

文章编号: 0258-7025(2004)08-0927-04

# 实虚部关联的量子噪声和抽运噪声对 单模激光光强关联函数的影响

程庆华<sup>1,2</sup>, 曹 力<sup>2,3</sup>, 吴大进<sup>2,3</sup>, 王 俊<sup>3</sup>

<sup>1</sup> 荆州师范学院物理系, 湖北 荆州 434100  
(<sup>2</sup> 华中科技大学激光技术国家重点实验室, <sup>3</sup> 物理系, 湖北 武汉 430074)

**摘要** 采用抽运噪声和实虚部之间关联的量子噪声驱动的单模激光损失模型, 运用线性化近似方法计算了反映激光动力学性质的光强关联函数  $C(t)$  和光强相对涨落  $C(0)$ , 讨论了光强关联函数随时间  $t$  的演化, 分析了量子噪声实虚部间关联系数  $\lambda_q$ , 抽运噪声强度  $P$  和量子噪声强度  $Q$  对光强关联函数  $C(t)$  随时间  $t$  演化过程的影响。发现  $C(t)$  随时间  $t$  的演化是单调衰减过程, 但噪声强度的减小和量子噪声实虚部间关联的减弱会使演化曲线整体下移, 说明噪声强度和量子噪声实虚部间的关联对  $C(t)$  随时间  $t$  的演化过程有较大的影响。当时间  $t$  增加时,  $C(t)$  与量子噪声实虚部间关联系数  $\lambda_q$  的关系曲线出现了一个极值和三个极值两种不同的情况。最后分析了线性化近似方法适用的条件。

**关键词** 激光物理; 单模激光; 光强关联函数; 量子噪声

**中图分类号** TN 241 **文献标识码** A

## Effects on Intensity Correlation Function by Pump Noise and Quantum Noise with Cross-Correlation Real and Imaginary Parts in a Single-Mode Laser

CHENG Qing-hua<sup>1,2</sup>, CAO Li<sup>2,3</sup>, WU Da-Jin<sup>2,3</sup>, WANG Jun<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Department of Physics, Jingzhou Normal University, Jingzhou, Hubei 434100, China  
<sup>2</sup> State Key Laboratory of Laser Technology, <sup>3</sup> Department of Physics,  
Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430074, China

**Abstract** With the linear approximation method, the intensity correlation function  $C(t)$  and normalized mean intensity fluctuation  $C(0)$  are calculated, which reflects dynamic properties of the laser. The time evolution of  $C(t)$  is discussed in a loss-noise model of single mode laser system by pump noise and quantum noise with cross-correlation real and imaginary parts. The influences on the time evolution of  $C(t)$  are analyzed from cross-correlation coefficient between the real and imaginary of quantum noise  $\lambda_q$ , intensities of the pump noise  $P$  and quantum noise  $Q$ , respectively. The time evolution of  $C(t)$  is a monotonous descending process, while the whole  $C(t)$  versus  $t$  curve falls down with noises intensity reducing and the cross-correlation between real and imaginary parts of the quantum noise weakening, which shows that the great influence of the noises intensity and the cross-correlation between real and imaginary parts of the quantum noise on the time evolution of  $C(t)$ . When  $t$  increases, an extremum or three extrema appears in the  $C(t)$  versus  $\lambda_q$  curve. Finally, the valid range for the linear approximation method is discussed.

**Key words** laser physics; single-mode laser; intensity correlation function; quantum noise

收稿日期: 2003-09-09; 收到修改稿日期: 2003-12-08

基金项目: 国家自然科学基金(批准号: 10275025)和湖北省教育厅重点科研项目(自然科学类, 项目编号: 2003A001)资助课题。

作者简介: 程庆华(1957—), 女, 湖北人, 荆州师范学院物理系副教授, 目前从事激光动力学方面的研究。E-mail: qhcheng@jznu.net

## 1 引 言

噪声和噪声之间的不同关联对激光系统的统计性质存在很大的影响。引起激光场涨落的噪声通常有两种,一种是自发辐射的量子噪声,以加法噪声形式体现;另一种为抽运噪声,以乘法噪声形式体现。自从1991年 Fulinski 和 Telejko 首次提出噪声间存在关联后<sup>[1]</sup>,曹力和吴大进<sup>[2]</sup>对关联噪声驱动的一维随机系统作了较详细的研究。朱士群<sup>[3]</sup>将关联噪声引入激光系统,研究了量子噪声和抽运噪声之间有互关联的激光系统的定态性质,进一步考虑量子噪声实部和虚部之间的关联后,柯圣志等<sup>[4]</sup>和张莉等<sup>[5]</sup>发现在这种关联机制下研究系统的统计性质,能更好地符合实验结果,王中龙等<sup>[6,7]</sup>研究了噪声间具有色关联的单模激光系统的光强关联函数和含时矩。

本文采用具有实虚部关联的量子噪声和抽运噪声驱动的单模激光损失模型,用线性化近似方法<sup>[8]</sup>计算了反映激光动力学性质的光强关联函数  $C(t)$ ,讨论了光强关联函数  $C(t)$  随时间  $t$  的演化,分析了量子噪声实虚部间关联系数  $\lambda_q$ ,抽运噪声强度  $P$  和量子噪声强度  $Q$  对光强关联函数随时间演化过程的影响。光强关联函数是描述激光系统的基本统计量,具有特别重要的地位。由光强关联函数可以导出激光系统的功率谱<sup>[9]</sup>、输出功率和光强相对涨落,其中输出功率和光强相对涨落的研究可以为优化激光系统的输出提供理论依据,其计算结果可以和实验进行比较,另外研究光强关联函数也为研究激光系统的随机共振现象打下了理论基础,因此这里的讨论具有重要的理论和实际意义。

## 2 单模激光损失模型的光强关联函数

单模激光损失模型的光强朗之万方程为<sup>[4]</sup>

$$\frac{dI}{dt} = 2a_0 I - 2AI^2 + Q(1 - |\lambda_q|) + 2Ip_R(t') + 2\sqrt{I}\epsilon_r(t') \quad (1)$$

其噪声满足如下的统计性质

$$\begin{aligned} \langle p_R(t') \rangle &= \langle \epsilon_r(t') \rangle = 0 \\ \langle p_R(t') p_R(s) \rangle &= P\delta(t' - s) \\ \langle \epsilon_r(t') \epsilon_r(s) \rangle &= Q(1 + |\lambda_q|)\delta(t' - s) \\ \langle p_R(s) \epsilon_r(t') \rangle &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

式(1)和(2)中,  $a_0, A$  分别表示净增益系数和自饱和系数;  $p_R(t')$  为抽运噪声实部;  $\epsilon_r$  为位相锁定后的

量子噪声;  $P, Q$  分别为抽运噪声和量子噪声强度;  $\lambda_q$  是量子噪声实虚部之间的关联系数,其取值范围为  $-1 \leq \lambda_q \leq 1$ 。

设  $I = I_0 + \delta(t')$ , 其中  $\delta(t')$  为微小扰动项,将方程(1)在稳定态  $I_0 = a_0/A$  附近线性化得

$$\frac{d\delta(t')}{dt'} = -\gamma\delta(t') + 2I_0 p_R(t') + 2\sqrt{I_0}\epsilon_r(t') + Q(1 - |\lambda_q|) \quad (3)$$

其中  $\gamma = 2a_0$ 。

根据归一化光强关联函数的定义

$$C(t) = \lim_{t' \rightarrow \infty} \frac{\langle I(t')I(t'+t) \rangle - \langle I(t') \rangle^2}{\langle I(t') \rangle^2}$$

代入  $I_0 = a_0/A$  和  $\gamma = 2a_0$ , 计算出单模激光损失模型的光强关联函数为

$$C(t) = \frac{A^2 Q^2 (1 - |\lambda_q|)^2}{4a_0^4} + \left[ \frac{P}{a_0} + \frac{AQ(1 + |\lambda_q|)}{a_0^2} \right] e^{-2a_0|t|} \quad (4)$$

光强的相对涨落为

$$C(0) = \frac{A^2 Q^2 (1 - |\lambda_q|)^2}{4a_0^4} + \frac{P}{a_0} + \frac{AQ(1 + |\lambda_q|)}{a_0^2} \quad (5)$$

## 3 光强关联函数随时间的演化

以量子噪声实虚部间的关联系数  $\lambda_q$  为参数,由式(4)画出光强关联函数  $C(t)$  随时间  $t$  的演化如图1。从图1中可以看出,光强关联函数  $C(t)$  随时间  $t$  单调下降,且随着量子噪声实虚部间关联系数  $\lambda_q$  的减少,整条曲线下移;当  $\lambda_q = 0$  即量子噪声实虚部无关联时,  $C(t)$  随  $t$  的变化曲线降至最低。从图1还可以看出,当  $t > 2$  以后,对不同的  $\lambda_q$ ,  $C(t)$  的值趋于一致。

以量子噪声强度  $Q$  为参数,由式(4)画出光强关联函数  $C(t)$  随时间  $t$  的演化如图2。从图2中可以看出,光强关联函数  $C(t)$  随时间  $t$  单调下降,且随着量子噪声强度  $Q$  的减少,整条曲线下移;从图2还可以看出,当  $t > 2$  以后,对不同的  $Q$ ,  $C(t)$  的值趋于一致。以抽运噪声强度  $P$  为参数,由式(4)画出光强关联函数  $C(t)$  随时间  $t$  的演化如图3。从图3中同样可以看出,光强关联函数  $C(t)$  随时间  $t$  单调下降,且随着抽运噪声强度  $P$  的减少,整条曲线下移;从图3还可以看出,当  $t > 2$  以后,对不同的  $P$ ,  $C(t)$  的值趋于一致。因此,量子噪声强度和抽运噪声强度对光强关联函数随时间演化的影响是相似的。

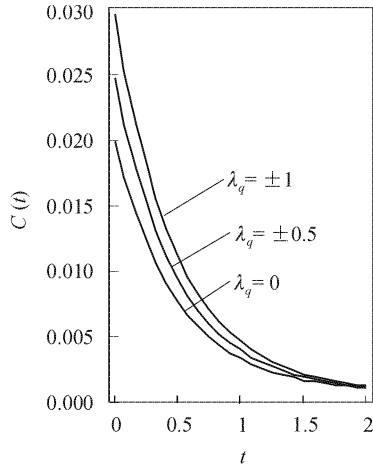


图 1 光强关联函数  $C(t)$  随时间  $t$  的演化(以  $\lambda_q$  为参数)  
 Fig. 1 Time evolution of the intensity correlation function  $C(t)$ , for different values of the cross-correlation coefficient  $\lambda_q$  between the real and imaginary parts of the quantum noise

( $A = 1, a_0 = 1, Q = 0.01, P = 0.01$ )

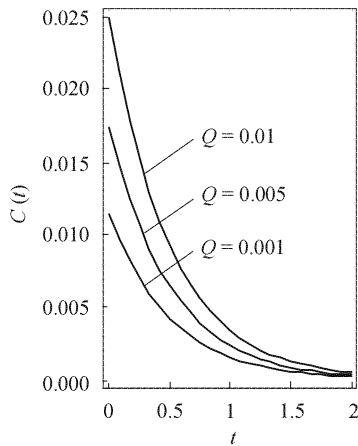


图 2 光强关联函数  $C(t)$  随时间  $t$  的演化(以  $Q$  为参数)  
 Fig. 2 Time evolution of the  $C(t)$ , for different values of the quantum noise intensity  $Q$

( $A = 1, a_0 = 1, P = 0.01, \lambda_q = 0.5$ )

#### 4 光强关联函数随量子噪声实虚部间关联系数的变化

在  $C(t)$  随时间演化的过程中,以不同的时刻  $t$  为参数,作光强的关联函数  $C(t)$  随量子噪声实虚部间关联系数  $\lambda_q$  变化的关系曲线如图 4。在图 4(a) 中,  $C(t)$  随  $\lambda_q$  的变化曲线在  $\lambda_q = 0$  处有极小值,在  $\lambda_q \neq 0$  时  $C(t)$  随  $|\lambda_q|$  的增加而单调增大。随着  $t$  的增加,  $C(t)$  随  $\lambda_q$  的关系曲线由一个极值变成三个极值,即在  $\lambda_q = 0$  处有极大值,在  $\lambda_q = \pm \left(1 - \frac{2a_0^2}{AQ} e^{-2a_0|t|}\right)$  处

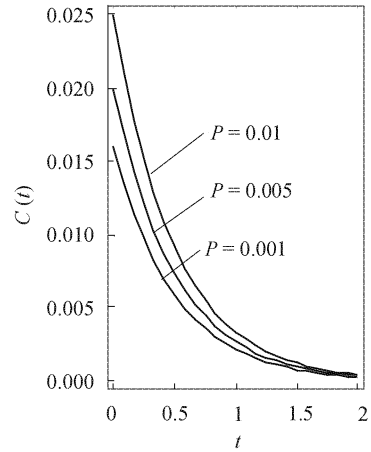


图 3 光强关联函数  $C(t)$  随时间  $t$  的演化(以  $P$  为参数)  
 Fig. 3 Time evolution of the  $C(t)$ , for different values of the pump noise intensity  $P$

( $A = 1, a_0 = 1, Q = 0.01, \lambda_q = 0.5$ )

有极小值,且极小值的位置随  $t$  的增加向  $\lambda_q = \pm 1$  处移动。当  $t \rightarrow \infty$  时,  $C(t)$  在  $\lambda_q = 0$  处出现极大值;在  $\lambda_q = \pm 1$  处出现两个极小值,使  $C(t)$  随  $\lambda_q$  的关系曲线尾部出现两个小平台,如图 4(b) 和 (c) 所示。由图 4(c) 可看出,  $t = 5$  和  $t = 100$  时的  $C(t)$  随  $\lambda_q$  的关系曲线几乎重合,表明  $t \geq 5$  以后,  $C(t)$  随  $\lambda_q$  的变化关系基本不受时间  $t$  的影响。

#### 5 线性化近似方法适用条件的分析

由于计算光强关联函数时应用了线性化近似,所以有必要对所选参数范围是否满足线性化近似适用条件进行简单分析。当由 (5) 式计算的光强相对涨落满足条件  $C(0) \ll 1$  时,线性化近似是适用的。以上在计算光强关联函数中所取的参数均在线性化近似适用要求满足的条件内,下面举例说明这一点。用所取参数由 (5) 式绘出光强的相对涨落  $C(0)$  随量子噪声实虚部间关联系数  $\lambda_q$  的函数曲线如图 5。从图 5 可以看出,在讨论的参数范围内,光强的相对涨落  $C(0)$  小于  $3 \times 10^{-2}$ ,确实满足  $C(0) \ll 1$  的条件。

#### 6 结 论

光强关联函数  $C(t)$  是反映激光系统统计性质的重要物理量。上面的研究发现  $C(t)$  随时间  $t$  的演化是单调衰减过程,但噪声强度的减小和噪声间关联的减弱会使演化曲线整体下移,说明噪声及其关

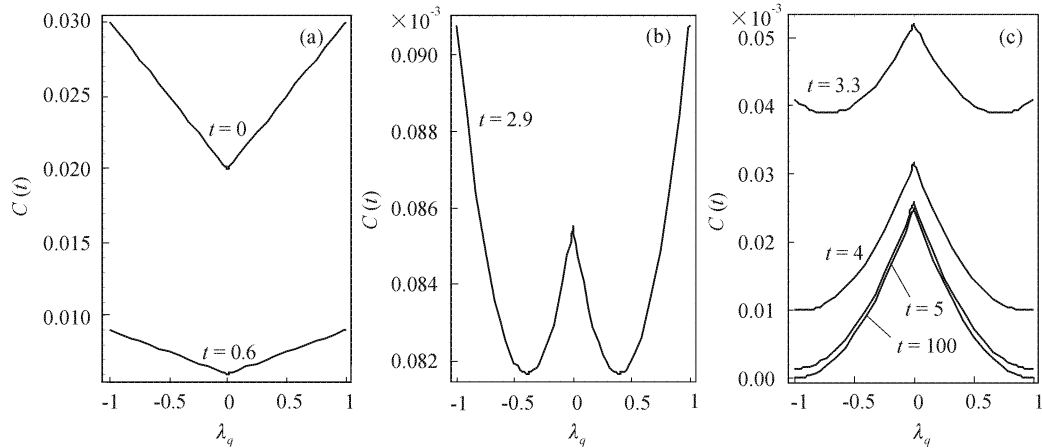


图 4 不同时刻光强关联函数  $C(t)$  随量子噪声实虚部间关联系数  $\lambda_q$  的变化

Fig. 4  $C(t)$  versus  $\lambda_q$  at different time

( $A = 1, a_0 = 1, Q = 0.01, P = 0.01$ )

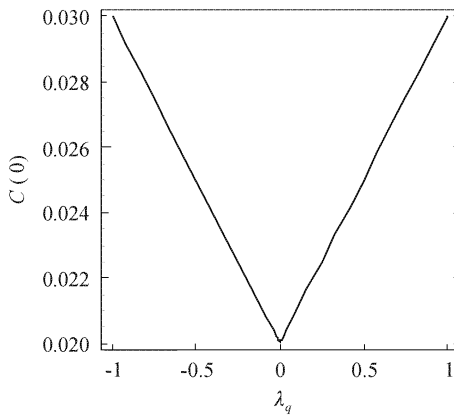


图 5 光强相对涨落  $C(0)$  和量子噪声实虚部间关联系数  $\lambda_q$  的函数曲线

Fig. 5 Variance of the laser intensity  $C(0)$  versus  $\lambda_q$

( $A = 1, a_0 = 1, Q = 0.01, P = 0.01$ )

联对演化过程有较大的影响。不同时刻的  $C(t)$  与量子噪声实虚部间关联系数  $\lambda_q$  的关系曲线出现了一个极值和三个极值两种情况,这两种情况分别对应不同的参数区域。最后的分析表明,本文的结论符合线性化近似适用应满足的条件。

参 考 文 献

1 A. Fulinski, T. Telejko. On the effect of interference of additive

and multiplicative noise [J]. *Phys. Lett. A*, 1991, **152**(1~2): 11~14

2 Li Cao, Dajin Wu. Stochastic dynamics for systems driven by correlated noises [J]. *Phys. Lett. A*, 1994, **185**(1):59~64

3 Shiqun Zhu. Steady-state analysis of a single-mode laser with correlations between additive and multiplicative noise [J]. *Phys. Rev. A*, 1993, **47**(3):2405~2408

4 Ke Shengzhi, Cao Li, Wu Dajin *et al.*. General laser intensity Langevin equation in a single-mode laser model [J]. *Chin. Phys. Lett.*, 2001, **18**(3):370~372

5 Zhang Li, Cao Li, Wu Dajin. New amplitude equation of single-mode laser [J]. *Chin. Phys.*, 2003, **12**(1):33~38

6 Wang Zhonglong, Shi Yafei. Correlation function and time-dependent moment of the intensity for a single-mode laser with exponential function correlation noise [J]. *Chinese J. Lasers*, 2002, **A29**(8):691~693

王忠龙,石亚非. 具有  $e$  指数关联噪声的单模激光的光强关联函数和含时矩[J]. *中国激光*, 2002, **A29**(8):691~693

7 Wang Zhonglong, Shi Yafei, Cao Li. Effects of the noise-correlation-time of a single-mode laser [J]. *Chinese J. Lasers*, 2000, **A27**(11):1019~1024

王忠龙,石亚非,曹力等. 单模激光的噪声关联时间效应[J]. *中国激光*, 2000, **A27**(11):1019~1024

8 E. Hernandez-Garcia, R. Toral, M. San Minguel. Intensity correlation functions for the colored gain-noise model of dye lasers [J]. *Phys. Rev. A*, 1990, **42**(11):6823~6830

9 Dai Yaping, Xie Hu, Li Yinzhu *et al.*. Propagation of power spectral density; theoretical and numerical analysis [J]. *Chinese J. Lasers*, 2001, **A28**(4):337~342

戴亚平,谢虎,李银柱等. 功率谱密度传输性质的理论分析和数值模拟[J]. *中国激光*, 2001, **A28**(8):337~342