

文章编号: 0258-7025(2004)09-1137-06

分层实体制造激光头切割路径的建模与优化

刘会霞, 王 霄, 蔡 兰

(江苏大学机械工程学院, 江苏 镇江 212013)

摘要 分层实体制造(LOM)技术中分层制造时间是由该层的切割速度与切割路径确定的,当切割工艺参数(如:切割功率、切割速度)确定之后,每一层制造的时间是由该层切割(扫描)路径确定的。因此优化切割(扫描)路径对提高成型效率有重要意义,而分层实体制造技术中激光切割路径优化的实质是空行程路径的优化。建立了切割路径空行程路径优化的数学模型。由于求解该模型的复杂性,采用了分级规划的两个分步算法:首先用改进的最近邻域算法求解轮廓边界线上的切割起点,然后当切割点确定后把路径优化问题归结为旅行售货员问题(TSP),采用了高效的智能仿生算法——蚁群系统算法来求解。运行结果表明,该算法显著缩短了分层制造中的空行程,提高了快速原型制造的效率。

关键词 激光技术;分层实体制造;激光切割;割嘴路径优化;旅行售货员问题;蚁群系统算法

中图分类号 TG 485 **文献标识码** A

Modeling and Optimizing Laser Torch Path in Laminated Object Manufacturing Technology

LIU Hui-xia, WANG Xiao, CAI Lan

(School of Mechanical Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang, Jiangsu 212013, China)

Abstract Layer manufacturing time in laminated object manufacturing (LOM) technology is determined by the cutting speed and cutting path of each layer. When the parameters of cutting process such as cutting power and cutting speed are defined, the manufacturing time of each layer is determined by the cutting (scanning) path. So it is most important to optimize the cutting path in order to improve the manufacturing efficiency. In LOM technology, laser cutting path optimization is in fact vacancy course path optimization. The mathematical model of vacancy course path optimization is set up in this paper. Because of the complexity of solving the model, the two algorithms of grading planning are presented: start points in cutting contour are solved by using an improved nearest neighbor algorithm; when start points are determined, the problem of the path optimization turns into the traveling salesman problem (TSP), which is solved by using an high-efficiency intellectual biological algorithm--the ant colony system algorithm. The results of algorithm show that the algorithm remarkably shortens vacancy course in LOM and the manufacturing efficiency of rapid prototyping is improved.

Key words laser technique; laminated object manufacturing; laser cutting; torch path optimization; traveling salesman problem; ant colony system algorithm

1 引 言

分层实体制造(LOM)是一种快速成型新工艺,它将传统的“去材”加工方法改变为“增材”加工方法。通俗地讲是将薄材料逐层激光切割成所需的形

状,然后叠加在一起的造型方法。其基本原理是将产品开发所获得的三维 CAD 数模按一定方法得到一系列横截面信息,然后用加热辊和激光束对涂有融胶的薄片材料(如纸、塑料薄膜、金属箔等)进行逐层切割和粘结,以成型零件各层的轮廓,最终成型零

收稿日期:2003-04-10;收到修改稿日期:2003-06-30

作者简介:刘会霞(1964—),女,陕西户县人,江苏大学机械工程学院副教授,在职博士研究生,主要从事 CAD/CAM,网络化制造,激光加工技术等研究。E-mail:lhx@ujs.edu.cn

件原型。在分层实体制造技术中,为了获得较高的精度,要求每一层的厚度很薄($\leq 0.1 \text{ mm}$),这样一个零件需由成千上万层粘结而成,为了缩短整个零件的制造时间,必须尽可能缩短每一层的制造时间,而分层制造时间是由该层的切割速度与切割路径所确定的,当切割工艺参数(如:切割功率、切割速度)确定之后,每一层制造的时间是由该层切割(扫描)路径所花费的时间确定的。因此优化切割(扫描)路径对提高成型效率无疑有重要意义。

2 轮廓边界线切割(扫描)路径问题的定义

分层实体制造技术中切割(扫描)路径包含两方面内容:每层中轮廓边界线的有序切割路径和废料除去部分的网格线(含边框)的有序切割路径,如图1。其中轮廓边界线用粗实线表示,网格线部分皆为废料除去部分,空白处为分层薄片图形。

当前关于网格划分及网格切割路径的优化讨论得较多^[1~9],也较成熟。而关于轮廓边界线切割优化的讨论较少^[6~9]。本文将就轮廓边界线的激光切割(扫描)路径的优化问题做进一步深入的研究。

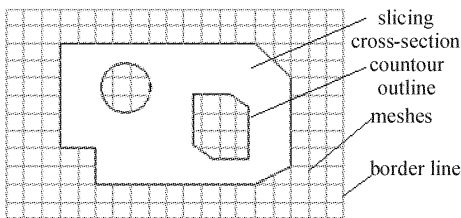


图1 激光切割路径的组成
Fig.1 Constituent parts of laser cutting path

2.1 分层轮廓边界线的几何表达及定义

图2(a)为分层薄片截面图,其剖面线部分为实体部分。每一层边界的轮廓边界线都是由一个或多个封闭的轮廓图形所组成,见图2(b)。对每一轮廓而言,一般是由一组封闭的首尾相连的多边形轮廓组成。这是因为CAD实体数模目前最常见的是转化为STL文件格式来表达,这种表达方法是由许多空间三角形面片类逼近的,故当这种模型经切片处理后,其截面轮廓不是由一组实际曲线组成,而是由一组封闭的首尾相连的多边形(直线)所组成。但是对于那些把CAD实体模型直接切片处理得到的截面轮廓而言,则是由首尾连接的直线、圆弧等图元所构成。综上所述,无论哪种情况每个轮廓边界线都

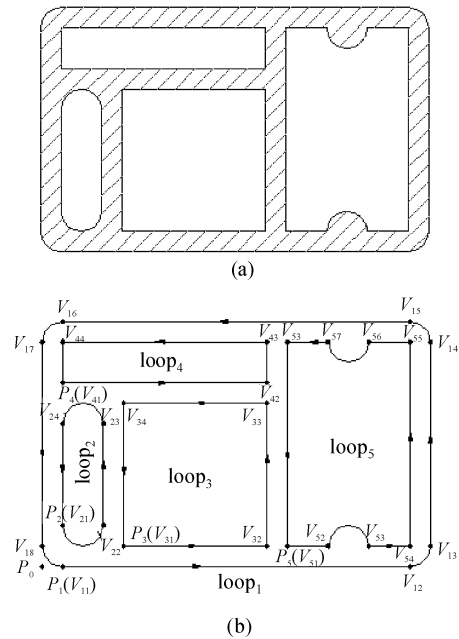


图2 (a) 分层薄片截面;

(b) 分层轮廓边界线的几何表达

Fig.2 (a) Slicing cross-section; (b) Geometric representation of countour for slicing cross-section

可看成是由首尾相连的直线、圆弧(圆)等图元所构成的。

在这里定义有向有序边首尾相连组成的封闭轮廓边界线为环,记为loop,组成环的基本元素称之为边(E),边的端点称之为顶点(V)。边可以是直线、圆弧、圆等,而直线的顶点是直线的首尾两端点,圆弧的顶点是圆弧的起点与终点。对圆而言,定义一个顶点,这个顶点是圆上的某一点,这点对切割而言,既是切割起点也是切割的终点。这里规定:任一环记为 $loop_i$, $loop_i$ 对应的顶点总数记为 $V(i)$,第 k 个环 $loop_k$ 对应的第 j 个顶点记为 V_{kj} ($k = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, V(k)$),所有环皆按整体逆时针方向,从某一顶点开始排列构成,如图2(b)。环集 $loop = \{loop_1, loop_2, \dots, loop_m\}$,顶点集 $V = \{V_{11}, V_{12}, \dots, V_{11V(1)}, \dots, V_{ij}, \dots, V_{mV(k)}\}$ 。

2.2 轮廓边界线切割路径问题数学模型的建立

从上可知,激光切割轮廓边界线是要切割出上面定义的所有环,按实际切割工艺切割环时,首先以一个环上的某一顶点为切割起点,再按一定的方向(本文规定逆时针方向),依次切割完首尾相连的所有边,最后又返回到起点。在这里定义 $loop_i$ 环上的开始切割的顶点为切割起点,并记为 P_i ($i = 1, 2, \dots, m$),显然 $P_i \in \{V_{11}, V_{12}, \dots, V_{1V(k)}\}$,其整个切割

过程可描述为激光割嘴从编程零点出发,快速行进到某一环上的切割起点,然后开光,依次切割完该有向有序的封闭环即又回到切割起点,然后关光快速行进到下一个环上的切割起点上,重复前面类似过程直到切割完所有环,再从最后一个环上的切割起点关光快速返回程序零点。在图 2(b)中假定程序零点为 P_0 ,环 loop_1 切割起点 P_1 为 V_{11} , loop_2 切割起点 P_2 为 V_{21} , loop_3 切割起点 P_3 为 V_{31} , loop_4 切割起点 P_4 为 V_{41} , loop_5 切割起点 P_5 为 V_{51} ,则一个完整的切割路线可表示为 $P_0 \xrightarrow{\text{快速空移}} P_1(V_{11})$ (开光)切割 $\rightarrow V_{12} \rightarrow V_{13} \rightarrow V_{14} \rightarrow V_{15} \rightarrow V_{16} \rightarrow V_{17} \rightarrow V_{18} \rightarrow P_1(V_{11})$ (关光) $\xrightarrow{\text{快速空移}} P_2(V_{21})$ (开光)切割 $\rightarrow V_{22} \rightarrow V_{23} \rightarrow V_{24} \rightarrow P_2(V_{21})$ (关光) $\xrightarrow{\text{快速空移}} P_3(V_{31})$ (开光)切割 $\rightarrow V_{32} \rightarrow V_{33} \rightarrow V_{34} \rightarrow P_3(V_{31})$ (关光) $\xrightarrow{\text{快速空移}} P_4(V_{41})$ (开光)切割 $\rightarrow V_{42} \rightarrow V_{43} \rightarrow V_{44} \rightarrow P_4(V_{41})$ (关光) $\xrightarrow{\text{快速空移}} P_5(V_{51})$ (开光)切割 $\rightarrow V_{52} \rightarrow V_{53} \rightarrow V_{54} \rightarrow V_{55} \rightarrow V_{56} \rightarrow V_{57} \rightarrow V_{58} \rightarrow P_5(V_{51})$ (关光) $\xrightarrow{\text{快速空移}} P_0$ 。由于所有封闭的环必须切割,故无论从何顶点作为切割起点开始切割环的长度不变,即不存在路径优化问题,这样激光切割边界线路径规划就是指如何安排切割顺序使激光切割过程中空行程的行程时间最短。对图 2(b)而言,就是从 P_0 出发如何选择 P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 及其加工顺序所构成的回路路径最短。很显然,每个环上的切割起点一定时,路径优化的问题就是最著名的旅行售货员问题(TSP),然而环上的切割起点从切割工艺上讲并不唯一,可以是环上的任一顶点,这样切割起点在切割路径的优化算法中应被考虑的总顶点数为所有环的顶点数 $\sum_{k=1}^M V(k)$ 个。为了给出切割路径的数学表达式,设对所有切割起点 $P = \{P_0, P_1, P_2, \dots, P_m\}$ 的一个访问顺序为 $T = \{P_0, t_1, t_2, t_m, P_0\}$,其中 $t_1 \in \{P_0, P_1, P_2, \dots, P_m\}$;则切割路径的数学模型为

$$\min L = \{d(p_0, t_1) + \sum_{i=1}^{M-1} d(t_i, t_{i+1}) + d(t_M, p_0)\}$$

3 切割起点的选择及路径优化

当切割起点确定后,路径优化问题相当于一个旅行售货员问题,此时切割路径共有 $M!$ 条,如考虑到切割起点的可变化性,切割路径将为 $M! \times$

$\prod_{k=1}^M V(k)$ 条。其数目是十分巨大的,即使对于图 2 这样简单的零件,切割路径也有 $5! \times 8 \times 4 \times 4 \times 4 \times 8 = 491520$ 条。从形式上看切割起点选择及路径优化可被看作一个具有约束的离散变量的优化问题,然而解决这一问题十分复杂。由于旅行售货员问题本身就属于著名的非确定性多项式算法(NP)问题,若再同时考虑打孔点变化,将使这一问题变得更加复杂。早期人们的研究为了简化这一难题,采用直接读取分层轮廓信息来确定切割起点及切割顺序,即先提取环上的某一点为切割起点,并且该环先切割。然而分层处理提供的这些环的先后次序是随机的^[6],若按这种方法确定加工环的顺序,势必空行程增加很多。因为可能出现先加工离程序原点最远的,接着加工离程序原点最近的环这类现象,从而增加空行程,降低加工效率。针对这一问题,提出了分级规划的两步方法,即先按改进最近邻算法合理选择切割起点,再按旅行售货员问题进行路径优化,有效地解决了这一难题。

3.1 切割起点的确定

切割起点确定原则是一个环仅有一个切割起点,本文按切割工艺采用最近邻算法的一个改进算法确定切割起点。这种算法充分考虑了切割起点选择质量对割嘴路径优化的影响。其具体步骤如下:

- 1) 从编程零点 P_0 出发,令 $P_k = P_0, P = \{P_0\}$ 。
- 2) 遍历所有的待加工环 $\text{loop} = \{\text{loop}_1, \text{loop}_2, \dots, \text{loop}_M\}$ 对应的顶点集 $V = \{V_{11}, V_{12}, \dots, V_{1V(1)}, \dots, V_{ij}, \dots, V_{MV(k)}\}$ 。找到距 P_k 最近的顶点 $P_i = V_{ij}$ (对应环为 loop_i),并将 P_i 加入到切割起点集即 $Q = P + \{P_j\}$,然后在 loop 集中删除 loop_i 及 loop_i 对应的顶点 $\{V_{i1}, V_{i2}, \dots, V_{iV(i)}\}$ 。

3) 继续按步骤 2 思路,依次遍历所有的未访问的内轮廓 loop 对应的顶点集,找到切割起点,并加入切割起点集 Q 中, $P = Q$ 。

4) 直到最后一个环上找到距离最近的一个顶点即切割起点 P_m ,则得所有切割起点 $P = \{P_0, P_1, P_2, \dots, P_m\}$ 。

这里要说明的是当环是圆时,按最近邻算法,前一个切割起点与圆上最近点即切割起点,其求法是前一个切割起点与该圆圆心连线与圆的交点。为求解方便,对圆定义了圆心为虚顶点,以便标识及方便求解圆上的切割起点。

3.2 基于切割起点的切割路径的优化

对所有已知的切割起点 $P = \{P_0, P_1, P_2, \dots,$

$P_m\}$, 由 2.2 节可知路径优化问题等同于著名的旅行售货员问题, 这是一个典型的、易于描述却难以处理的 NP 完全问题。目前针对旅行售货员问题提出了多种解决办法, 典型的优化算法有局部优化、遗传算法、模拟退火法、禁已搜索(tabu search)、人工神经网络算法和蚁群系统(Ant Colony System, ACS)等启发式搜索算法。

蚁群系统是意大利学者 Macro Dorigo 等于 1996 年对他们早期提出的蚂蚁系统^[10] (Ant System, AS)算法的改进算法, 它克服了蚂蚁系统算法进化速度较慢的缺点。改进后蚁群系统不仅能够智能搜索、全局优化, 而且具有稳健性(鲁棒性), 正反馈、分布式计算, 易于与其他算法结合等特点, 并在一系列复杂的组合优化问题中取得成效, 特别是求解旅行售货员问题方面优于其他算法^[11,12]。因此本文就采用蚁群系统算法求解分层实体制造技术中激光切割问题的旅行售货员问题。

3.2.1 蚁群系统的基本原理

蚁群系统是一种新型启发式的具有自组织能力的优化算法, 它吸收了昆虫王国中的蚂蚁行为, 通过模仿生物界中蚂蚁在没有任何可见提示下寻找窝巢至食物源的最短路径的能力, 适应地搜索问题的最优解。其基本原理是蚂蚁在寻找食物时, 会在其走过的路径上释放出一种特有的分泌物——信息激素(pheromone)。蚂蚁就是用这种物质与其他蚂蚁交流与合作。当它们遇到一个还没有走过的路口时, 就随机挑选一条路径前行, 同时释放与路径长度有关的信息素。路径越长, 释放的信息素浓度越低。当后来的蚂蚁再次遇到这个路口时选择信息素浓度较高的路径概率就会相对较大。这样大量蚂蚁组成的蚁群集体行为便形成了一种信息正反馈现象。最优路径上的激素浓度越来越大, 而其他路径上的信息素浓度却会随时间的流逝而消减。最终整个蚁群会找到最优路径。不仅如此, 蚂蚁还能够适应环境变化, 当蚁群运动路线上突然出现障碍物时, 蚂蚁能够很快地重新找到最优路径。蚂蚁这种选择路径的过程被称之为蚂蚁的自催化行为(autocatalytic behavior)。由于其原理是一种正反馈机制, 因此也可将蚂蚁王国理解为所谓的增强型学习系统(Reinforcement Learning System)。

3.2.2 切割路径旅行售货员问题的定义

对所有已知的切割起点 $P = \{P_0, P_1, P_2, \dots, P_m\}$, 令切割中切割起点对应为旅行售货员问题的城市 $V, V = \{V_1, V_2, \dots, V_n\}, V \in P$; 边集 $A = \{(r,$

$s) | r, s \in V\}$, 与边 $(r, s) \in A$ 的有关花费 d_{rs} 是两个切割起点的欧氏距离, 它是由切割起点即城市 $V_i \in V$ 的坐标 (x_i, y_i) 确定。旅行售货员问题就是要找到一条经过每一个城市(切割起点)一次且回到起点的最小花费的环游。

3.2.3 蚁群系统求解旅行售货员问题的算法

蚁群系统算法^[12]的核心主要是三条规则: 蚂蚁的状态转移规则、局部信息激素更新规则、全局信息激素更新规则。

1) 蚁群系统的状态转移规则

假设有 n 个城市, m 只蚂蚁。一个蚂蚁在城市 r 要选择前往城市 s, s 由下面公式确定

$$s = \begin{cases} \arg \max\{\tau(r, s) \cdot [\eta(r, s)]^\beta\} & \text{如果 } q \leq q_0 \\ u \in J_k(r) & \text{否则} \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\tau(r, s)$ 表示蚂蚁在城市 r 与城市 s 之间留下的信息激素, $\eta(r, s) = 1/d_{rs}, q$ 为 $[0, 1]$ 内的随机数, q_0 为一个参数 $0 \leq q_0 \leq 1, \beta$ 为决定信息激素相对路径距离的相对重要性指数 ($\beta > 0$)。 s 由下式确定

$$P_k(r, s) = \begin{cases} \frac{[\tau(r, s)[\eta(r, s)]^\beta]}{\sum_{z \in J_k(r)} [\tau(r, z)[\eta(r, z)]^\beta} & \text{如果 } s \in J_k(r) \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

$P_k(r, s)$ 表示蚂蚁 k 从城市 r 选择转移到城市 s 的概率; $J_k(r)$ 表示蚂蚁 k 在城市 r 时还没有环游到的城市集合。

上述公式确定蚂蚁转移至某城市的方法就是伪随机概率选择规则(pseudo-random proportional rule)。在这个规则下, 每当蚂蚁要选择向哪个城市移动时, 就产生一个在 $[0, 1]$ 范围内的随机数 q , 根据 q 按公式(1), (2)确定用哪种方法产生蚂蚁转移方向。该规则表明蚂蚁在选择路径时, 尽量选择离自己距离较近且信息激素强度较大的方向。在这个规则里设置了类似于遗传算法中的变异运算, q_0 是实现变异的参数, 变异运算的目的是为了避免运算陷入局部极小的陷阱。

2) 蚁群系统局部更新规则

若蚂蚁从城市 r 向城市 s 转移, 则规定蚂蚁在经过这条边时运用下面的更新规则改变边上的信息激素

$$\tau(r, s) \leftarrow (1 - \rho)\tau(r, s) + \rho\tau_0$$

ρ 为区间 $(0, 1)$ 上的参数, $\tau_0 = (n \cdot L_m)^{-1}, L_m$ 为由

最近邻算法而得的环游路径长度。局部更新规则在所有蚂蚁完成每一次转移后执行,它保证了避免搜索陷入局部极小陷阱,同时又给出了更短的环游增加信息激素。

3) 蚁群系统全局更新规则

一旦所有蚂蚁都找到了自己的解,全局更新规则不再用于所有蚂蚁,而是仅对每一次循环中最优的蚂蚁使用,其公式为

$$\tau(r,s) \leftarrow (1-\alpha)\tau(r,s) + \alpha(L_{ab})^{-1}$$

α 为区间(0,1)上的参数, L_{ab} 为算法已求出的 m 个蚂蚁中最优的环游路径长度。由于全局更新规则只是让实现最好环游的蚂蚁的路径上的信息激素变得更高,因此它只是在优秀父辈完成的环游领域内搜索,这使得求解速度大大提高。

蚁群系统求解旅行售货员问题的算法可叙述如下:

初始化各参数初值

按最近邻算法求解 L_{NN}

loop: 每只蚂蚁被放置在按一定策略选出的城市结点上

loop₁: m 只蚂蚁中的每一只蚂蚁都要应用状态转移规则移动

使用局部更新规则使 $\tau(r,s)$ 更新。

UNTIL1: 每只蚂蚁都进行一个完整的旅行回到自己的出发点

找出这一代蚂蚁环游的最短路径,应用全局更新规则更新 $\tau(r,s)$ 。

UNTIL: 符合结束条件,输出最优解。

结束条件是指执行 loop 的次数超过指定次数或所求得解在最近若干代内无明显改进。

3.3 实例

由前述可知,先前算法由于分层处理提供的这些环的先后次序是随机的,故可能出现先加工离程序原点最远的,接着加工离程序原点最近的环这类现象。图 3(a)是先前算法的处理某一分层截面轮廓边界线所得切割起点及切割路径结果。本文算法用 Visual C++6.0 编写,在 PIV 1.7 GHz 高档微机上调试并运行通过。图 3(b)是该分层截面轮廓边界线的优化路径的一个实例运行结果。蚁群系统算法中有关参数设定如下^[11]: $\alpha_0 = 0.9; \beta = 2; \rho = \alpha = 0.1; m = 10; \tau_0 = (nL_{NN})^{-1}; L_{NN}$ 由最近邻算法而得环游路径长度。图 3(a)切割路径空行程长为 1284.1873 mm,图 3(b)切割路径空行程长为 841.7868 mm,节省空行程(时间)为 35%。

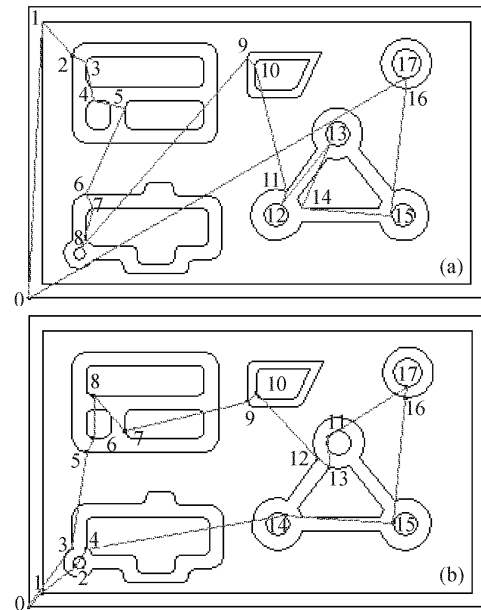


图 3 (a) 先前算法的切割起点及切割路径;
(b) 切割起点及最优路径

Fig. 3 (a) Cutting start point and torch path of previous algorithm; (b) Optimized start point and torch path

4 结 论

在分层实体制造中,由于开光切割的时间花费是无法缩小的,因此只有研究如何从切割轮廓线到另一切割轮廓线间的空行程顺序,以便减少快速成型时间。本文建立了分层实体制造分层切割轮廓边界线时空行程路径优化的数学模型,并采用了一个改进的最近邻算法及蚁群系统算法,有效地解决了这一问题。应当指出的是科学地选取轮廓边界线上的切割起点对后续旅行售货员问题优化有较大影响,这也是构造第一个算法应考虑的重点。文中优化算法比过去的算法进一步缩短了分层制造的时间,提高了快速原型制造的效率。

参 考 文 献

- Huang Qiming. Designing variable-size meshes in laminated object manufacturing [J]. *J. Computer Aided Design and Computer Graphics*, 2000, 12(3):200~202
黄旗明. LOM型快速成形网格的变尺寸设计[J]. 计算机辅助设计及图形学学报, 2000, 12(3):200~202
- Xiao Yuejia, Zhou Aixin, Han Ming et al.. Variable grid division based on section information for rapid prototyping [J]. *China Mechanical Engineering*, 2000, 11(10):1095~1097
肖跃加,周爱新,韩明等. 基于层面信息的可变网格划分[J]. 中国机械工程, 2000, 11(10):1095~1097
- Zhou Aixin, Xiao Yuejia, Han Ming et al.. Study of generation of mesh for laminated object manufacturing [J]. *J. Huazhong Univ. of Sci. & Technol.*, 2000, 28(1):35~37

- 周爱新,肖跃加,韩明等. 物体分层制造中的网格划分研究[J]. 华中理工大学学报, 2000, **28**(1):35~37
- 4 Xia Hua, Xiao Yuejia, Han Ming *et al.*. Variable grid division for quick modeling technology of sheet stack [J]. *Metal Forming Machinery*, 1999, **34**(3):13~14
- 夏华,肖跃加,韩明等. 面向薄材叠层快速成型技术的变网格划分[J]. 成形技术, 1999, **34**(3):13~14
- 5 Zhang Lichao, Han Ming, Yu Hong *et al.*. Variable grid division based on dot-net model [J]. *J. Huazhong Univ. of Sci. & Technol. (Nature Science Edition)*, 2002, **30**(6):19~21
- 张李超,韩明,俞红等. 基于点网模型的变网格划分算法[J]. 华中理工大学学报(自然科学版), 2002, **30**(6):19~21
- 6 Liu Bin, Ruan Feng, Huang Shuhuai. Optimization of laser cutting paths in laminated object manufacturing technology [J]. *J. South China Univ. of Technol. (Natural Science Edition)*, 2001, **29**(1):31~33
- 刘斌,阮锋,黄树槐等. 分层实体制造技术中激光切割路径的优化[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2001, **29**(1):31~33
- 7 Yu Hong, Han Ming, Zhang Lichao *et al.*. Path optimization for rapid prototyping based on section information [J]. *Huazhong Univ. of Sci. & Technol. (Nature Science Edition)*, 2002, **30**(2):35~36
- 俞红,韩明,张李超等. 基于层面信息的路径优化[J]. 华中理工大学学报(自然科学版), 2002, **30**(2):35~36
- 8 P. K. Wah, K. G. Murty, A. Joneja *et al.*. Tool path optimization in layered manufacturing [J]. *IIE Transaction*, 2002, **34**:335-347
- 9 A. Pang, A. Joneja, D. C. C. Lam *et al.*. A CAD/CAM system for process planning and optimization in LOM (laminated object manufacturing) [J]. *IIE Transactions*, 2001, **33**(4):345~355
- 10 M. Dorigo, V. Maniezzo, A. Colomi. The ant system optimization by a colony of cooperating agents [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Part B*, 1996, **26**(1):1~13
- 11 L. M. Gambardella, M. Dorigo. Solving symmetric and asymmetric TSPs by ant colonies [C]. In Proceedings of the IEEE International Conference on Evolutionary Computation (ICEC'96), Nagoya, Japan; IEEE Press, 1996. 622~627
- 12 M. Dorigo, L. M. Gambardella. Ant colony system: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1997, **1**(1):53~66