

文章编号: 0258-7025(2004)Supplement-0103-04

# 毛细管放电 Z 箍缩等离子体雪靶模型

程元丽, 李思宁, 王 骥

(哈尔滨工业大学可调谐激光技术国家级重点实验室, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要** 估算了毛细管放电类氩氦 46.9 nm 软 X 射线激光的放电参数, 讨论了放电过程中毛细管阻抗特性的变化。并从等离子体 Z 箍缩效应的原理出发, 根据产生高温、高密度等离子体的雪靶模型, 建立了毛细管放电条件下的方程组, 对等离子体柱半径及等离子体坍塌时间进行了计算。

**关键词** 等离子体; 毛细管放电; X 射线激光; Z 箍缩

中图分类号 TN248

文献标识码 A

## Study on Capillary Plasma Z-Pinch Evolution Based on Snow-Plow

CHENG Yuan-li, LI Si-ning, WANG Qi

(National Key Laboratory of Tunable Laser Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150001, China)

**Abstract** The origin parameters for Ne-like Ar 46.9 nm, Ne-like Kr and Ni-like Xe laser by capillary discharge are estimated. The impedance characteristic of capillary for different lengths of gas column is investigated both in theory and experiments. Based on "snow-plow" model, the Z-pinch evolution in capillary discharge is presented. Calculated and measured results of pinch time are compared.

**Key words** plasma; capillary discharge; X-ray laser; Z-pinch

### 1 引言

毛细管放电 Z-箍缩示意图如图 1 所示。毛细管内预电离等离子体(+1, +2 价离子)在外加强电场作用下, 流过大电流, 此时柱内外就会产生磁力线环绕自身电流的径向磁场, 这个磁场和电流相互作用产生的洛伦兹力总是指向中心轴, 因而等离子体中电子向内箍缩, 在箍缩过程中等离子体的密度和温度增加, 其动力压强也增加, 抵抗等离子体柱的收缩, 当动力压强和磁压强之间达到平衡时, 柱半径不再随时间改变, 这时是平衡箍缩。只要磁压强大于动力压强, 柱半径就将随时间变化, 这是个动力学过程。雪靶模型能够从宏观的角度较好地描述等离子体动力箍缩过程, 给出等离子体宏观参量之间的关系。雪靶模型的基本思想是: 由于等离子体中的趋肤效应形成的电流鞘层, 在向轴心箍缩过程中, 向活

塞或推雪机一样将所遇到的等离子体堆积在鞘层内, 并和鞘层一起以同样的速度向内运动。

以下我们首先对毛细管放电激励软 X 射线激光的放电条件进行了估算, 讨论了毛细管放电阻抗特性的变化、电流与电压的关系。并在雪靶模型的

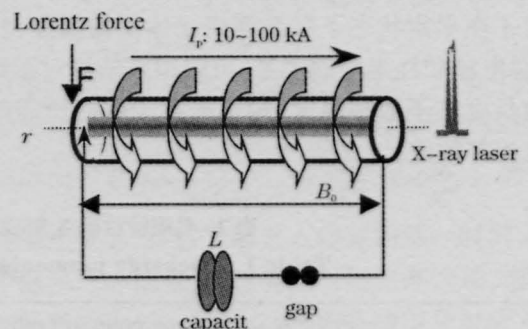


图 1 毛细管放电 Z 箍缩示意图

Fig.1 Illustration of capillary discharge Z-pinch

基金项目: 国家自然科学基金(60038010)、国家 863 计划项目资助课题。

作者简介: 程元丽(1971-), 女, 哈尔滨工业大学可调谐激光技术国家级重点实验室博士, 讲师, 主要从事 X 射线激光及等离子体诊断研究。E-mail: cyl\_ice@hotmail.com

基础上建立了毛细管放电条件下的数学方程组,等  
离子体半径的变化及坍塌时间进行计算。

## 2 毛细管放电类氩氙软 X 射线激光的 放电参数

### 2.1 产生类氩氙 46.9 nm 激光的等离子体条件

在电子碰撞机制中,单位时间内的碰撞次数依  
赖于电子的温度和密度。电子碰撞包括碰撞激发和  
退激发两方面。随电子密度的不断增加,激光上能  
级的退激发速率趋近于辐射衰变速率,则粒子数的  
反转将开始遭到破坏。这样在等离子体内为支持粒  
子数反转对,电子密度有一个上限的限制<sup>[2]</sup>:

$$n_e^{\max} = 5.1 \times 10^{24} A_{ul} (kT_e)^{1/2} / (\lambda_{ul}^3 A_{ul} \langle G_{ul} \rangle) \text{ cm}^{-3} \quad (1)$$

其中  $G_{ul}$  是修正因子,取值在 0.1~1 之间。对于光性  
薄氩等离子体,在  $kT_e$  为 60~80 eV 时,等离子体内  
有较大的类氩离子丰度(~90%)<sup>[2]</sup>;对于 Ar IX 3p-3s  
46.9 nm 激光,由 Cowan 程序计算结果, $A_{10} = 1.7 \times$   
 $10_{11} \text{ s}^{-1}$ ,  $A_{ul} = 1.0 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$ ,所以最大电子密度  $n_e^{\max} \approx$   
 $1.9 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ ,我们取最佳电子密度  $(n_e^{\max})_{\text{opt}} = n_e^{\max} / 2 \approx$   
 $1 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ 。

在毛细管放电实验中,可以近似认为等离子体柱  
在坍塌时达到平衡,此时假设等离子体中绝大部分氩  
离子为 +8 价的类氩离子,即有  $n_e = 8n_p = 8n$ ,  $T_e = T_p = T$   
箍缩后的等离子体柱的最小半径  $r_p$  为 200~250  $\mu\text{m}$   
左右,箍缩前毛细管半径为 2 mm,可得出箍缩前氩  
原子的粒子数密度为  $n_0 = (1,25 \sim 2,25) \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,则毛  
细管内初始氩气的压强为 50~93 Pa。

### 2.2 毛细管放电参数的估算

贝奈特关系

$$I^2 = \frac{8P\pi^2 r^2}{\mu_0} = \frac{8\pi^2 r^2}{\mu_0} (n_e + n_i) kT_e \quad (2)$$

给出了在平衡状态下联系等离子体平均温度、粒子  
数、总电流和柱半径的关系,可以用来估算对于给定  
单位长度粒子数和温度,约束等离子体柱所需的放  
电电流等数值。

由前面计算的箍缩后等离子体的电子数密度  
 $n_e \approx 1 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$  如取  $r_p = 200 \mu\text{m}$ , 等离子体中电子  
温度 60 eV, 那么由贝奈特公式我们可以估算所需  
的能够约束等离子体的电流为  $I \approx 39 \text{ kA}$ 。可见,为  
了约束高温等离子体,需要很大电流。根据这个结  
果可以判断所需电流峰值应在 40 kA 左右。如果电  
流上升的快,能够使等离子体与管壁快速分离,减少  
管壁烧蚀量,产生类氩氙软 X 射线激光要求  $dI/dt \sim$   
 $10^{12} \text{ AS}^{-1}$ ,所以放电电流的半周期应小于~78 ns。我们  
的计算结果与文献[2]相符合。表 1 给出了其它激光  
波长范围内毛细管放电的放电参数,随着激光波长  
的减小,对放电电流的要求迅速增加,激光波长在~  
10 nm 时,放电电流峰值至少要大于 80 kA。

## 3 毛细管放电的阻抗特性

毛细管快放电激励软 X 射线激光,要求主脉冲  
有较快的上升沿(几十 ns)和高的峰值(几十至几百  
kA)。其中快前沿使等离子体与管壁快速分离,有效  
减少了管壁烧蚀量,提高能量转换效率;高电流峰  
脉冲有助于产生高电离度的离子。毛细管阻抗特性  
决定了放电后加在毛细管上的电压、电流波形形状  
及幅值大小,对于获得激励 X 射线激光的最佳放电  
条件具有十分重要的作用。毛细管放电整个回路的  
电路方程为

$$V(t) = \frac{d}{dt} [LI(t)] + ZI(t) \quad (3)$$

$V(t)$  和  $I(t)$  是加在毛细管两端的电压和通过的电流,  
 $L$  是毛细管的电感, $Z$  是阻抗。从该式可看出,在放  
电电压一定的条件下,通过毛细管的电流取决于毛  
细管负载的阻抗特性。设毛细管放电满足如下的初  
始条件:(1)毛细管长 10 cm,内直径  $r_0 = 3 \text{ mm}$ ;初始  
氩气  $T_0 = 0.5 \text{ eV}$ ,  $n_0 = 2.25 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ 。系统特征电阻  
 $Z_0 = 5 \Omega$ ,初始时刻电感  $L_0 = 119 \text{ nH}$ 。(2)因为毛细管  
十几 cm 长,直径 3 mm 左右,最大压缩时刻可达  
100  $\mu\text{m}$ ,轴向和径向比值非常大,可以采用一维近  
似。(3)主脉冲之前的预脉冲已经将毛细管内气体初

表 1 毛细管放电 X 射线激光的放电参数(毛细管半径为 2 mm)

Table 1 Discharge parameters for capillary discharge soft x ray laser

[4,5]	Wavelength /nm	Plasma column radius / $\mu\text{m}$	Electron density / $\text{cm}^{-3}$	Temperature /eV	Gas pressure /Pa	Peak current /kA
Ne-like Ar	40~70	150~250	$(0.5 \sim 2) \times 10^{19}$	60~90	30~93	10~54
Ne-like Kr	17~30	50~100	$(2 \sim 5) \times 10^{20}$	500~700	260~1000	80~140
Ne-like Xe	9.1~9.5	75~150	$(2 \sim 5) \times 10^{20}$	300~600	290~1100	80~180

步电离成+1、+2价等离子体。毛细管负载相当于一个电感  $L(t)$  和电阻  $R(t)$  的串连, 阻抗  $Z(t)=\omega L(t)+R(t)$ 。

由等离子体电阻率计算公式

$$\eta=5.2 \times 10^3 \frac{Z^* \ln \Lambda}{T^{3/2}} \quad (\Omega \cdot \text{cm}) \quad (4)$$

式中  $T$  的单位为 eV,  $Z^*$  是气体的电离度, 可得负载电阻  $Z_{\text{begin}}=18.82 \Omega$ ,  $Z_{\text{end}}=0.01 \Omega$ 。箍缩过程中随着氩气进一步电离和电子温度升高, 负载电阻急剧减小, 在箍缩的最后阶段, 负载电阻与系统特征阻抗相比可以忽略。系统总电感

$$L=L_0+\frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln\left(\frac{r_0}{r}\right) \quad (5)$$

$L_0$  为  $t=0$  时毛细管的总电感, 包括气柱电感和电极电感。 $r_0$  为  $t=0$  时气柱的外径,  $r_0=1.5 \text{ mm}$ 。气柱长为  $11 \text{ cm}$ , 电极长为  $4 \text{ cm}$  时, 由圆柱形导体电感公式得气柱电感为  $93.2 \text{ nH}$ , 电极电感为  $25.8 \text{ nH}$ , 则  $L_0=119 \text{ nH}$ 。设气柱被箍缩到最小  $r=0.15 \text{ mm}$  时,  $L=170 \text{ nH}$ 。从初始状态到最后箍缩阶段,  $\omega L$  的变化范围为  $3.7 \sim 5.1 \Omega$ 。图 2 为不同长度气柱电感随箍缩半径的变化。在箍缩最后阶段,  $R(t) \ll \omega L(t)$ ,  $R(t) < 1 \text{ W}$ , 与系统特征阻抗  $10 \Omega$  相比可忽略。综上所述, 系统阻抗的变化主要由电阻变化项引起。

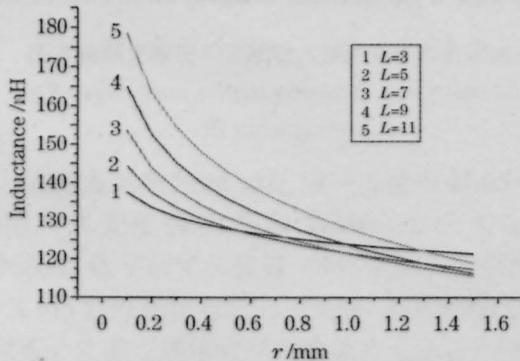


图 2 不同长度气柱电感随箍缩半径的变化

Fig.2 Variation of the inductance of capillary discharge against Z-pinch radius

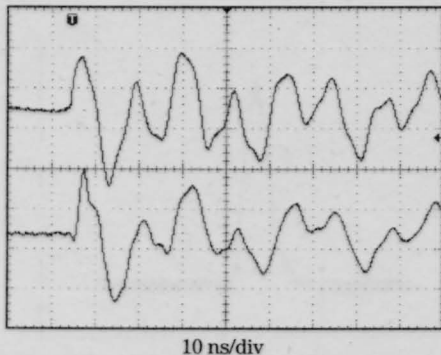


图 3 主脉冲对毛细管放电的电流和电压波形

Fig.3 Voltage and current waveform of capillary discharge

Marx 发生器输出电压  $220 \text{ kV}$  情况下, 对充入  $70 \text{ Pa}$  氩气的内半径为  $1.5 \text{ mm}$  毛细管放电, 电流和电压波形如图 3 所示<sup>[6,7]</sup>, 放电电流峰值为  $30 \text{ kA}$ , 脉冲前沿  $26.6 \text{ ns}$ 。根据电流和电压数据获得了毛细管放电的阻抗特性, 如图 4。从图中可以看出, 尽管不同长度毛细管的阻抗特性曲线有所不同, 但变化规律和趋势是相同的。不同长度毛细管的阻抗大小和变化速率不同, 毛细管长度越大, 其初始阻抗越大, 其阻抗的变化率也越大。在放电后  $60 \sim 70 \text{ ns}$ , 不同长度、不同放电电压情况下, 毛细管阻抗均达到最小值  $5 \Omega$  左右, 该值与上面的理论计算值相符, 与此同时电流达到峰值。该结果为在相同放电电压下, 对不同长度毛细管放电获得相同的电流峰值提供了可能。

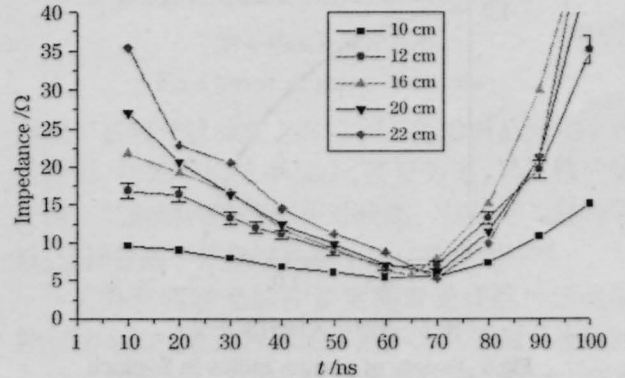


图 4 相同放电电压下不同长度毛细管的阻抗特性

Fig.4 Curve of impedance characteristic of capillary at different length of Ar gas

#### 4 等离子体 Z 箍缩雪靶模型

设  $t$  时刻等离子体半径  $r(t)$ ,  $I(t)$  是  $t$  时刻在电流鞘层里的总电流,  $t=0$  时  $r(t)=r_0$ 。设在半径  $r$  处电流建立的方位角磁场  $B_\theta$  所产生的磁压强为  $P_m(r)$ ,  $P_m$  作用在电流鞘层上, 单位长度的电流鞘层上向内的力是

$$F(r)=-2\pi \cdot r P_m(r) \cdot \hat{r} = -\hat{r} \cdot \frac{\mu_0 I^2(t)}{4\pi \cdot r} \quad (6)$$

设  $P_0$  为等离子体初始质量密度, 在  $t$  时刻等离子体柱半径为  $R(t)$  被单位长度的电流鞘层所携带的质量由下式给出:

$$M(r)=\pi(a^2-r^2)P_0$$

由牛顿第二定律

$$\frac{d}{dt} \left[ \pi \cdot P_0 (a^2 - r^2) \frac{dr}{dt} \right] = -\frac{\mu_0 I^2(t)}{4\pi \cdot r} \quad (7)$$

如果收缩电流  $I(t)$  随时间的函数关系已知或测得  $I(t)$  曲线, 则可求出不同时刻  $t$  的收缩半径  $r$ , 即求出电流鞘层的运动。

由于在毛细管实验中,电流波形接近于正弦图形,所以下面考虑这一特殊情况。此时,箍缩电流随时间的变化如下:

$$I(t) = I_0 \sin \omega \cdot t \approx I_0 \cdot \omega \cdot t,$$

引入无量纲的归一化半径和归一化时间  $\tau$ :

$$x = \frac{r}{a}, \quad \tau = \left( \frac{\mu_0 I_0^2 \omega^2}{4\pi^2 \rho_0 a^2} \right)^{1/4} \cdot t$$

利用初始条件:  $x(0)=1, (dx/d\tau)_0=0$  可得图 5。图中给出了在自身磁场的作用下,等离子体柱向内动态坍塌的过程,最终在轴心处形成了高温高密度的等离子体柱,有可能作为产生 X 射线的增益介质。由图中可以看出,在  $t=1.5$  时收缩半径为最小,因此塌缩时

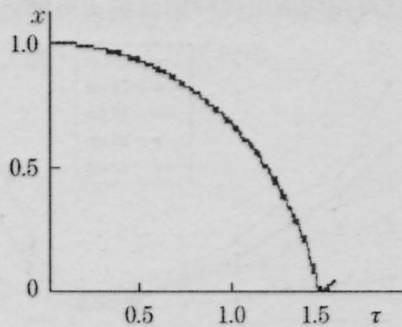


图 5 箍缩半径随时间的变化

Fig.5 Variety of plasma radius in Z-pinch

间为:  $t_c = 1.5 \left( \frac{4\pi^2 \rho_0 a^4}{\mu_0 I_0^2 \omega^2} \right)^{1/4}$ 。已知  $r_0=2$  mm,  $I_0=39$  kA,  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{120\text{ns}} = 5.23 \times 10^7$ ,  $\mu_0=4\pi \times 10^{-7}$ ,  $\rho_0=1.37 \times 10^{-6}$  g/cm<sup>3</sup>, 可得  $t_c \approx 33.4$  ns。

很显然,在塌缩接近结束时,忽略等离子体动力压强的假设是很粗糙的。假设气体满足绝热状态方程( $PV^{5/3}=\text{常数}$ ),那么利用雪耙模型建立的电流壳层的运动方程还包括一个压强项,但计算后得到的图形与图 5 中的曲线几乎完全重合(图中未标出)。由此可说明  $a=0$  时所预言的塌缩时间并不因为等离子体动力压强的出现而发生很大的变化。实验表明,等离子体柱只能塌缩到某一个极小半径,此时由于内部动力压强的增大以及外部电流的减小,等离子体柱开始膨胀,半径又逐渐增大。因此由上面的近似结果可以判断,箍缩达到最小半径发生在 1.5~2.0  $\tau$ , 即 30~40 ns 间。这与 Rocca<sup>[2]</sup>给出的 39 ns 比较吻合。

#### 参 考 文 献

- 1 C. D. Macchietto, B. R. Benware, J. J. Rocca *et al.*. Generation of millijoule-level soft-X-ray laser pulses at a 4-Hz repetition rate in a highly saturated tabletop capillary discharge amplifier [J]. *Opt. Lett.*, 1999, 24(16): 1115~1117
- 2 R. C. Elton. X-ray Lasers[M]. Academic Press, 1990. 36~102