

文章编号: 0258-7025(2004)09-1107-05

# 数字调制谐振式光纤陀螺中阶梯波 复位误差的分析

李如春, 马慧莲, 金仲和, 王跃林

(浙江大学信息学院, 浙江 杭州 310027)

**摘要** 谐振式光纤陀螺(R-FOG)是采用环形谐振腔来增强 Sagnac 效应的,其检测方案可以分为开环和闭环,在电路实现上,根据相位调制器控制信号的不同,又分为模拟调制和数字调制。相比而言,其数字闭环检测方案具有动态范围大、灵敏度高的特点。在数字调制的谐振式光纤陀螺中,其阶梯波的复位高度  $V_{2\pi}$  是否精确,会对旋转角速度的测量和标度因数的线性度产生影响。从理论上分析了不精确的复位高度  $V_{2\pi}$  对系统的影响,指出不精确的  $V_{2\pi}$  将使谐振腔中的交叉耦合电场和直通耦合电场之间不会形成最佳相消干涉,从而产生误差。利用探测器输出总电场的表达式,以双频率调制的谐振式光纤陀螺为例,对引入的误差作了定量的数值计算,最后给出了克服误差的几种方法。

**关键词** 光纤光学;谐振式光纤陀螺;阶梯波复位高度;误差分析;标度因数;数字调制

中图分类号 TN 253 文献标识码 A

## Analysis of Serrodyne's Reset Amplitude Errors in Resonator Fiber Optic Gyroscopes by Digital Modulation

LI Ru-chun, MA Hui-lian, JIN Zhong-he, WANG Yue-lin

(College of Information Engineering, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China)

**Abstract** Resonator fiber optical gyroscope (R-FOG) uses ring resonator to enhance the Sagnac effect, the detecting methods have open-loop and closed-loop, the phase modulator's controlling signal has analogous and digital in circuit. Compared with analogous modulation, the method of digital closed-loop detection has a big dynamic range and high sensitivity. In resonator fiber optic gyroscopes by digital modulation, imperfect serrodyne's reset amplitude  $V_{2\pi}$  has influence on the rotation sensing errors and the scale factor non-linearity. The effects of imperfect  $V_{2\pi}$  on the system are analyzed theoretically. If the amplitude is not exactly  $V_{2\pi}$ , two electric fields,  $E_{\text{cross}}$  and  $E_{\text{bar}}$  cannot result in optimum destructive interference, thus the resulting waveform has errors. Based on the sum of electric fields expression in detector, numerical calculations of rotation sensing errors associated with imperfect serrodyne amplitude are given for resonator fiber optical gyro using two frequencies modulation. At last, some solutions for substantially reducing errors are presented.

**Key words** fiber optics; resonator fiber optic gyroscopes; serrodyne's reset amplitude; errors analysis; scale factor; digital modulation

### 1 引 言

谐振式光纤陀螺(R-FOG)<sup>[1,2]</sup>是利用环形谐振腔来增强旋转引起的 Sagnac 效应的,通过检测正反

方向传播的光波的谐振频差,即可测得系统旋转角速度的大小。

谐振式光纤陀螺的检测方案可以分为开环和闭环。所谓闭环检测就是频移零化法,与开环系统相

收稿日期:2003-05-23;收到修改稿日期:2004-06-02

基金项目:国家 973 计划(编号:G1999033110)和浙江省教育厅科研项目(编号:20020723)资助课题。

作者简介:李如春(1968—),女,浙江青田人,浙江工业大学信息学院讲师,浙江大学信息学院微电子与固体电子学专业在读博士研究生,主要从事传感器与微系统集成技术方面的研究。E-mail:lrc@zjut.edu.cn

比,这种闭环系统的输出与光源的强度、电路系统的增益无关,线性度主要取决于产生补偿频移的器件,因此检测的灵敏度高、动态范围大。

在电路实现上,根据相位调制器控制信号的不同,又分为模拟调制和数字调制。在模拟调制中,若采用  $\text{LiNbO}_3$  集成光学调制器,则要求作为  $\text{LiNbO}_3$  调制器控制信号的锯齿波具有很好的线性度和很快的回扫时间,才能获得较高的系统标度因素。但实际上锯齿波电路的实现是比较困难的,因此采用模拟调制方法使系统检测误差极低是不容易的。为了有效解决锯齿波的线性度和回扫时间问题,可采用数字调制的方法,即相位调制器的控制信号采用阶梯波。对于阶梯波信号,由于是阶跃式的,线性度易于控制,且对于任何台阶的复位,都可采用自动溢出的方法,自然产生一个合适的同步复位。因此,数字调制的精度大大高于模拟调制。

数字调制虽然解决了模拟调制对锯齿波的线性度和回扫时间的苛刻要求,但由于阶梯波的台阶个数在一个周期内不一定恰为整数,因此将引入复位高度的误差,造成光纤陀螺的伪旋转角速度和标度因素的非线性。这对于研制中、高精度的光纤陀螺是非常不利的,必须克服其影响。

## 2 不精确的复位高度对系统影响的定性分析

反射式谐振光纤陀螺中,其谐振腔的结构如图 1 所示。由图可知,进入光电探测器的光是由两个电场  $E_{\text{bar}}$  和  $E_{\text{cross}}$  相互干涉形成的。其中,  $E_{\text{cross}}$  为光纤谐振腔耦合出的总电场,  $E_{\text{bar}}$  为输入电场  $E_{\text{in}}$  经耦合器直通口输出的电场。在理想情况下,当谐振时,  $E_{\text{bar}}$  和  $E_{\text{cross}}$  的相位差为  $180^\circ$ , 两者的强度相消,形成

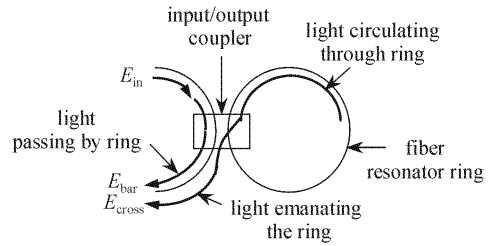


图 1 反射式 R-FOG 中的谐振腔结构图  
Fig. 1 Fiber resonator diagram in emanating R-FOG

谐振曲线上的波谷,在探测器上得到最小的光功率。若此时发生复位,当阶梯波的复位高度为精确的  $V_{2\pi}$  时,因为复位时间比光渡越谐振腔的时间  $\tau$  要小得多,所以在复位期间  $E_{\text{cross}}$  将保持不变,而  $E_{\text{bar}}$  则快速经过  $2\pi$  的相位偏移,回到谐振曲线的波谷点。如果复位高度小于  $V_{2\pi}$ ,则  $E_{\text{bar}}$  经过的相移将小于  $2\pi$ ,最终与  $E_{\text{cross}}$  形成的相位差小于  $180^\circ$ ,不会形成最佳相消干涉,因此在探测器上输出的光功率将大于零。

不精确复位的主复位脉冲产生以后,当信号的传输时间大于光在谐振腔中传输一周所需的时间  $\tau$  时,电场  $E_{\text{cross}}$  在相位上将产生变化,因为  $E_{\text{cross}}$  是由无限多个从谐振腔中耦合出来的电场叠加而成的,每一个电场有着不同的相移  $m\omega\tau$ ,其中  $m$  为对应着的光在谐振腔中传输的不同圈次数,  $\omega$  为谐振腔输入光信号的频率。所以每经过一个  $\tau$  的时间,总电场  $E_{\text{cross}}$  的相移就发生变化。这样,随着时间的推移,  $E_{\text{cross}}$  的相位将逐步接近于  $E_{\text{bar}}$  形成最佳相消干涉的条件,即“追随”着产生精确复位的条件。因此,在探测器中可以观察到,光强的主复位脉冲之后将产生一个延迟的尾部。此尾部由几个幅度逐步降低直至为零的延迟脉冲组成,其脉冲的重复周期为光渡越谐振腔的时间  $\tau$ 。整个不精确复位的过程如图 2 所示。

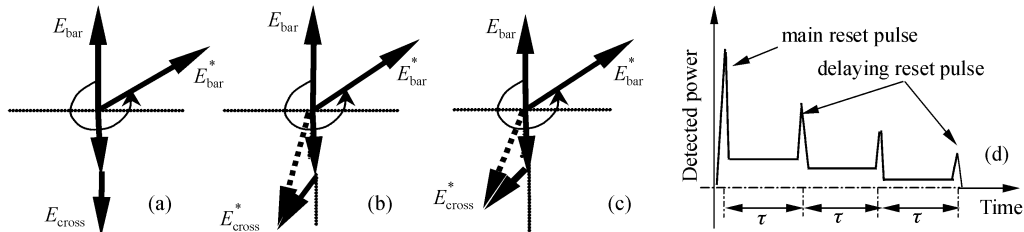


图 2 阶梯波复位高度小于  $V_{2\pi}$  时的输出响应

(a) 主复位脉冲发生前后; (b) 复位后经过  $\tau$  以后; (c) 复位后经过  $2\tau$  以后; (d) 复位主脉冲及其延迟尾部

Fig. 2 Output response to a serrodyne reset having an amplitude of less than  $V_{2\pi}$

(a) before and after main reset; (b)  $\tau$  after reset;

(c)  $2\tau$  after reset; (d) main reset pulse and delaying tail

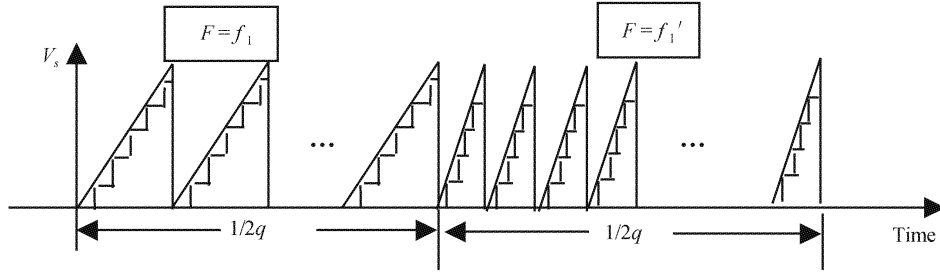


图 3 由两种频率组合的阶梯波示意图

Fig. 3 Diagram of serrodyne combined with two frequencies

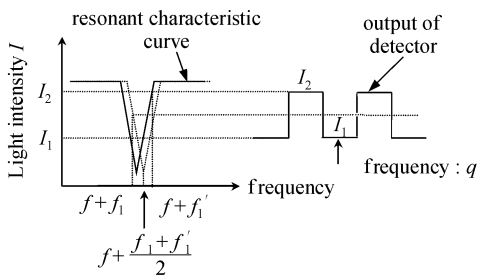


图 4 双频率调制的探测器输出波形

Fig. 4 Output of the detector by two frequencies modulation

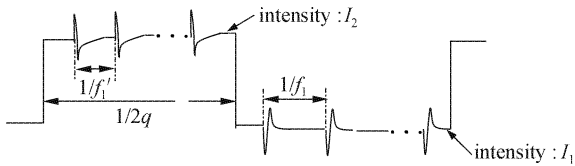


图 5 阶梯波复位高度小于  $V_{2\pi}$  时的探测器输出波形

Fig. 5 Output of the detector to a serrodyne reset having an amplitude of less than  $V_{2\pi}$

在数字调制的谐振式光纤陀螺中，采用双频率调制的方法<sup>[3]</sup>，即从激光器出来的光波(设其频率为  $f$ ) 未经调制，而相位调制器 PM 的控制电压则是由两种频率组合的阶梯波。假设阶梯波由工作频率为  $f_1$  和  $f'_1$  的单个阶梯波组合形成，组合后的阶梯波的重复频率为  $q$ ，如图 3 所示。当光纤谐振腔的谐振频率为中心谐振频率  $f + (f_1 + f'_1)/2$  时，探测器输出一直流信号；而当谐振点偏离  $f + (f_1 + f'_1)/2$  时，探测器上得到的是一方波信号，如图 4 所示。图中，虚线和实线分别表示系统谐振点在中心谐振频率和偏离中心谐振频率时的情况。

由于在组合阶梯波信号的每半个周期(即

$$\vec{E} = BE_{in}e^{-i\varphi_0} + De^{-i\omega\tau} \left[ \sum_{n=0}^{m-1} (re^{-i\omega\tau})^n e^{-i\varphi_0} + \sum_{n=m}^{\infty} (re^{-i\omega\tau})^n \right] E_{in} = BE_{in}e^{-i\varphi_0} + De^{-i\omega\tau} \left[ \frac{1 - (re^{-i\omega\tau})^{m-1}}{1 - re^{-i\omega\tau}} \right] e^{-i\varphi_0} E_{in} + De^{-i\omega\tau} \left[ \frac{1}{1 - re^{-i\omega\tau}} \right] E_{in} - De^{-i\omega\tau} \left[ \frac{1 - (re^{-i\omega\tau})^{m-1}}{1 - re^{-i\omega\tau}} \right] E_{in} \quad (2)$$

$1/2q$ ) 内，频率为  $f_1$  或  $f'_1$  的阶梯波都要多次重复，从而使复位多次发生。假如  $2\pi$  的复位高度不精确，则探测器上输出的方波将如图 5 所示。从图中可以看到，在幅值为  $I_1$ (对应的频率为  $f + f_1$ ) 和  $I_2$ (对应的频率为  $f + f'_1$ ) 的平坦处，因为频率为  $f_1$  和  $f'_1$  的阶梯波的多次复位而存在多个复位脉冲的尖峰及尾部。

### 3 复位高度的不精确对系统影响的定量计算

#### 3.1 对旋转角速度的影响

为了计算复位高度  $V_{2\pi}$  不精确引起的误差，必须先求出探测器输出光强的表达式。假设激光器的输出电场  $E_{in} = E_0 e^{i\omega t}$ ，式中  $E_0$  表示光波场幅度， $\omega$  为激光器输出角频率，根据图 1，可以推导出发生谐振时探测器输出的总电场<sup>[4]</sup> 为

$$\vec{E} = \vec{E}_{bar} + \vec{E}_{cross} = BE_{in} + De^{-i\omega\tau} \left[ \sum_{n=0}^{\infty} (re^{-i\omega\tau})^n \right] E_{in} \quad (1)$$

式中

$$r = \sqrt{1 - \alpha_C} \sqrt{1 - k_{cross}} e^{-\alpha L}$$

$$D = -k_{cross} (1 - \alpha_C) e^{-\alpha L}$$

$$B = \sqrt{1 - \alpha_C} \sqrt{1 - k_{cross}}$$

其中， $\alpha_C$  表示耦合器的光强损耗系数， $k_{cross}$  表示耦合器交叉端口的光强耦合系数， $\alpha$  为光纤环形谐振腔每单位长度的传输损耗(包括光纤环的接头损耗)， $L$  为谐振腔的总长度。

如果由于复位高度不精确而产生的  $E_{bar}$  和  $E_{cross}$  之间的相位偏移为  $\varphi_0$ ，则当光在谐振腔中循环  $m-1$  圈后，即工作区间为  $(m-1)\tau < t < m\tau$  时，到达探测器的总电场<sup>[5]</sup> 可以表示为

由于光强与总电场及其共轭的乘积成正比,所以由式(2)可以得到光强的表达式

$$I(\omega) = | \vec{E} \vec{E}^* | = (B | E_{in} |)^2 + 2BD | E_{in} |^2 \frac{\cos\omega\tau - r^{(m-1)} \cos(m\omega\tau) + r^{(m-1)} \cos(m\omega\tau + \varphi_0)}{1 - 2r\cos\omega\tau + r^2} + 2BD | E_{in} |^2 \frac{-r - r^m \cos(m-1)\omega\tau - r^m \cos[(m-1)\omega\tau + \varphi_0]}{1 - 2r\cos\omega\tau + r^2} + D^2 | E_{in} |^2 \frac{1 - 2r^{(m-1)} \cos(m-1)\omega\tau + 2r^{(m-1)} \cos[(m-1)\omega\tau + \varphi_0] - 2r^{2(m-1)} \cos(m\omega\tau + \varphi_0)}{1 - 2r\cos\omega\tau + r^2} \quad (3)$$

设谐振腔  $q$  次谐振波的振荡频率为  $f_q$ , 则式(3)中的  $\omega\tau$  可写成

$$\omega\tau = 2\pi[q + (f - f_q)\tau] \quad (q \text{ 为一整数}, f \text{ 为激光器输出光波的频率}) \quad (4)$$

在采用  $f_1$  和  $f'_1$  双频率调制的数字系统中, 谐振腔的中心谐振频率为  $f_R = f + (f_1 + f'_1) / 2$ , 经过相位调制器调制后的光波进入谐振腔, 其频率为  $f + f_m$ 。如果假设  $f_q$  与  $f_R$  的差值为  $\Delta f$ , 要求出谐振频差  $\Delta f$  与光强  $I$  之间的关系式, 只需将(3) 式中的  $\omega\tau$  用下式取代即可

$$\omega\tau = 2\pi[q + (f + f_m - f_q)\tau] = 2\pi\left[q + \left(f_m - \frac{f_1 + f'_1}{2} - \Delta f\right)\tau\right] \quad (5)$$

在频差等于零附近的线性区,  $\Delta f$  与探测器输出方波的光强幅度差(即  $I_2 - I_1$ ) 成正比, 而谐振式光纤陀螺的频差与旋转角速度  $\Omega$  之间存在如下关系:  $\Delta f = \frac{4A}{n\lambda l_c} \Omega$ , 由此可得到

$$\Omega = \frac{n\lambda l_c}{4A} \Delta f = \frac{n\lambda}{2R} \times \frac{(I_2 - I_1)}{k_{I-\Delta f}} \quad (6)$$

式中,  $k_{I-\Delta f}$  为光强和频差之间的转换系数,  $l_c$  为谐振腔单圈光纤环的周长,  $A$  为谐振腔单圈光纤环所包围的面积,  $R$  为谐振腔光纤环的半径,  $n$  为谐振腔介质的折射率,  $\lambda$  为光波波长。只要计算出  $2\pi$  复位高度不精确引起输出光强的误差, 即可知道引入的伪旋转速率。

下面以重复频率为  $f_1$  和  $f'_1$  组合形成的阶梯波为例, 根据实际系统的具体数据进行数值计算。

取  $f_1 = 50$  kHz,  $f'_1 = 100$  kHz,  $R = 5$  cm,  $L = 5$  m,  $n = 1.45$ ,  $\lambda = 1.55$   $\mu\text{m}$ ,  $c = 3 \times 10^8$  m/s,  $\tau = 0.025$   $\mu\text{s}$ ,  $E_{in}^2 = 1$  mW,  $k_{\text{cross}} = 0.1$ ,  $\alpha_c = 0.48$  dB,  $\exp(-\alpha l_c) = 10^{-0.045/20}$ 。

假设  $2\pi$  复位高度的偏差为  $0.1\%$  (即  $\varphi_0 = 99.9\% \times 2\pi$ ), 频差  $\Delta f = 10$  kHz, 根据式(3), (5)和(6)进行数值计算, 结果如表 1 所示, 其中, 光强的单位为 W, 角速率的单位为 rad/s。

表 1 阶梯波复位高度小于  $V_{2\pi}$  时的数值计算结果

Table 1 Results of calculation numerically to a serrodyne reset having an amplitude of less than  $V_{2\pi}$

The number of round trips of light passing through the resonator ring	$m$	1	2	3	4	5
Light intensity when reset amplitude equal to $V_{2\pi}(\varphi_0 = 2\pi)$	$I_2(f_m = f'_1)$	$4.5724 \times 10^{-6}$				
	$I_1(f_m = f_1)$	$6.1721 \times 10^{-6}$				
Light intensity when reset amplitude less than $V_{2\pi}(\varphi_0 = 99.9\% \times 2\pi)$	$I'_2(f_m = f'_1)$	$4.4019 \times 10^{-6}$	$4.4161 \times 10^{-6}$	$4.4295 \times 10^{-6}$	$4.4421 \times 10^{-6}$	$4.4537 \times 10^{-6}$
	$I'_1(f_m = f_1)$	$6.6673 \times 10^{-6}$	$6.6149 \times 10^{-6}$	$6.5683 \times 10^{-6}$	$6.5268 \times 10^{-6}$	$6.4898 \times 10^{-6}$
Error of light intensity when $f_m = f'_1$	$I_2 - I'_2$	$-1.705 \times 10^{-7}$	$-1.563 \times 10^{-7}$	$-1.429 \times 10^{-7}$	$-1.302 \times 10^{-7}$	$-1.187 \times 10^{-7}$
Spurious rotations when $f_m = f'_1$	$\Omega_2$	-0.0239	-0.0219	-0.02	-0.0183	-0.0167
Error of light intensity when $f_m = f_1$	$I_1 - I'_1$	$4.592 \times 10^{-7}$	$4.428 \times 10^{-7}$	$3.962 \times 10^{-7}$	$3.547 \times 10^{-7}$	$3.177 \times 10^{-7}$
Spurious rotations when $f_m = f_1$	$\Omega_1$	0.0645	0.0622	0.0556	0.0498	0.0446

从表 1 计算结果可以看出, 由于探测器输出的方波信号的峰-峰值 ( $I_2 - I_1$ ) 非常小, 只有  $10^{-5}$  左右, 而复位所引入的幅度误差大致在  $10^{-6}$ , 所以复位脉冲对其的影响较大, 可以造成大概  $1^\circ \sim 4^\circ/\text{s}$  的伪旋转角速率。

另外, 通过计算可知, 对于重复周期为  $f_1$  (50 kHz) 的复位脉冲, 其脉冲的尾部大概要经过 86 个  $\tau$

的时间完全消失; 对于重复周期为  $f'_1$  (100 kHz) 的复位, 其复位脉冲的尾部需经过 87 个  $\tau$  的时间完全消失。

### 3.2 对标度因素的影响

通过推导可以得出<sup>[6]</sup>, 谐振式光纤陀螺的标度因素  $K_{st}$  为

$$K_{st} = \frac{2R}{n\lambda} \frac{2\pi\tau \times 2^m}{V_{2\pi}} \quad (7)$$

式中,  $m$  为  $D/A$  转换器的位数;  $V_{2\pi}$  表示对应  $2\pi$  相移时调制器上所加的控制电压, 即阶梯波的  $2\pi$  复位高度。由式(7)可以知道, 标度因素与  $V_{2\pi}$  成反比, 如果  $2\pi$  复位高度有 0.1% 的偏差, 将导致标度因素  $1 \times 10^{-3}$  的非线性。

## 4 克服复位误差的方法

### 4.1 采用低通滤波器

采用一低通滤波器即可去掉复位脉冲的尖峰, 但复位脉冲的尾部无法消除。用 Simulink 仿真可得到图 6 所示的波形。仿真参数为: 方波频率  $f_0 = 2.5 \text{ kHz}$ ; 复位干扰脉冲的频率分别为  $f_1 = 50 \text{ kHz}$  (方波上方),  $f'_1 = 100 \text{ kHz}$  (方波下方); 低通滤波器的上限频率为  $10f_0$ 。

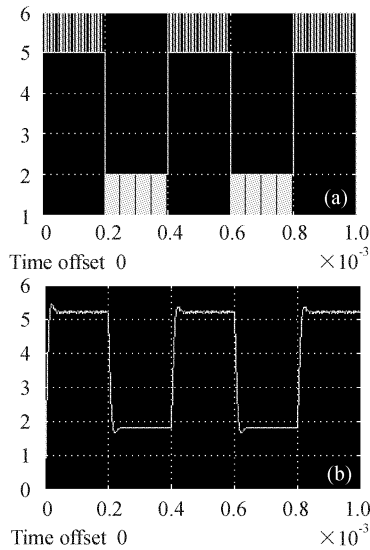


图 6 (a) 有复位脉冲干扰时的波形;

(b) 经过低通滤波器后的输出波形

Fig. 6 (a) Waveform with reset pulse;  
(b) Output waveform after low-pass filter

### 4.2 加大采样间隔

如果采样点不取在产生复位脉冲的地方, 则复位将不会对系统产生影响, 所以可通过延迟采样时间, 即加大采样间隔来消除复位脉冲尾部的影响。但这种方法要同时考虑采样频率是否能满足系统的其他要求。

在数字调制的陀螺系统中, 由于组成阶梯波的两频率中  $f'_1 > f_1$ , 取  $f'_1$  为例加以说明。考虑系统的其他要求, 取采样时间间隔  $T_s = 5 \mu\text{s}$ 。由上述的

计算结果表明,  $f'_1$  (100 kHz) 的复位脉冲尾部延迟持续时间为  $t_{\text{tail}} = 87\tau = 2.175 \mu\text{s}$ ,  $f'_1$  的复位主脉冲之间的间隔为  $t_{f'_1} = 10 \mu\text{s}$ , 由此可知,  $T_s > t_{\text{tail}}, t_{f'_1} > T_s$ , 即采样时间间隔大于复位脉冲尾部的延迟持续时间, 同时复位主脉冲的间隔又大于采样间隔, 所以,  $2\pi$  复位高度不精确引起的误差对系统检测的影响不大。

### 4.3 加反馈控制系统

利用与复位主脉冲重复频率相同的参考信号, 对探测器的输出进行相关检测, 从中取出与复位主脉冲重复频率相对应的阶梯波峰值高度  $V_{2\pi}$ , 作为一反馈信号。将此反馈信号作为一比较器的参考电平, 对阶梯波的输出高度进行判别, 并将比较器的输出作为阶梯波的复位脉冲, 从而保证复位的精确性。

上述三种方法中, 第一种方法应与其他两种方法结合使用, 而第三种应该是最的, 但会增加检测系统的复杂性, 所以在实际应用时应综合考虑, 根据具体的情况加以取舍。

## 5 结 论

数字调制的谐振式光纤陀螺中, 阶梯波复位高度的不精确将会导致伪旋转角速度的产生和标度因素的非线性, 从分析中可以得出它们之间的定量关系, 并提出了三种克服误差的方法。理论分析证明, 这三种方法是切实可行的。

### 参 考 文 献

- 1 S. Ezekiel, S. R. Balsamo. Passive ring resonator laser gyroscope [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 1977, **30**(9):478~480
- 2 R. E. Meyer, S. Ezekiel, D. W. Stowe *et al.*. Passive fiber-optic ring resonator for rotation sensing [J]. *Opt. Lett.*, 1983, **8**(12):644~646
- 3 Kazuo Hotate, Michiko Harumoto. Resonator fiber optic gyro using digital serrodyne modulation [J]. *J. Lightwave Technol.*, 1997, **15**(3):466~473
- 4 Ma Huilian, Jin Zhonghe, Ding Chun *et al.*. Influence of spectral linewidth of laser on resonance characteristics in fiber ring resonator [J]. *Chinese J. Lasers*, 2003, **30**(8):731~734  
马慧莲, 金仲和, 丁纯等. 激光器线宽对光纤环形谐振腔谐振特性的影响[J]. *中国激光*, 2003, **30**(8):731~734
- 5 Lee K. Strandjord, Glen A. Sanders. Effects of imperfect serrodyne phase modulation in resonator fiber optic gyroscopes [C]. *SPIE*, 1994, **2292**:272~282
- 6 Zhang Xi. Detection and control of closed-loop FOG [D]. *Doctoral Dissertation of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2001. 28~30  
张晞. 光纤陀螺闭环检测与控制[D]. 北京:北京航空航天大学, 2001. 28~30