

文章编号: 0258-7025(2004)06-0740-05

# 傅里叶变换轮廓术中抑制零频的新方法

陈文静, 苏显渝, 曹益平, 向立群

(四川大学光电科学技术系, 四川 成都 610064)

**摘要** 基于条纹投影的傅里叶变换轮廓术(FTP)是一种非接触、快速的光学三维面形测量方法。将短时傅里叶变换引入傅里叶变换轮廓术中,通过合适滑动窗口把变形条纹分成许多局部条纹段。计算每一个局部变形条纹的归一化傅里叶谱,提取零频分量,从中重构出变形条纹的零频分量。再计算原变形条纹的归一化傅里叶谱,并从中减去零频分量,以达到利用一帧变形条纹就可以抑制或消除零频分量对傅里叶变换轮廓术测量的影响,使得携带被测物体高度信息的基频分量的扩展几乎可以达到零频,而不发生混叠,相当于达到了 $\pi$ 相移技术消除零频的效果。同采用 $\pi$ 相移技术来消除背景光场的改进傅里叶变换轮廓术方法相比,此新方法仅需要对 CCD 获取的一帧条纹图进行处理,测量装置简单,随着计算机处理速度的提高,使傅里叶变换轮廓术能真正发挥其快速测量的优势。

**关键词** 信息光学;傅里叶变换轮廓术;短时傅里叶变换;频谱混叠

**中图分类号** O 438.2      **文献标识码** A

## New Method to Eliminate Extension of Zero Component in FTP

CHEN Wen-jing, SU Xian-yu, CAO Yi-ping, XIANG Li-qun

(Department of Opto-Electronics, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610064, China)

**Abstract** Fourier transformation profilometry (FTP) is a non-contact and high speed optical 3-D measurement method. Here, a short-time Fourier transform is introduced into FTP to extract zero component included in deformed fringe pattern only employing one frame deformed fringe pattern. In this method, a window function is used to scan through whole deformed fringe image from left-top to right-bottom to form many partial fringe patterns. For each partial fringe, its normalized Fourier spectrum is calculated, the zero components are extracted and superimposed to restore the zero component. Then the normalized Fourier spectra of original deformed fringe pattern is calculated. Finally the zero component is subtracted from Fourier spectra of deformed fringe pattern. Eliminating zero component can extend the measuring range of Fourier transform profilometry to nearly three times of that of the traditional FTP as  $\pi$  phase-shifting technique does. Experiment verifies that it is an efficient method to extend measuring range and keep measuring speed. Compared to  $\pi$  phase-shifting technique, only one frame deformed fringe pattern is needed to eliminate the zero component. The setup is simple because of no phase shifting device needed.

**Key words** information optics; Fourier transform profilometry; short-time Fourier transform; frequency aliasing

## 1 引 言

傅里叶变换轮廓术(FTP)是一种常用的三维面形测量方法,由 Takeda<sup>[1]</sup>等在 1983 年提出,由于其具有非接触、速度快、精度高等特点而受到广泛关

注。人们就如何提高其测量范围和测量精度的问题,进行了深入研究<sup>[2~7]</sup>。由于傅里叶变换轮廓术采用从频域滤出包含被测物体高度信息的基频信息,对其进行逆傅里叶变换,从而获得被测物体的高度信息,因此频谱混叠对测量的影响不可忽视。采

**收稿日期:** 2003-01-27; **收到修改稿日期:** 2003-04-02

**基金项目:** 国家自然科学基金(60177001)和四川省应用基础研究基金(01gy051-07)资助项目。

**作者简介:** 陈文静(1968—),女,重庆市永川人,四川大学光电科学技术系副教授,博士,主要从事光学三维测量。E-mail: chenwj@email.scu.edu.cn

用面积调制技术已可得到质量很好的正弦条纹<sup>[8]</sup>, 消除了高次谐波分量对基频分量的影响。为了扩展傅里叶变换轮廓术的测量范围, 还必须抑制零频扩展, 常采用  $\pi$  相移技术来消除零频<sup>[3,4]</sup>。但是测量系统中需要安装精密相移装置来完成  $\pi$  相移, 增加了系统的复杂性。并且, 需要采集两帧具有  $\pi$  位相差的条纹图, 影响了傅里叶变换轮廓术测量方法的实时性。

本文将短时傅里叶变换方法引入傅里叶变换轮廓术中, 利用获取的一帧变形条纹图, 通过对高斯窗口所确定的局部变形条纹进行傅里叶变换。

## 2 傅里叶变换轮廓术基本原理

图 1(a) 是傅里叶变换轮廓术的典型测量光路图,  $P_1$  和  $P_2$  分别为投影装置的入瞳和出瞳,  $I_2$  和  $I_1$  分别为摄像装置的入瞳和出瞳,  $d$  为  $P_2$  与  $I_2$  间的距离,  $L_0$  为  $I_2$  到参考平面  $R$  间的距离,  $A$  和  $C$  为参考平面  $R$  上的两点,  $D$  为物面上的点, 光栅垂直于图平

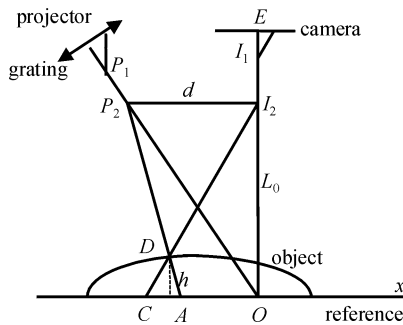


图 1 傅里叶变换轮廓术测量原理图  
Fig. 1 Optical geometry of FTP

面。通常由正弦光栅投影得到的变形结构光场表示为

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[2\pi f_0 x + \varphi(x, y)] \quad (1)$$

其中  $a(x, y)$  为背景光场,  $b(x, y)$  为物面非均匀反射率,  $\varphi(x, y)$  为由物体高度分布  $h(x, y)$  引起的位相调制,  $f_0$  为投影光栅的基频。背景分量  $a(x, y)$  可以通过  $\pi$  相移技术消除。如不考虑背景的影响, 变形条纹的傅里叶变换频谱分布为

$$G(f, y) = Q(f - f_0, y) + Q^*(f + f_0, y) \quad (2)$$

其中  $Q(f, y)$  表示  $\frac{1}{2}b(x, y)\exp[i\varphi(x, y)]$  的傅里叶变换。通过从频域中滤出基频分量并进行逆傅里叶变换, 可以计算出位相分布, 表示为:  $2\pi f_0 x + \varphi(x,$

$y)$ 。移去载频分量  $2\pi f_0 x$ , 即得到由被测物体高度变化引起的位相。在远心投影光路条件,  $L_0 \gg h(x, y)$ , 被测物体的高度分布和调制位相的关系为<sup>[1,2]</sup>

$$\varphi(x, y) \approx \Delta\varphi(x, y) = -\frac{2\pi f_0 d}{L_0} h(x, y) \quad (3)$$

在傅里叶变换轮廓术测量方法中, 涉及到滤波处理, 必须避免携带有用信息的基频分量同其他频谱分量的混叠, 所以傅里叶变换轮廓术的测量范围受到限制。传统的傅里叶变换轮廓术的测量范围为<sup>[1]</sup>

$$\left| \frac{\partial h(x, y)}{\partial x} \right| < L_0/3d \quad (4a)$$

采用  $\pi$  相移技术消除零频分量对测量影响后, 傅里叶变换轮廓术的测量范围表示如下<sup>[2]</sup>

$$\left| \frac{\partial h(x, y)}{\partial x} \right| < L_0/d \quad (4b)$$

对比式(4a)和(4b)可见, 消除零频分量的影响后, 傅里叶变换轮廓术的测量范围提高到原来的 3 倍。

## 3 短时傅里叶变换在傅里叶变换轮廓术中的应用

窗口傅里叶变换的基本思想是: 把条纹划分成许多局部条纹段, 用傅里叶变换对每一个局部变形条纹进行分析, 以便确定该局部变形条纹的频率。合适的截断窗口可以避免局部变形条纹中各级频谱之间的相互混叠。通常短时傅里叶变换的定义为(以一维为例)

$$F_a(\omega, b) = \int_{\mathbb{R}} [f(x) \exp(-j\omega x)] W_a(x - b) dx \quad (5)$$

式中  $f(x)$  为待处理的条纹,  $W_a(x - b)$  为窗口函数,  $a$  为固定值, 确定了窗口的大小和形状,  $b$  为窗口中心平移因子, 随着  $b$  的增大, 窗口的位置相应向前推移。  $F_a(\omega, b)$  可以认为是通过窗口  $W_a(x - b)$  挑选的一个局部条纹的傅里叶变换。选择高斯函数为窗函数时, 这就是盖伯(Gabor)变换。高斯函数的表达式如下

$$ga(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}a} \exp\left(-\frac{x^2}{2a^2}\right) \quad (6)$$

高斯函数具有如下特性:  $\int_{-\infty}^{\infty} ga(x - b) dx = 1$ 。其窗口宽度为由  $\sqrt{2}a$  确定。

利用上面性质, 可以得出以高斯函数为窗口函数的短时傅里叶变换的频谱叠加与傅里叶变换的频

谱是一样的,即

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [f(x) \exp(-j\omega x) g_a(x-b)] dx db = F(\omega) \tag{7}$$

$F(\omega)$  为  $f(x)$  的傅里叶变换。

以高斯函数为窗口函数截取局部条纹的过程如图 2 所示,随着窗口位置向前推移,可以对整个变形条纹进行局部化。对每一个局部条纹,计算其傅里叶变换得到分离的频谱,然后通过计算机自动找出零频所在的位置(频谱最大值处),再在其左右分别寻找第一个极小值来提取出零频分量。随着窗口的移动,将所得的零频分量进行叠加,重构零频分量并进行归一化。再计算变形条纹的归一化傅里叶谱,并从中减去零频分量以减小零频对傅里叶变换轮廓术测量的影响。整个流程如图 3 所示。

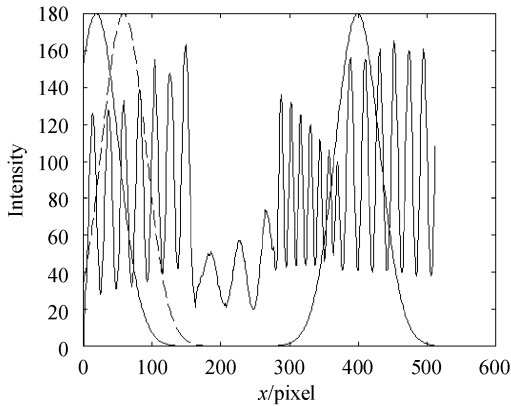


图 2 窗口截取条纹的示意图

Fig. 2 Sketch map of moving windows on deformed fringe pattern

选择窗口时要注意:由于变形光栅图像中,既包含高频分量又包含低频分量。观察高频分量时要用窄窗口,相对地研究低频分量时要用宽窗口,因而必须选择合适的窗口进行分析。如果窗口太窄小,零频和基频会混叠。由于需要提取的是零频分量,所以窗口的选择需要保证局部条纹的傅里叶谱的零频与其他分量的分离。选择窗口时以变形条纹的稀疏处的条纹为参考,保证窗口截取出的此处的条纹零频分量是分离的,这样会得到好的效果。

### 4 实验验证

为了验证上述方法在零频分量同基频分量混叠时,可以有效地抑制零频分量,提高傅里叶变换轮廓术的测量精度,对一个已知高度分布的三角形进行了测量。被测物体是一个底边长 80 mm,高 70 mm

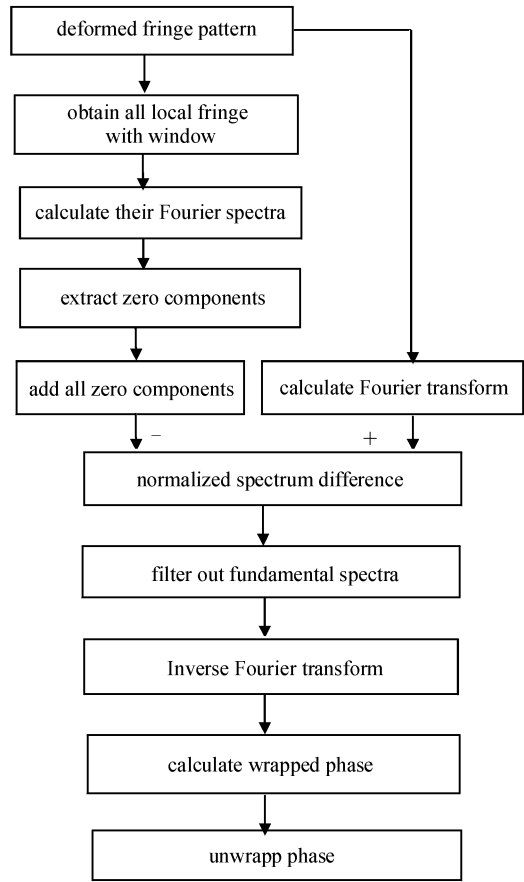


图 3 傅里叶变换轮廓术中应用短时傅里叶变换处理流程图

Fig. 3 Flow chart of FTP employed short-time Fourier transform

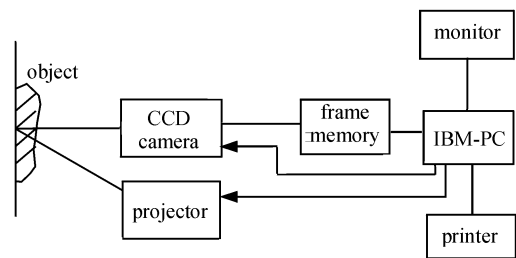


图 4 实验框图

Fig. 4 Experimental setup

的三角形物体,实验框图如图 4 所示。投影正弦条纹图在被测物体表面上,在同投影光轴成一定夹角的方向上用 CCD 采集一帧变形条纹图,系统参数:  $L_0/d = 4.5$ 。零频分量存在时,傅里叶变换轮廓术的测量范围为:  $\left| \frac{\partial h(x,y)}{\partial x} \right| < L_0/3d$ , 此时只能测量高度变化率不超过 1.5 的物体。无零频分量存在时,傅里叶变换轮廓术的测量范围突破此限制,最大

可达到:  $L_0/d$ 。本待测物体的高度变化率为 1.8, 所以采用传统的傅里叶变换轮廓术方法不能得到好的测量效果。图 5(a), (b) 分别为变形条纹灰度图第 256 行处的一维条纹图。由于被测的三角形较陡峭, 零频有较大的扩展, 该行局部放大的傅里叶谱如图 5(c) 所示, 零频和基频间存在较严重的频谱混叠。采用传统的傅里叶变换轮廓术处理方法, 不能得到正确的恢复结果, 如图 5(d) 所示, 标准差为 2.3156 mm。利用图 3 所示的流程对此条纹进行处理, 确定高斯窗口大小和形状的因子  $a$  设为 32, 平移因子  $b$  为 3。计算出每个局部条纹的傅里叶谱, 提取零频分量并进行叠加, 再计算其归一化值。然

后再用变形条纹的归一化傅里叶频谱减去提取的零频分量, 第 256 行频谱的差如图 5(e) 所示, 可见零频分量被较好地抑制, 用和传统的傅里叶变换轮廓术相同的滤波窗口滤出基频分量进行逆傅里叶变换得到的面形如图 5(f) 所示, 得到了正确的恢复结果, 标准差为 1.4278 mm。处理二维图像时, 对变形光栅图的每一行逐行进行处理。图 6(a) 和 (b) 分别表示用传统傅里叶变换轮廓术处理和用本文所提方法处理的结果。从图 6(a) 可见, 由于基频和零频的混叠, 恢复形状产生了明显的变形。采用本文提出的方法后, 由混叠引起的测量误差被消除了, 测量精度提高了。

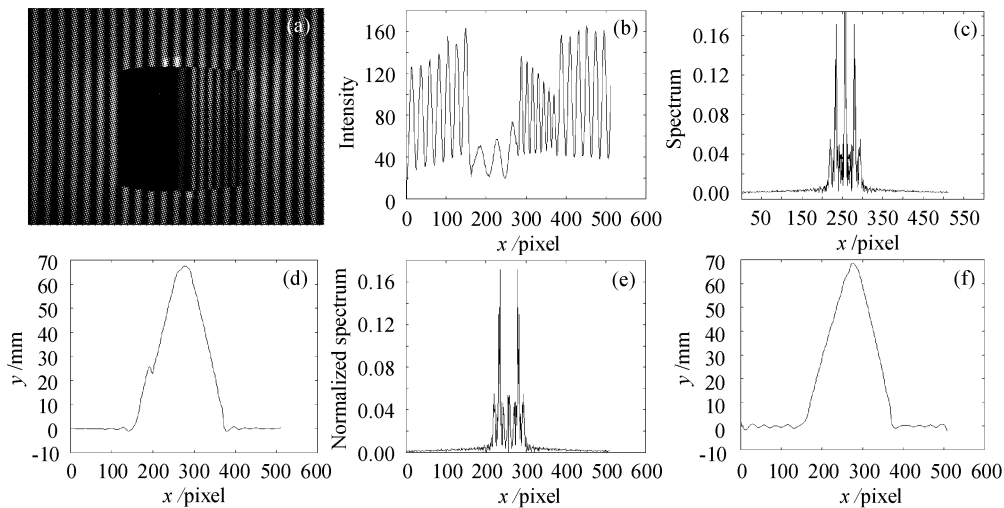


图 5 (a) 变形条纹灰度图; (b) 某一行的条纹图; (c) 傅里叶变换频谱的局部放大;

(d) 传统傅里叶变换轮廓术的恢复结果; (e) 本文方法处理后的频谱图; (f) 本文方法的恢复结果

Fig. 5 (a) Deformed fringe pattern by gray display; (b) Intensity distribution in a certain row; (c) Enlarged frequency distribution of that row; (d) Restored height of that row using conventional FTP; (e) Frequency spectra obtained after treated by new method; (f) Restored height of that row using new method

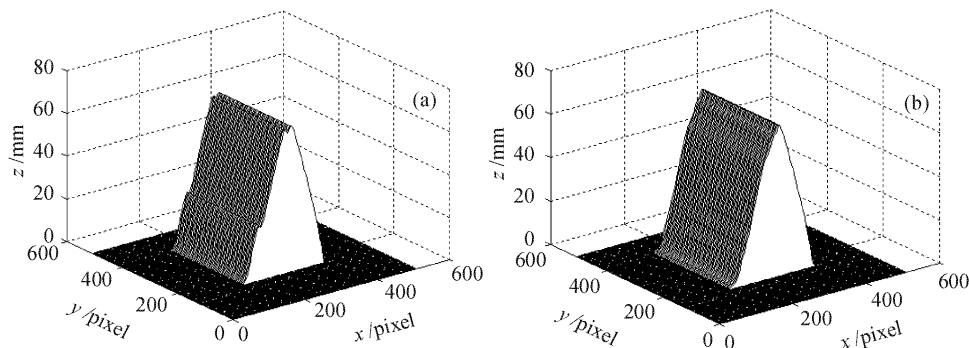


图 6 (a) 传统傅里叶变换轮廓术的恢复结果; (b) 本文方法的恢复结果

Fig. 6 (a) 3D restored height using conventional FTP; (b) 3D restored height using new method

## 5 结 论

傅里叶变换轮廓术中, 当背景对应的零频分量

的扩展引起零频和基频之间频谱混叠时, 将导致严重的测量误差。为了消除零频的影响, 通常需要获

取两帧图像(利用  $\pi$  相移技术需要采集两帧具有  $\pi$  位相差的条纹图,利用灰度图消除零频需要多采集一帧灰度图)。本文将短时傅里叶变换方法引入傅里叶变换轮廓术中,利用获取的一帧变形条纹图,通过高斯窗口所确定的局部变形条纹进行傅里叶变换,在窗口区域中提取零频分量,并随着窗口的移动,将所得的零频分量进行叠加,重构零频分量并归一化,用以消除零频分量,提高测量范围和精度。同采用  $\pi$  相移方法和利用被测量物体的灰度图来消除零频分量的改进傅里叶变换轮廓术方法相比,该方法仅需要对 CCD 获取的一帧变形条纹进行处理,就可以达到基本消除零频的效果,测量装置简单,随着计算机处理速度的提高,使傅里叶变换轮廓术能真正发挥其快速测量的优势。

#### 参 考 文 献

- 1 M. Takeda, K. Mutoh. Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes [J]. *Appl. Opt.*, 1983, **22**(24):3977~3982
- 2 Xianyu Su, Wenjing Chen. Fourier transform profilometry: a review [J]. *Optics & Lasers Eng.*, 2001, **35**(5):263~284
- 3 Jian Li, Xian-yu Su, Lu-rong Guo. Improved Fourier transform profilometry of the automatic measurement of three-dimensional object shapes [J]. *Opt. Eng.*, 1990, **29**(12):1439~1444
- 4 Chen Wenjing, Su Xianyu, Tan Songxin. Basic requirement for measurement system in FTP [J]. *J. Optoelectronics • Laser*, 1999, **10**(6):535~539  
陈文静,苏显渝,谭松新. Fourier 变换轮廓术中测量系统的基本要求[J]. *光电子·激光*, 1999, **10**(6):535~539
- 5 Wenjing Chen, Hu Yang, Xianyu Su *et al.*. Error caused by sampling in Fourier transform profilometry [J]. *Opt. Eng.*, 1999, **38**(6):1029~1034
- 6 Chen Wenjing, Su Xianyu, Su Likun *et al.*. Improvement for measuring accuracy of Fourier transform profilometry with gray image [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2000, **27**(3):55~59  
陈文静,苏显渝,苏礼坤等. 利用灰度图提高 Fourier 变换轮廓术的测量精度[J]. *光电工程*, 2000, **27**(3):55~59
- 7 Huang Shang-lian, Jiang Yi. The method to improve the measurable steepness of Fourier transform profilometry for the 3-D measurement [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 1995, **16**(2):113~118  
黄尚廉,江毅. 提高傅里叶变换轮廓法测量三维物体轮廓陡峭度的方法[J]. *仪器仪表学报*, 1995, **16**(2):113~118
- 8 Tao Xian, Xianyu Su. Area modulation grating for sinusoidal structure illumination on phase-measuring profilometry [J]. *Appl. Opt.*, 2001, **40**(8):1201~1206