

文章编号: 0258-7025(2005)11-1489-06

柯林斯公式的逆运算及其在波面重构中的应用

李俊昌^{1,2}, 陈仲裕^{2,3}, 赵 帅², 鲍乃铿², 钟宝璇²

(¹ 昆明理工大学, 云南 昆明 650093; ² 香港城市大学, 香港;
³ 中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘要 给出描述光波通过傍轴光学系统衍射的柯林斯公式及其逆运算表达式, 然后将数字全息检测研究中的物平面及 CCD 探测平面视为 ABCD 系统的输入平面及输出平面, 提出通过柯林斯公式的逆运算进行波面重构的一种计算方法。为便于该方法的实际应用, 研究了参考光是球面波时全息图的频谱结构, 并从理论上证明, 全息图的频率空间中存在可以通过滤波器分离的物光及共轭物光的频谱。最后, 通过理论模拟及实验研究证明了使用柯林斯公式的逆运算重构波面的可能性。

关键词 全息; 菲涅耳衍射; 数字全息; 波面重构

中图分类号 O 438.1 **文献标识码** A

Anti-Calculation and Its Application of Collins Formula in Wavefront Reconstruction

LI Jun-chang^{1,2}, CHEN Zhong-yu^{2,3}, ZHAO Shuai², BAO Nai-keng², CHUNG Po-sheun²

¹ Kunming University of Science and Technology, Kunming, Yunnan 650093, China

² City University of Hong Kong, Hong Kong, China

³ Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China

Abstract Collins formula, which describes the diffraction of light wave passed through a near-axis optical system, and its inverse calculation expression are presented in this paper. The object plane and charge coupled device (CCD) detector plane which are used in the study of digital holographic detect, are treated as the input and output planes of an ABCD system. An algorithm of wavefront reconstruction is put forward based on the anti-calculation expression of Collins formula. In order to be applied easily in practice, the frequency spectral structure of a hologram when the reference light is a spherical wavefront, is researched. It is demonstrated in theory that the frequency spectra of object wave and its conjugate wave, which can be separated through a wave filter, exist in the frequency space of a hologram. Thus, via the theoretical simulation and experimental result the possibility of wavefront reconstruction using the anti-calculation of Collins formula is proved.

Key words holography; Fresnel diffraction; digital holography; wavefront reconstruction

1 引言

随着计算机及 CCD 探测技术的发展, 在全息测量研究中利用 CCD 列阵记录参考光及物光干涉图像的强度分布, 通过数字图像处理技术获得物光复振幅的技术正获得积极研究^[1~5]。在这类研究中, 通常采用的物平面波面重构模型, 是全息干涉图被

参考光的共轭光照射后形成物体实像并通过沿着光波传播方向的菲涅耳衍射积分计算物体实像的模型^[2~5]。为获得简明的测量结果, 通常选择平行光作为物体的照明光及参考光, 并且让物平面及 CCD 探测面构成共轭像平面, 实现不同尺寸物体的测量。

分析干涉测量的物理内容可以发现, 一旦获得到达干涉屏的物光振幅及相位后, 物平面的光波场

收稿日期: 2005-03-07; 收到修改稿日期: 2005-06-28

基金项目: 国家自然科学基金(60178004)和云南省自然科学基金(20042F0025M)资助项目。

作者简介: 李俊昌(1945—), 男, 昆明理工大学理学院激光所所长, 博士生导师, 主要从事数字光信息处理及激光与物质相互作用领域的研究。E-mail: jcli@vip.163.com

也可以通过逆着光传播方向的衍射逆运算完成。只要建立起正确的衍射逆运算表达式,并且能够通过 CCD 对干涉图的强度测量求出到达 CCD 平面的物光复振幅,原则上并不需要物平面与 CCD 探测平面构成共轭像面。按照这个原则进行数字全息研究,有可能为测试系统的简化及数据处理提供方便。为此,我们根据柯林斯公式^[6]及其逆运算^[7]进行了数字全息研究,获得了较满意的波面重构结果。

2 柯林斯公式的逆运算及其在数字全息中的应用

设轴对称傍轴光学系统可由 2×2 的矩阵 $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ 描述^[7],入射平面及出射平面的坐标分别由 x_0, y_0 及 x, y 定义。柯林斯建立了根据入射平面光波场 $U_0(x_0, y_0)$ 计算出射平面光波场 $U(x, y)$ 的关系^[6]

$$U(x, y) = \frac{\exp(jkL)}{j\lambda B} \iint_{-\infty-\infty}^{\infty} U_0(x_0, y_0) \exp\left\{\frac{jk}{2B}[A(x_0^2 + y_0^2) + D(x^2 + y^2) - 2(xx_0 + yy_0)]\right\} dx_0 dy_0, \quad (1)$$

式中 L 为 ABCD 光学系统的轴上光程, $k = 2\pi/\lambda$, λ 为光波长。

理论分析证明,柯林斯公式存在逆运算式^[7]

$$U_0(x_0, y_0) = \frac{\exp(-jkL)}{-j\lambda B} \iint_{-\infty-\infty}^{\infty} U(x, y) \exp\left\{-\frac{jk}{2B}[D(x^2 + y^2) + A(x_0^2 + y_0^2) - 2(x_0x + y_0y)]\right\} dx dy, \quad (2)$$

于是,(1)(2)两式构成轴对称傍轴光学系统入射平面及出射平面光波场间的相互运算关系。

由于柯林斯公式对物平面光波场 $U_0(x_0, y_0)$ 没有特别限制,在数字全息测量研究中,当需要测量的物体尺寸大于 CCD 探测窗口尺寸时,可以利用会聚球面波照射物体,实现投影尺寸大于 CCD 探测窗口的物体的数字全息记录,反之,利用发散的球面波照射物体,则能实现小尺寸物体的测量,根据实际需要,甚至可以设计成由 ABCD 矩阵元素表述的任意轴对称傍轴光学系统,让物平面与 CCD 平面构成该光学系统的入射及出射平面。只要能够通过 CCD 探测结果求出到达 CCD 平面的物光复振幅,便能利用衍射的逆运算实现物平面光波场的重构,进行数字全息检测或相关研究。

3 球面参考光全息图频谱结构分析

根据 CCD 探测的干涉图像的强度分布求取物光复振幅的研究中,对干涉图像进行傅里叶变换,通过适当设计滤波器分离出物光频谱的方法是一种可取的方法。然而,目前人们主要只讨论参考光是平行光时的情况(例如文献[3]),如果不局限于参考光是平面波,将能为测试光学系统的设计提供不少方便。为此,对参考光是球面波时的干涉图像频谱结构进行讨论。

设 $U(x, y), R(x, y)$ 为到达 CCD 平面的物光及参考光的复振幅,全息图强度分布则为 $I_H(x_1, y_1) = |R|^2 + |U|^2 + R^*U + RU^*$, (3) 对(3)式作傅里叶变换得

$$F\{I_H(x, y)\} = F\{|R(x, y)|^2 + |U(x, y)|^2\} + F\{R^*(x, y)U(x, y)\} + F\{R(x, y)U^*(x, y)\}, \quad (4)$$

利用频域卷积定律有

$$F\{R^*(x, y)U(x, y)\} = F\{R^*(x, y)\} * F\{U(x, y)\},$$

$$F\{R(x, y)U^*(x, y)\} = F\{R(x, y)\} * F\{U^*(x, y)\},$$

令到达 CCD 的参考光为向 CCD 平面后会聚于 (x_d, y_d, d) 的球面波,于是有

$$F\{R(x, y)\} = A_r F\left\{\exp\left[-j\frac{k}{2d}[(x-x_d)^2 + (y-y_d)^2]\right]\right\}$$

其中 A_r 为一个与参考光振幅及初始相位相关的复常数。令频域坐标为 u, v , 容易得到

$$r(u, v) = F\{R(x, y)\} = A_r \frac{\lambda d}{j} \exp\left[-j\frac{\pi(x_d^2 + y_d^2)}{\lambda d}\right] \exp\left\{j\pi\lambda d\left[\left(u - \frac{x_d}{\lambda d}\right)^2 + \left(v - \frac{y_d}{\lambda d}\right)^2\right]\right\}, \quad (5)$$

设 $F\{U^*(x, y)\} = g^*(u, v)$, 先研究(4)式右边最后一项

$$\begin{aligned}
 F\{R(x,y)U^*(x,y)\} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g^*(u',v')r(u-u',v-v')du'dv' = \\
 A_r \frac{\lambda d}{j} \exp\left[-j \frac{\pi(x_d^2+y_d^2)}{\lambda d}\right] &\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g^*(u',v') \exp\left\{j\pi\lambda d \left[\left(u-u'-\frac{x_d}{\lambda d}\right)^2 + \left(v-v'-\frac{y_d}{\lambda d}\right)^2\right]\right\} du'dv' = \\
 A_r \exp\left[-j \frac{\pi(x_d^2+y_d^2)}{\lambda d}\right] \exp\left(-j2\pi \frac{\lambda}{d}\right) \exp\left(j2\pi \frac{\lambda}{d}\right) \times \\
 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g^*(u',v') \frac{\lambda d}{j} \exp\left\{-\frac{\pi\lambda d}{j} \left\{\left[u'-\left(u-\frac{x_d}{\lambda d}\right)\right]^2 + \left[v'-\left(v-\frac{y_d}{\lambda d}\right)\right]^2\right\}\right\} &du'dv',
 \end{aligned}$$

为便于对上述结果作进一步简化,下面将光波在空域的非涅耳衍射公式写为

$$U_d(x_d,y_d) = \exp\left(j \frac{2\pi d}{\lambda}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(x,y) \frac{1}{j\lambda d} \exp\left\{-\frac{\pi}{j\lambda d} [(x-x_d)^2 + (y-y_d)^2]\right\} dx dy,$$

将上一式的结果与非涅耳衍射公式对比不难发现,上一式涉及的是频率空间 $g^*(u,v)$ 经过频域长度 $1/d$ 的“衍射”运算。

在空域的非涅耳衍射研究中,当衍射距离 d 较小时,通常可以忽略衍射对波面的畸变,直接得到 $U_d(x_d,y_d) \approx \exp\left(j \frac{2\pi d}{\lambda}\right) U(x_d,y_d)$ 。类似地,在频率空间只要 $1/d$ 足够小,也可以忽略频域长度 $1/d$ 的“衍射”而直接得到

$$F\{R(x,y)U^*(x,y)\} \approx A_r \exp\left[-j \frac{\pi(x_d^2+y_d^2)}{\lambda d}\right] g^*\left(u-\frac{x_d}{\lambda d},v-\frac{y_d}{\lambda d}\right). \tag{6}$$

事实上,当空域取样间隔为 T 并满足取样定律时,频域宽度大于 $\frac{1}{2T}$ 。通常情况下 $\frac{1}{2T} \gg \frac{1}{d}$ 在实际研究中总是满足的,即 $1/d$ 在所研究的频率空间是一个很小的量。于是,当参考光是球面波时,全息干涉图的频率空间中存在平移了 $\frac{x_d}{\lambda d}, \frac{y_d}{\lambda d}$ 的物光共轭光波的频谱,其数值是该频谱与一模为 1 的复常数的积,该复常数由球面波在空域的波面半径及波束中心位置确定。

令 $F\{U(x,y)\} = g(u,v)$,同理可得

$$F\{R^*(x,y)U(x,y)\} \approx A_r \exp\left[j \frac{\pi(x_d^2+y_d^2)}{\lambda d}\right] g\left(u+\frac{x_d}{\lambda d},v+\frac{y_d}{\lambda d}\right), \tag{7}$$

不难看出,(6),(7) 两式中当 d 趋于无穷时, $x_d/d, y_d/d$ 变为参考光沿 x 及 y 方向的方向余弦,这正是常用的参考光是平面波的理论结果。

因此,合理选择球面参考波的方位,则能在频率空间将物函数的频谱分离出来,为逆运算波面重构提供依据。

4 模拟及实验研究

4.1 模拟研究

模拟及实验研究的简化光路如图 1,设物平面坐标为 x_0y_0 , CCD 探测平面坐标为 xy ,物体振幅透过率为 $P(x_0,y_0)$,照明物光是波面半径 R_0 的沿 z 轴传播的均匀发散球面波。照明光穿过物体后形成物光波,该列波经半反半透镜 M 及透镜 L_f 投射到 CCD 探测平面。

由半反半透镜上方引入参考光,参考光经反射

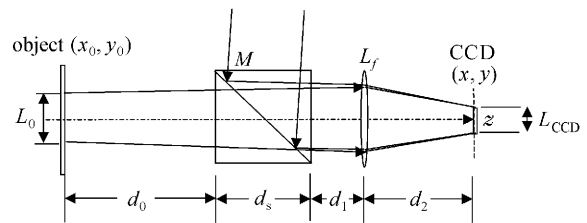


图 1 模拟及实验研究光路

Fig. 1 Schematic optical path of simulative and experimental research

后成为 xyz 坐标系中方向余弦为 $\cos\alpha, \cos\beta$ 及 $\cos\gamma$ 的平行光,再经透镜 L_f 后到达 CCD 屏。

将物体平面到 CCD 平面的光学系统视为一轴对称傍轴光学系统,并且,将球面波对物平面的照明等效于平行光照明后在物平面受到一个焦距为 R_0 的发散透镜的变换,根据矩阵光学理论,矩阵元素确定为

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d_s/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d_0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1/R_0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

式中 f 为透镜焦距, n 为半反半透镜折射率。

令照明物光的振幅为 a_0 , 物平面宽度为 L_0 , 物平面光波场及到达 CCD 屏的参考光波场分别为

$$U_0(x_0, y_0) = \text{rect}\left(\frac{x_0}{L_0}\right) \text{rect}\left(\frac{y_0}{L_0}\right) a_0 P(x_0, y_0), \quad (9)$$

$$R(x, y) = a_r \exp(jkL_{or}) \exp\left\{-j \frac{k}{2(f-d_2)} [(x-f\cos\alpha)^2 + (y-f\cos\beta)^2]\right\}, \quad (10)$$

式中 a_r 为参考光振幅, L_{or} 代表以物平面为参考的到达 CCD 屏的参考光的轴上光程。为能够通过模拟研究较直观地考查物平面波面重构质量, 将振幅透过率的变化正比于名画“蒙娜丽莎”头像的亮度分布(参见图 2(a))。模拟实验系统参数为: $f = 88.3 \text{ mm}$, $n = 1.5$, $\lambda = 0.6328 \text{ }\mu\text{m}$, $R_0 = -1000000 \text{ mm}$, $d_0 = 365 \text{ mm}$, $d_s = 80 \text{ mm}$, $d_1 = 175 \text{ mm}$, $d_2 = 60 \text{ mm}$, $a_0 = 1$, $a_r = 1$, $L_0 = 11.54 \text{ mm}$, $\cos\alpha = 0.002$, $\cos\beta = 0.002$ 。

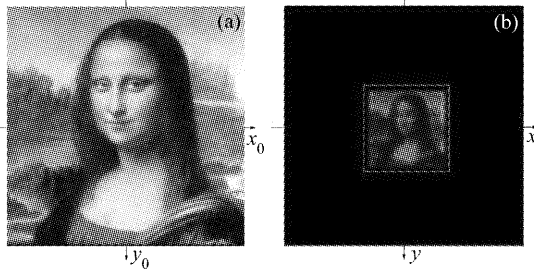


图 2 物平面振幅透过率分布(a)和 CCD 探测平面的干涉图强度分布(b)

(图像尺寸: 11.54 mm × 11.54 mm)

Fig. 2 Amplitude transmissivity distribution on object plane (a) and interference image on CCD screen (b)

(image size: 11.54 mm × 11.54 mm)

模拟研究涉及柯林斯公式(1)及其逆运算式(2)的计算。鉴于表示成卷积形式的菲涅耳衍射及其逆运算可以基于快速傅里叶变换技术, 使用菲涅耳衍射解析传递函数^[7]进行较满意的计算, 我们通过配方处理将(1), (2)两式表示成卷积形式^[7], 使用形式上与菲涅耳衍射解析传递函数相同的传递函数进行计算。实际计算时, 物平面及 CCD 探测屏定义为相同的尺寸 $L_0 \times L_0$, 并使用相同的取样数 512×512 。为模拟 CCD 窗口尺寸小于物平面的情况, 在逆运算时将 CCD 探测窗口外的光波场取样为 0 值。

按照模拟实验系统参数模拟研究的过程及结果如下:

1) 由(1), (9)两式计算到达 CCD 探测平面的

物光 $U(x, y)$, 通过(3)式计算 CCD 平面干涉场强度分布。图 2(b)给出 CCD 探测屏上 0~255 灰度等级表示的强度图像(图中方形框是模拟的 CCD 窗口边界)。

2) 将图 2(b)窗口外光强置 0(本例选择宽度为 $|1.1A \times L_0|$), 对强度图像作傅里叶变换求出其频谱。其幅频响应图示于图 3(a)(为表明各频谱之间的位置关系, 对整幅图像灰度作了限幅放大)。

3) 为得到较好的物光频谱分离效果, 选通滤波器的选择及滤波器半径通常应根据物体频谱宽度、物光频谱的实际位移及对重构光波场质量的要求具体确定。由于模拟研究仅仅为证实所提出方法的可行性, 我们不对滤波器的优化选择作讨论。直接选用 70 像素半径的 5 阶巴特沃什数字滤波器^[8]取出物光频谱。图 3(a)中用浅色圆环示出本例选择的巴特沃什滤波器选通区域。

4) 将取出的物光频谱平移到频谱平面中心, 通过补 0 操作让整幅图像仍然由 512×512 像素构成。根据(2)式并利用 1)说到的计算方法, 逆运算求出物平面物光复振幅。图 3(b)给出重构物面的振幅分布。

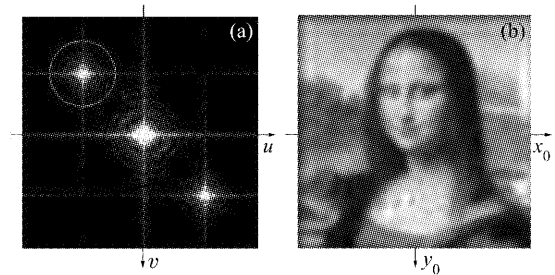


图 3 CCD 屏干涉图像的频谱(a)及分离出物光频谱后重构的图像(b)

(取样数: 512 × 512)

Fig. 3 Spectrum of interference image on CCD screen (a) and reconstructed image from separated object spectrum (b)

(sampling number: 512 × 512)

比较图 2(a)及图 3(b)容易看出,重构图像损失了原图像的细节,这是分离物光频谱时,为滤除直透光及共轭物光的频谱时物光高频分量被滤除的结果。但这不影响模拟研究对本文提出的基于衍射逆运算的波面重建方法以及参考波为球面波时图像频谱结构分析所作的证明。

4.2 实验研究

为实验证明衍射逆运算实现波面重构的可行性,将物体设计为一个透光孔为“光”字的光阑,图 4(a)是光阑的几何投影图像。根据图 1 作模拟研究的光路及参数进行了实验研究。实验时 CCD 屏尺寸为 $5.08 \text{ mm} \times 6.77 \text{ mm}$, 对应像素为 480×640 , 衍射场横向放大率约为 $A = 0.321$ 。由于“光”字衍射图像约包含在 CCD 平面的 $3.7 \text{ mm} \times 3.7 \text{ mm}$ 范围内。为较好地利用已经开发的 512×512 像素重构软件将重构图像满屏显示,物平面边宽选择为 $L_0 = 11.54 \text{ mm} \approx 3.7 \text{ mm}/A$ 。这样,CCD 平面 $5.08 \text{ mm} \times 6.77 \text{ mm}$ 对应的取样数只应为 225×300 。因此,先将 480×640 像素的实际探测图像通过灰度的抛物面插值变换为 225×300 像素图像,然后以测量图像中“光”字衍射图中心为坐标原点,通过补 0 扩展为 512×512 像素的图像(见图 4(b))。

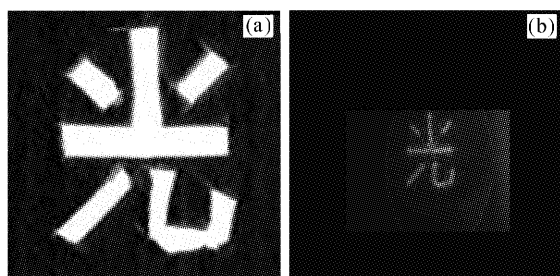


图 4 物平面振幅透过率分布(a)及 CCD 探测平面的干涉图强度分布(b)

(图像尺寸: $11.54 \text{ mm} \times 11.54 \text{ mm}$)

Fig. 4 Amplitude transmissivity distribution on object plane (a) and interference intensity distribution on CCD screen (b)

(image size: $11.54 \text{ mm} \times 11.54 \text{ mm}$)

通过上述处理后,对图 4(b)作傅里叶变换,其幅频响应示于图 5(a);利用计算机数值处理技术,在频谱面上使用半径为 70 像素的巴特沃什滤波器提取物光频谱并作平移到频谱面原点的操作,最后通过逆运算重构的图像示于图 5(b)。

与模拟研究情况相似,重构图像没有清晰的边界,这是获取物光频频谱时损失了原图像空间频率

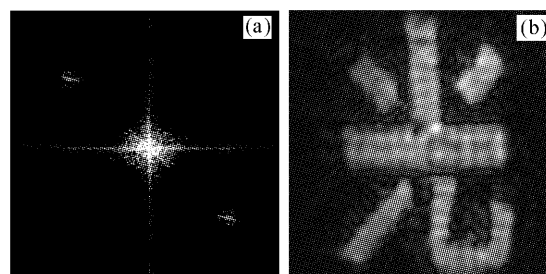


图 5 CCD 屏干涉图像的频谱(a)及分离出物光频谱后重构的图像(b)

(取样数: 512×512)

Fig. 5 Spectrum of interference image on CCD screen (a) and reconstructed image from separated object spectrum (b)

(sampling number: 512×512)

的高频部分导致的结果。但波面重构实验对本文的理论分析已经给出了证明。

5 讨论与结论

在数字全息研究中,由于被测量物体的尺寸通常与 CCD 探测器尺寸有较大差异,在进行实际测量时,通常采用 $4f$ 系统对光束进行变换,让 CCD 探测平面与物平面构成共轭像面,并将参考光选择为平行光,通过计算物体实像及利用实像与原物体的关系实现测量。从实现数字全息测量的角度而言,按照衍射逆运算的概念建立的测量方法可以采用任意的傍轴光学系统,并根据柯林斯公式的逆运算比较简明地获得测量结果,在一定程度上能够简化测量系统的设计及数据处理工作。例如,在本文的实验中,CCD 探测屏的尺寸小于被测量物体的尺寸,若利用传统的 $4f$ 系统进行测量时,必须根据物体的大小及 CCD 屏的尺寸合理选择构成 $4f$ 系统的两个透镜的焦距比。并且,在测量过程中还应让物体准确置于 $4f$ 系统中第一面透镜的前焦面,让 CCD 屏准确置于第二面透镜的后焦面上。当更换测量物体时,如果物体尺寸有较大的变化,通常情况必须重新选择透镜构成新的 $4f$ 系统,被测量物体的位置也应重新准确配置。处理测量数据时,还应考虑所计算物体的像与物体的坐标变换关系,才能获得相应的测量结果。但按照图 1 的测量方法,只用一片透镜便能完成将物光信息会聚于 CCD 探测屏的工作,被测量物体及 CCD 屏均能根据实际条件灵活放置。并且,当被测量物体尺寸发生变化时,只需要通过平移 CCD 改变 CCD 屏到透镜的距离,便能让携带着

被测量物体信息的干涉光波场充满 CCD 视场,较满意地完成测量。在处理实验数据时,由于衍射逆运算直接计算被测量物体平面的光波场,省略了使用传统测量方法时物体的像光场与物平面光波场的坐标变换手续。

应该指出,通过干涉图像的强度测量获取物光复振幅有许多方法^[9]。例如,当被测量物体只对照明光的相位进行调制时,可以设计能避免相移元件机械运动误差的液晶光调制计算全息相移器^[10],对参考光引入不同的相移,通过多幅相移干涉图的强度测量及解光强方程组获取物光复振幅。并且,处理数据时使用一些优化的减小相移器移相误差的方法^[11],获得较满意的逆运算波面重构结果。实际应用中,应根据对测量精度的要求及实验条件采用相应的物光场分离方法。

综上所述,本文提出并证明了通过衍射逆运算进行波面重构的可能性,并对参考波是球面波时干涉图像频谱结构进行了理论分析,对于数字全息及相关研究应是一种有益的参考。

参 考 文 献

- 1 U. Schar, W. Jüpter. Direct recording of holograms by a CCD target and numerical reconstruction [J]. *Appl. Opt.*, 1994, **33**(2):179~181
- 2 E. Cuche, F. Bevilacqua, C. Depeursing. Digital holography for quantitative phase-contrast imaging [J]. *Opt. Lett.*, 1999, **24**(5):291~293
- 3 Liu Cheng, Li Yinzhu, Li Liangyu *et al.*. A new way to eliminate the zero-order image in digital holography [J]. *Chinese J. Lasers*, 2001, **A28**(11):1024~1026
- 4 刘 诚,李银柱,李良钰等. 数字全息测量技术中消除零级衍射像的方法[J]. *中国激光*, 2001, **A28**(11):1024~1026
- 5 Naveen Kumar Nishchal, Joby Joseph, Kehar Singh. Securing information using fractional Fourier transform in digital holography [J]. *Opt. Commun.*, 2004, **235**:253~259
- 6 Yimo Zhang, Qieni Lü, Baozhen Ge. Elimination of zero-order diffraction in digital off-axis holography [J]. *Opt. Commun.*, 2004, **240**:261~267
- 7 S. A. Collins, Jr.. Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1970, **60**(9):1168~1177
- 8 Li Junchang. Laser Diffraction and Heat Effect Calculation [M]. Beijing: Science Press, 2002. 87, 143, 157~168
- 9 李俊昌 著. 激光的衍射及热作用计算[M]. 北京:科学出版社, 2002. 87, 143, 157~168
- 10 Yu Biazhang, Li Zhijun, Jin Minglu. Digital Signal Processing [M]. Xi'an: Publishing House of Northwest Industry University, 1995. 97
- 11 俞卞章,李志均,金明录 编著. 数字信号处理[M]. 西安:西北工业大学出版社, 1995. 97
- 9 Qian Kema, Xu Boqin, Wu Xiaoping. Phase-shifting error in optical interferometry [J]. *Journal of Experimental Mechanics*, 2001, **16**(3):239~249
- 钱克矛,续伯钦,伍小平. 光学干涉计量中的位相测量方法[J]. *实验力学*, 2001, **16**(3):239~249
- 10 Rong Zhenyu, Guo Chengshan, Zhang Li *et al.*. Computer-generated holographic phase shifter with liquid crystal display [J]. *Chinese J. Lasers*, 2004, **31**(6):693~697
- 荣振宇,国承山,张 莉等. 液晶光调制计算全息相移器[J]. *中国激光*, 2004, **31**(6):693~697
- 11 Hui Mei, Niu Hanben, Li Qingxiang *et al.*. Algorithm in phase-stepping interferometry based on characteristic polynomial [J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(7):874~878
- 惠 梅,牛憨笨,李庆祥等. 用特征多项式构造相移干涉相位提取算式[J]. *光学学报*, 2003, **23**(7):874~878