

文章编号: 0258-7025(2004)Supplement-0503-04

光波导的有限差分光束传播法设计及分析

林斌, 连华, 金梦笔

(浙江大学国家光学仪器工程技术研究中心, 浙江 杭州 310027)

摘要 讨论光波导数值计算方法中的有限差分光束传播法(FD-BPM)的设计与分析。从光波导理论、光波导数值算法、偏微分方程的差分方法引入FD-BPM算法。讨论了边界条件的计算及作用。结合具体光波导结构,运用FD-BPM算法进行数值计算;对得出的结论,通过改变不同参量,进行了结果的比较和分析。

关键词 数值计算; 有限差分光束传播法; 光波导

中图分类号 TN252

文献标识码 A

Optical Waveguide Calculation and Discussion with Finite-Difference Beam Propagation Method

LIN Bin, LIAN Hua, JIN Meng-bi

(China National Optical Instrument Engineering Researching Center, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China)

Abstract This paper mainly covers the issue of Finite-Difference Beam Propagation Method (FD-BPM), which is one of the numerical methods of optical waveguide calculation. In order to discuss the problem and bring in the foundation of the method, the following problem is discussed ordinarily: theory of optical waveguide, numerical method of optical waveguide, difference method of partial differential equation. With the basis, the FD-BPM becomes clear. After all these theories, the boundary condition, especially the transparent boundary condition (TBC) are discussed. At last, a concrete optical waveguide structure is inducted. A series of calculations and discussions are followed in order to compare the usage of different parameters.

Key words numerical calculation methods; FD-BPM; optical waveguide

1 引言

光波通过波导传播的数值分析是光纤通信技术的重要研究课题。Feit 和 Fleck 提出的快速傅里叶变换光束传播法(FFT-BPM)波导法是分析各种类型光波导传播特性的常用分析方法。但其源于标量波方程,在实际运用中适用条件限制较多,如最大折射率的变化和最大传播步长,计算效率低、速度慢。针对这些问题,1989年,D. Yevick 等提出了一种新方法^[1,2]——有限差分光束传输法(FD-BPM);波导横截面被分成很多方格,在每一个格内的场用差分方程来表示,加入边界条件,可得到整个横截面的场分布,最终得到整个波导中的场分布。在FD-BPM中,传播就是解有限差分方程,由于 x, y 极化的边界条件可以被合并到FD-BPM方程中,且可以是半矢量的,在处理极化问题上,比FFT-BPM好,可以分辨出TE模和TM模。在处理弯曲波导时,为了模拟光波的传播,可用两

维圆柱坐标的标量场来分析。这种方法不仅体现了在靠近介质界面处的极化特性,而且很准确地模拟了在半径很小的情况下的波传播,可准确地估计散射损耗与传播损耗,优化波导结构^[3]。本文根据FD-BPM中在光波导场计算模型,讨论边界条件的计算及作用。结合具体的光波导结构,进行算法的数值模拟计算;对得出的结论,通过改变不同参量,进行比较和分析,确定计算的精度。

2 理论计算模型

标量场中光波亥姆霍兹方程

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + k(x, y, z)^2 \Phi = 0 \quad (1)$$

假设光波在光波导中沿着 z 方向传播,令

$$\Phi(x, y, z) = u(x, y, z) \exp(ikz)$$

k 代表了场量 Φ 的平均相位变化(参考波数)。考虑典型的光波导结构可采用近轴处理,(1)式可以三维

及二维简化为

$$2i\bar{k}u_z + u_{xx} + u_{yy} + (k^2 - \bar{k}^2)u = 0 \quad (2)$$

$$2i\bar{k}u_z + u_{xx} + (k^2 - \bar{k}^2)u = 0 \quad (3)$$

在基本的 BPM 算法中,假设输入的光场为 $u(x, z_0)$, 在 $z_0 + \Delta z$ 处光场的分布

$$u(x, z_0 + \Delta z) = \psi(x, z_0 + \Delta z) \exp(i\Gamma) \quad (4)$$

通过快速傅里叶变换及逆快速傅里叶变换, 求出 $\psi(z_0 + \Delta z)$ 可以计算光波传播的具体分布。重复过程, 可得到光场沿 z 轴的传播情况。上述运算的精度取决于计算区域内, 步长 Δz 以及 x 方向上网格的大小 Δx 。一般来说, 这两个值越小, 结果越精确。

在 FD-BPM 中,

$$u_z = A(x, z)u_{xx} + B(x, z)u \quad (5)$$

根据偏微分方程差分理论, 按照 Crank-Nicolson 格式规整, 令 $h = \Delta z, \rho = \Delta z / \Delta x^2$ 可以得到 FD-BPM 的基本公式

$$\begin{cases} a_s u_{s-1}^{r+1} + b_s u_s^{r+1} + c_s u_{s+1}^{r+1} = d_s, & s=1, \Lambda, N-1 \\ a_s = c_s = -\rho A_s^{r+1/2} \\ b_s = [2(1 - \rho A_s^{r+1/2}) + h B_s^{r+1/2}] u_s^r + \rho A_s^{r+1/2} (u_{s-1}^r + u_{s+1}^r) \end{cases} \quad (6)$$

只要知道初始的光场分布, 结合一定的边界条件, 就能得出沿传播方法各个位置的光场分布。计算时, 给出光场沿 z 轴第 r 阶的分布, 代入(6)式得出 $r+1$ 阶的分布, 反复迭代即可。

3 透明边界条件

光波导器件中, 场分布在无穷远处是趋于零的, 即场分布数值及一阶导数值均为零。将计算窗口取得足够大时, 可用最简单的 Dirichlet 边界条件或 Neumann 边界条件^[4]。然而, 在非本征模式传播和弯曲波导传播等情况中, 简单地使用上述边界条件, 必然有反射波的存在。为解决这一干扰, Hadley 提出了透明边界条件^[5], 极大地消除了计算窗口的边界反射现象, 而算法上却保持简单的形式。

二维情况只需计算边界点, 计算重点限定在衍射条件: 通过简单的变换, 从能量守恒的角度改写成

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_a^b |u|^2 dx = \frac{i}{2k} \left(u^* \frac{\partial u}{\partial x} - u \frac{\partial u^*}{\partial x} \right) \Big|_a^b = -F_b + F_a \quad (7)$$

式中, F_b 代表离开右边界的能流, F_a 代表进入左边界的能流。对于两个边界的处理是完全等价的, 可仅仅考虑其中一边的条件, 以下设计都是基于右边界的。设 $u = u_0 \exp(ik_x x)$, 可以得到 $F_b = \text{Re}(k_x) |u(b)|^2 / k$ 。只要 k_x 的实部是正的, 它对边界整个能量的变化就永远是负的, 满足使外部的能流无法流回计算窗口的要

求, 但流出计算窗口的能流的大小仍然是由 k_x 决定, 因此对于 k_x 值的取定以及优化对于 TBC 条件的作用是关键。

具体的二维透明边界条件算法, 先只考虑计算窗口的右边界条件。假设边界附件的两个节点的值满足指数关系 ($u = u_0 \exp(ik_x x)$ 假设), 即

$$\frac{u_N^r}{u_{N-1}^r} = \frac{u_N^{r+1}}{u_{N-1}^{r+1}} = \exp(ik_x \Delta x) \quad (8)$$

k_x 是一个复数, 实部满足关系 $0 < \text{Re}(k_x) < \pi / \Delta x$ 。计算 k_x 值, 可以假设已经得到第 r 阶的分布, 然后将第 r 阶的边界附近的点, 根据(8)式得出第 r 阶的 k_x 值, 然后对其进行修正, 使之成为第 $r+1$ 阶的 k_x 值。对 k_x 值的修正是和波前与边界所成角度有关的, 如图 1。

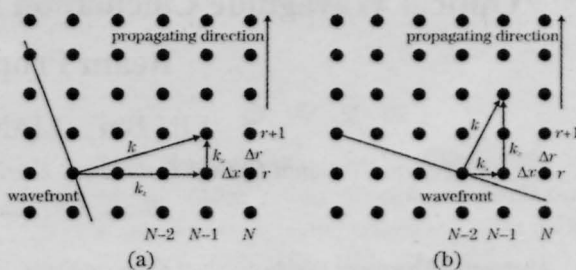


图 1 第 r 阶时的边界点的取值

Fig.1 In r order boundary

图 1(a) 所示第 r 阶时的边界附近的若干个点会共同作用来影响第 $r+1$ 阶的邻近边界点的值, 也就是第 $r+1$ 阶的边界点的值, 是由 r 阶的 $N-m$ 以及 $N-m-1$ 作用的结果。

推导出 k_x 的数值, 由(8)式可知计算公式如下

$$\exp(ik_x \Delta x) = \frac{u_{N-m}}{u_{N-m-1}} \quad (9)$$

m 是由几何关系决定

$$m = \frac{\Delta z}{\Delta r} \frac{k_x}{\sqrt{k^2 - k_x^2}} \quad (10)$$

(10) 式中的 k_x 是上一阶计算出来的 k_x 值, 因此实际上是一个迭代的过程。

(9) 式和(8)式的形式是一致的, 但一个显著区别就是(9)式是从离开边界点一段距离之外的两个节点计算而得的。这种关系反映了图 1(a) 波前产生的较大的锥角, 以及可能带来的较大的传播步长。

图 1(b) 用最边缘的两个节点 $N-1$ 以及 $N-2$ 的值来估算第 $r+m$ 阶的值。 k_x 的计算公式相应改变

$$\eta^{m+1} = \alpha \frac{u_{N-1}}{u_{N-2}} + (1-\alpha)\eta^n \quad (11)$$

η 是由 k_x 决定的函数

$$\eta = \exp(ik_x \Delta x) \quad (12)$$

而另一个参量 α 同样由图中的几何关系计算得出

的,即

$$\alpha = \frac{\Delta z}{\Delta r} \frac{k_x}{\sqrt{k^2 - k_x^2}} \quad (13)$$

(10)式和(13)式的形式是等价的,根据计算结果值判断是 α 还是 m 。若 ≥ 1 ,则取整作为 m ,计算 k_x 的值;反之 < 1 ,则直接作为 α 计算 k_x 的值。对于最特殊的情况,即 $m=1$ 的时候,以上这两种情况是完全等价的。

二维透明边界条件 (2D-TBC) 算法的具体步骤:

1) 假设第 r 阶计算结果已知,通过(9)~(13)式来计算第 $r+1$ 阶计算所需的 k_x 。计算出的 k_x 是一个复数,取其部;如果 k_x 的实部为负,则进一步取其绝对值。

2) 重新定义边界点 u 值的大小,以保证其始终满足(8)式的关系式。

3) 通过解差分方程得到第 $r+1$ 阶的内部节点的值;通过解如下的线性方程得到第 $r+1$ 阶的边界节点的值

$$u_N^{r+1} = u_{N-1}^{r+1} \exp(ik_x \Delta x)$$

4) 反复迭代过程 1)~3)即可得出沿传播方向 z 的光场分布。

三维条件下,计算边界条件比较复杂,有两个横向的分量需要处理。为使二三维的算法相兼容,引入分步方式将不同的横向分量以同样的方式处理。 $z+\Delta z$ 处的光场值是通过 z 处场的分布进行如下近似得到

$$u(z+\Delta z) = \exp\left(\frac{ik_x \Delta x}{-2k}\right) D_x(\Delta z) D_y(\Delta z) u(z)$$

$D_x(\Delta z)$ 沿着 z 轴传播 Δz 距离之后的场分布。式子都适合应用于TBC算法的每一个行、列。对于不同行不同列 k_x 是不同的,可以根据行列的第 r 阶边界点确定 $r+1$ 阶的 k_x 值,完成与二维时候同样的任务。

4 平板波导结构的算例

将一个对称平板波导结构作为详细的算例,阐明有限差分光束传播法的实现形式,并在此基础上,对于影响计算结果的各个参量的作用进行讨论。

如图2所示为对称平板波导结构,波导中心厚度 $1 \mu\text{m}$,中心折射率1.50,包层折射率1.45。

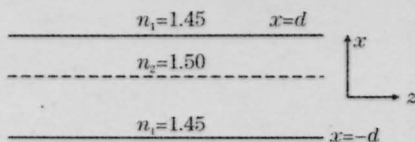


图2 对称平板波导结构

Fig.2 A concrete optical waveguide structure

首先,根据对称平板波导的结构,计算出波导中允许存在的光波模式,求出传播常数。可以将这个作为输入波导的初始光波。然后,根据FD-BPM的算法结合TBC条件,求出沿 z 传播的光场分布。

4.1 传播常数的计算求解

求得结果为: $h=1.1552, p=1.0436, \beta=5.9698$,如图3所示。

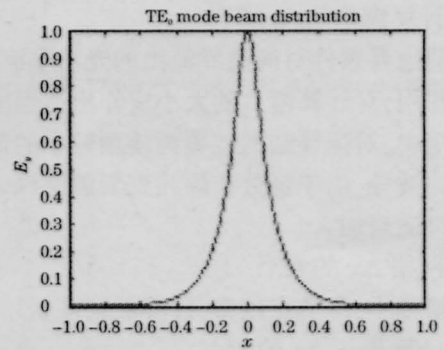


图3 TE₀模输入光波沿 z 传播的光场分布

Fig.3 Beam distribution of TE₀ mode along with z

4.2 FD-BPM 计算光波导

计算窗口: $-40d < x < 40d$,

波导芯层: $-d < x < d$,

$\Delta x: d/5, \Delta z: d/5$,

计算次数: 50 (即光波传播了 $50\Delta z=10d$ 的距离)。

波导结构: 由前面的计算结果得到,输入光波——TE₀模光。

波导结构计算结果:

$h=1.1552, p=1.0436, n_1=1.50, n_2=1.45, d=0.5$,

$k_0=2\pi/1.550, \alpha=(n_1^2-n_2^2)k_0^2, \beta=5.9698$ 。

输入的TE₀模光场,共计算50个 Δz ,计算得到的光场分布结果如图4。

可以看出,在介质的边缘点处,有一定的反射效

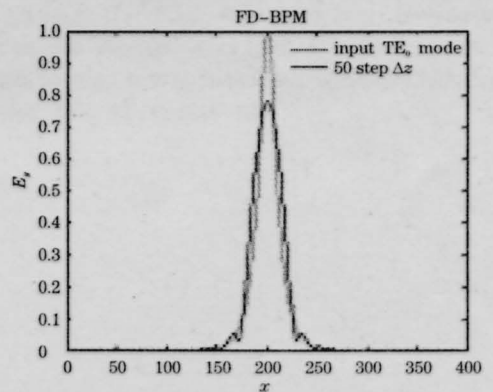


图4 FD-BPM 计算光波导的光场分布

Fig.4 Beam distribution of FD-BPM optical waveguide calculation

应,但是相对整个振幅,是很小的,可见,边界条件的设置是合适的。

5 分析与讨论

在波导结构确定时,计算窗口大小、网格大小 Δx ,计算步长 Δz ,重复计算次数和输入的初始光波都可能影响计算结果。

1) 计算窗口的大小

透明边界条件对向边界流出的光功率流有极强的吸收作用,对计算窗口的大小应作出适当的选择。实际应用中,对强导结构波导可使用较小的窗口,对弱导结构波导,由于场分布深入到限制层深处,所以要求窗口适当加大。

2) 网格 Δx 的大小

网格越小,即节点越多,计算的精度就越高。

3) 计算步长 Δz 的大小

步长越小越精确。

4) 重复计算的次数

随着传播距离的增大,反射效应的降低。

5) 输入的初始光波

在传输一定距离之后,光波的分布逐渐趋向于规则的TE模光波。

影响FD-BPM及TBC条件计算光波导精度的因素还很多。主要表现为以下几个因素。

1) TM模的计算精度远不如TE模来得高。

2) 在FD-BPM法中,由于差分格式的使用,使光波导中折射率的变化对FD-BPM的精度影响变小

参 考 文 献

- 1 R. Scarmozzino, R. M. Osgood, Jr. Comparison of finite-difference and Fourier-transform solutions of the parabolic wave equation with emphasis on integrated-optics applications[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1991, (8): 724-731
- 2 Li Anying, Yang Yapei. Review of the new development of beam propagation method for analysis of optical waveguide [J]. *Laser Technology*, 2000, 24(4): 236-240
李安英等. 光波导光束传播法数值分析新进展 [J]. *激光技术*, 2000, 24(4): 236-240
- 3 G. Ronald Hadley. Transparent boundary condition for beam propagation[J]. *Opt. Lett.*, 1991, 6(9): 624-626
- 4 R. Scarmozzino, A. Gopinath, R. Pregla et al. Numerical techniques for modeling guided-wave photonic devices [J]. *IEEE J. Selected Topics in Quantum Electron.*, 2000, (6): 150-162
- 5 Yang Jianyi, Feng Hao, Wang Minghua. Analysis of the finite difference beam propagation method [J]. *Chinese J. Computational Physics*, 1996, 13(1): 21-28
杨建义等. 有限差分光束传输法的分析 [J]. *计算物理*, 1996, 13(1): 21-28
- 6 Ge Haibo, Wang Haitong. Analysis method of beam propagation in dielectric waveguide[J]. *J. Tech. Armed Force*, 1997, 13(3): 12-17
葛海波等. 光波束在介质波导中传播分析的方法探讨[J]. *武警技术学院学报*, 1997, 13(3): 12-17