\text{max}1}$ 和 $\omega_{\text{max}2}$ 为光谱双峰对应的频率, 光谱相对跃变量 $\Delta = (\omega_{\text{max}2} - \omega_{\text{max}1})/\omega_0$, S_{min} 为最小光谱强度值。由图 6(a) 和表 1 可知, α 一定时, 随着 C_n^2 的增大, r_c 值和 Δ 增大, S_{min} 减小, 即临界状态对应的凹陷变深。由图 6(b) 和表 2 可知, C_n^2 一定时, 随着 α 的减

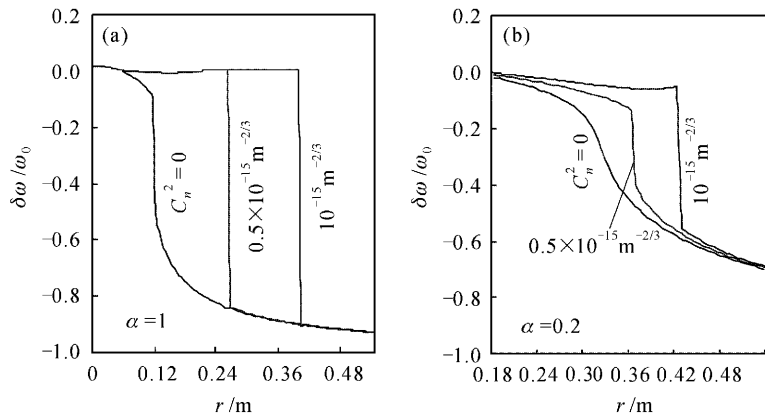


图 5 不满足定标律时, 相对谱移 $\delta\omega/\omega_0$ 随径向坐标 r 的变化曲线

Fig. 5 Relative spectral shift $\delta\omega/\omega_0$ versus radial coordinate r if the scaling law fails

小, r_c 值增大, Δ 减小, S_{\min} 增大。当 $\alpha=0.2$ 时, 已无

光谱分裂出现。

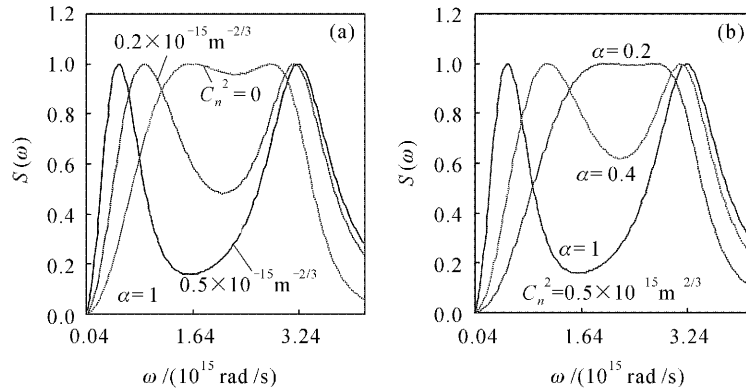


图 6 不满足定标律时, 临界状态位置归一化光谱 $S(\omega)$ 曲线

Fig. 6 Normalized spectra $S(\omega)$ at the critical position if the scaling law fails

表 1 对应图 6(a) 的光谱参量

Table 1 Spectral parameters relating to Fig. 6(a)

$C_n^2/m^{-2/3}$	0	0.2×10^{-15}	0.5×10^{-15}
r_c/mm	0.119	0.168	0.262
$\omega_{\max 1}/(10^{15} \text{ rad/s})$	1.62	0.9	0.52
$\omega_{\max 2}/(10^{15} \text{ rad/s})$	2.8	3.14	3.22
Δ	0.369	0.7	0.844
S_{\min}	0.959	0.483	0.158

表 2 对应图 6(b) 的光谱参量

Table 1 Spectral parameters relating to Fig. 6(b)

α	1	0.4	0.2
r_c/mm	0.262	0.268	
$\omega_{\max 1}/(10^{15} \text{ rad/s})$	0.52	1.12	
$\omega_{\max 2}/(10^{15} \text{ rad/s})$	3.22	3.12	No splitting
Δ	0.844	0.563	
S_{\min}	0.158	0.619	

4 结 论

从部分相干光的传输定理出发, 将湍流介质对激光束的影响用一个起伏的相位因子表示, 重点研究了湍流对高斯-谢尔模型光束光谱移动的影响。得到的主要结果是: 无论源光谱是否满足定标律, 湍流均会影响光谱的分布, 湍流越强, 相对无湍流时出现的光谱移动越大。满足定标律情况下, 湍流对光谱分布影响较小。不满足定标律情况下, 湍流对光谱分布影响较大, 除有光谱移动外, 轴外光谱还会出现分裂。此外, 光束空间相干性越差, 湍流大气中的光谱移动越小。当光束相干性很差时, 光谱分裂现象会消失。部分空间相干光在湍流大气中的光谱移动与光束空间相干性、湍流强度(用折射率结构常数 C_n^2 表征)和观察点位置有关。

参 考 文 献

- 1 Emil Wolf. Invariance of the spectrum of light on propagation [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1986, **56**: 1370~1372
- 2 Jixiong Pu, Huihua Zhang, Shojiro Nemoto. Spectral shifts and spectral switches of partially coherent light passing through an aperture[J]. *Opt. Commun.*, 1999, **162**(4): 57~63
- 3 Jixiong Pu, Shojiro Nemoto. Spectral changes and $1 \times N$ spectral switches in the diffraction of partially coherent light by an aperture[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2002, **19**(2): 339~344
- 4 Lü Baida, Pan Liuzhan. Spectral anomalies and spectral switches of polychromatic partially coherent light diffracted at an aperture[J]. *Science in China (series G)*, 2003, **33**(5): 454~463
吕百达, 潘留占. 被光阑衍射的多色部分空间相干光的光谱变异和光谱开关[J]. *中国科学(G 辑)*, 2003, **33**(5): 454~463
- 5 Pan Liuzhan, Lü Baida. Spectral shifts and spectral switches in Young's experiment at the far zone[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(6): 707~711
潘留占, 吕百达. 杨氏实验远场的光谱位移和光谱开关[J]. *光学学报*, 2003, **23**(6): 707~711
- 6 Jiang Shaoen, Sun Jingwen. Simulation and analysis of nonlinear effect of laser atmospheric propagation[J]. *Chinese J. Lasers*, 1996, **A23**(2): 144~150
江少恩, 孙景文. 激光大气传输非线性效应数值模拟与分析[J]. *中国激光*, 1996, **A23**(2): 144~150
- 7 Rao Ruizhong, Wang Shipeng, Liu Xiaochun *et al.*. Experimental study of spot dancing of laser beam in a turbulent atmosphere[J]. *Chinese J. Lasers*, 2000, **A27**(11): 1011~1015
饶瑞中, 王世鹏, 刘晓春 等. 湍流大气中激光光束漂移的实验研究[J]. *中国激光*, 2000, **A27**(11): 1011~1015
- 8 Wang Shipeng, Rao Ruizhong, Liu Xiaochun. Statistical properties of laser irradiance scintillation in a real turbulent atmosphere throughout a year[J]. *Acta Optica Sinica*, 1999, **19**(3): 390~397
王世鹏, 饶瑞中, 刘晓春. 实际大气中激光强度起伏的全年统计特征[J]. *光学学报*, 1999, **19**(3): 390~397
- 9 Akira Ishimaru. Theory and application of wave propagation and scattering in random media[J]. *Proc. IEEE*, 1977, **65**(7): 1030~1061
- 10 C. Palma, G. Cincotti, G. Guattari. Spectral shift of a Gaussian Schell-model beam beyond a thin lens[J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1998, **34**(2): 378~383
- 11 Zagorka Dacic, Emil Wolf. Changes in the spectrum of a partially coherent light beam propagating in free space[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1988, **5**(7): 1118~1126