

文章编号: 0258-7025(2004)06-0681-06

## 部分相干光通过多个硬边光阑 ABCD 光学系统传输的快速算法

季小玲<sup>1,2</sup>, 吕百达<sup>2,3</sup>

(<sup>1</sup> 四川师范大学电子工程学院, 四川 成都 610066; <sup>2</sup> 四川大学激光物理与化学研究所, 四川 成都 610064)  
<sup>3</sup> 华中科技大学激光技术国家重点实验室, 湖北 武汉 430074)

**摘要** 部分相干光通过受光阑限制近轴 ABCD 光学系统传输是实际工作中一个十分有意义却是很困难的问题。虽然使用“Mathematia”编制的程序可对 Collins 公式作数值积分,但随着光阑数目的增加,计算变得非常繁琐和耗时。用有限个复高斯函数之和来逼近硬边光阑窗函数的方法,推导出了部分相干光通过多个硬边光阑 ABCD 光学系统传输的递推公式,提供了一种模拟部分相干光通过硬边光学系统传输的快速算法。计算示例表明,当离光阑不太近时,使用解析公式和直接对 Collins 公式作数值积分的结果符合甚好,并具有快速计算的主要优点,因此大为节约了机时。此外,由于将单光阑推广到多光阑的 ABCD 光学系统,并考虑了光束的部分空间相干性,因此所得结果更具一般性,且对多模部分相干激光是适用的。

**关键词** 光电子学;传输光学;快速算法;多光阑 ABCD 光学系统;部分相干光

**中图分类号** TN 012 **文献标识码** A

## A Fast Algorithm for the Propagation of Partially Coherent Beams through a Multiple Hard-Edged Apertured ABCD Optical System

Ji Xiao-ling<sup>1,2</sup>, Lü Bai-da<sup>2,3</sup>

(<sup>1</sup> College of Electronic Engineering, Sichuan Normal University, Chengdu, Sichuan 610066, China  
<sup>2</sup> Institute of Laser Physics & Chemistry, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610064, China  
<sup>3</sup> State Key Laboratory of Laser Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430074, China)

**Abstract** The propagation of partially coherent beams through an apertured paraxial ABCD optical system is an interesting but difficult problem encountered in practice. Although the integration based on the Collins formula can be evaluated numerically using such programs as “Mathematia”, it becomes very cumbersome and time consuming with increasing number of apertures. In this paper, by using the method of expanding the hard-edge aperture function into a finite sum of complex Gaussian functions, the recurrence propagation expression for the propagation of partially coherent beams through a multiple apertured ABCD optical system is derived, which provides a fast algorithm for simulating the propagation of partially coherent beams through hard-aperture optics. Numerical calculation examples are given, which show that the calculation results by using our analytical formula are consistent with those by straightforward integral of the Collins formula in the region not close to the aperture. The main advantage of this method is the fast computation, so that the computing time can be greatly reduced. In addition, the extension to multi-apertured ABCD system is made, where the partial coherence of beams is taken into account, so that the expression is applicable to the more general case and is suitable to partially coherent multimode lasers.

**Key words** optoelectronics; light transmission optics; fast algorithm; multiple apertured ABCD optical system; partially coherent beam

收稿日期: 2003-01-27; 收到修改稿日期: 2003-03-26

基金项目: 华中科技大学激光技术国家重点实验室(20010102)和四川省教育厅自然科学基金(2002A089)资助项目。

作者简介: 季小玲(1963—),女,教授,博士,主要从事光束的传输与控制研究。E-mail: jixl100@163.com

## 1 引 言

在光学中,对光束起限制作用的光学元件的边缘、框架或专门设计的带孔屏都称为光阑<sup>[1]</sup>。光束通过实际光学系统传输问题的计算模拟都不可避免地要遇到光阑。对软边光阑,例如高斯光阑,问题比较简单<sup>[2]</sup>。但光束通过硬边光阑的传输常得不到解析的公式,需要直接从 Collins 公式<sup>[3]</sup>出发作数值积分。对复杂光学系统,当光阑数很多时,用直接积分法在 Pentium 机上作数值计算会因耗时太多而不能进行。解决问题的一个途径是寻找近似的解析公式或快速算法。例如, Vicori 和 Bloisi 用矩阵方法研究了多光阑 ABCD 光学系统中的光传输问题,给出了用  $200 \times 200$  阶矩阵表示的传输公式<sup>[4]</sup>,但公式形式复杂,不便应用。1988 年, Wen 和 Breazeale<sup>[5]</sup>提出了用有限个复高斯函数之和来逼近硬边光阑窗函

数的方法,使光束通过硬边光阑的变换可用解析公式近似描述,典型例为 Ding 和 Liu<sup>[6]</sup>研究的贝塞尔-高斯光束,包括其特例高斯光束和贝塞尔光束通过硬边光阑的传输。将这一方法用于研究平顶高斯光束、双曲余弦高斯光束等通过硬边光阑限制 ABCD 光学系统的传输问题,显示了这一方法在计算模拟中有快速、节约机时的优点<sup>[7,8]</sup>。本文的目的是将 Wen 等的方法进一步推广用于研究更为一般的“硬边光阑光学”问题,即含有多个硬边光阑的 ABCD 光学系统对部分相干光的变换。经复杂的数学推导得出了递推公式,当光阑数  $m$  给定时就能得出解析的传输公式,并以典型数值计算例说明解析公式的应用以及这一方法计算快速的突出优点,从而使得在 Pentium 机上对多光阑复杂光学系统中光传输模拟计算成为可能。

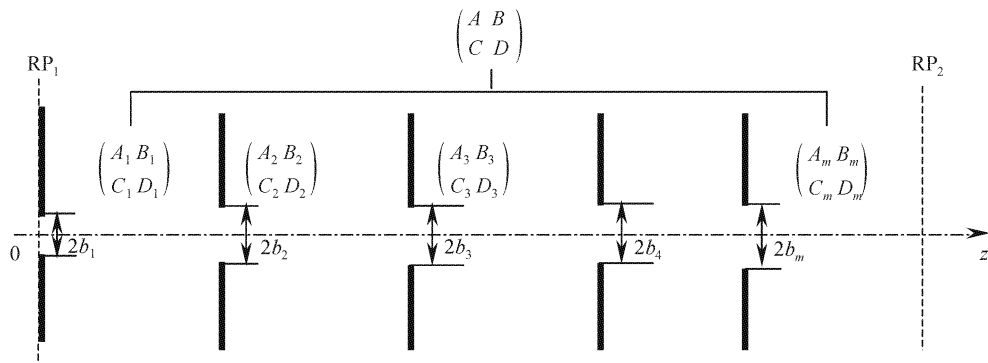


图 1 多光阑 ABCD 光学系统

Fig. 1 A multiple apertured ABCD optical system

## 2 理论模型

含  $m$  个硬边光阑的近轴 ABCD 光学系统示于图 1。硬边光阑的半宽依次为  $b_1, b_2, \dots, b_m$ , 相邻两光阑间的变换矩阵为  $\begin{pmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{pmatrix}$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, m$ )。采用高斯-谢尔模型(GSM)光束描述部分相干光,设高斯-谢尔模型光束的束腰位于  $z = 0$  处,相应的交叉谱密度函数为<sup>[9]</sup>

$$W_0(x'_1, x'_2, 0) = \exp\left(-\frac{x_1'^2 + x_2'^2}{\omega_0^2}\right) \times \exp\left[-\frac{(x_1' - x_2')^2}{2\sigma_0^2}\right] \quad (1)$$

式中  $\omega_0$  和  $\sigma_0$  分别为高斯-谢尔模型光束的束腰宽

度和相关长度。

半宽为  $b$  的硬边光阑的窗口函数为

$$T(x) = \begin{cases} 1 & |x| \leq b \\ 0 & |x| > b \end{cases} \quad (2)$$

将(2)式表示的矩孔函数展为复高斯函数之和

$$T(x) = \sum_{j=1}^M F_j \exp\left(-\frac{G_j x^2}{b^2}\right) \quad (3)$$

式中  $F_j$  和  $G_j$  分别为展开系数和复高斯函数系数,它们可由计算机优化得到。当  $M = 10$  时,  $F_j$  和  $G_j$  取值见文献[5]。

由 Collins 公式<sup>[3]</sup>, 高斯-谢尔模型光束的交叉谱密度函数通过受光阑限制的  $\begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix}$  光学系统(光阑半宽为  $b_1$ )的传输公式为

$$W_1(x_1, x_2, z) = \frac{1}{\lambda B_1} \int_{-b_1}^{b_1} \int_{-b_1}^{b_1} W_0(x'_1, x'_2, 0) \exp\left\{-\frac{i\pi}{\lambda B_1} [A_1(x_1^2 - x_2^2) - 2(x_1 x'_1 - x_2 x'_2) + D_1(x_1'^2 - x_2'^2)]\right\} dx'_1 dx'_2 =$$

$$\frac{1}{\lambda B_1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} T(x'_1) T^*(x'_2) W_0(x'_1, x'_2, 0) \exp\left\{-\frac{i\pi}{\lambda B_1} [A_1(x_1'^2 - x_2'^2) - 2(x_1 x'_1 - x_2 x'_2) + D_1(x_1^2 - x_2^2)]\right\} dx'_1 dx'_2 \quad (4)$$

式中, \* 表示复共轭,  $\lambda$  为波长。将(1), (3) 两式代入(4) 式, 积分得

$$W_1(x, y, z) = \frac{\pi}{\lambda B_1} \exp\left[-\frac{i\pi D_1}{\lambda B_1}(x_1^2 - x_2^2)\right] \sum_{j_1=1}^M \sum_{j'_1=1}^M \frac{F_{j_1} F_{j'_1}^*}{P_1 P_2} \exp\left[\left(\frac{i\pi}{\lambda B_1 P_1}\right)^2 x_1^2\right] \exp\left(\frac{Q_1^2}{4P_2^2}\right) \quad (5)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} P_1^2 &= \frac{1}{\omega_0^2} + \frac{1}{2\sigma_0^2} + \frac{i\pi A_1}{\lambda B_1} + \frac{G_{j_1}}{b_1^2} - R_1 & P_2^2 &= \frac{1}{\omega_0^2} + \frac{1}{2\sigma_0^2} - \frac{i\pi A_1}{\lambda B_1} + \frac{G_{j'_1}^*}{b_1^2} - R_2 \\ R_1 &= 0, & R_2 &= \frac{1}{4P_1^2 \sigma_0^4}, & Q_1 &= -\frac{i2\pi}{\lambda B_1} x_2 + S_1 x_1, & S_1 &= \frac{i\pi}{\lambda B_1 P_1^2 \sigma_0^2} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

(5)式即为高斯-谢尔模型光束通过有一个硬边光阑复杂光学系统交叉谱密度的解析传输公式, 它给出了交叉谱密度函数与硬边光阑参数、光束参数和传输矩阵元的关系。

类似地, 得到由(5)式表征的交叉谱密度通过受光阑限制的  $\begin{pmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{pmatrix}$  (光阑半宽为  $b_2$ ) 光学系统后的传输公式为

$$W_2(x_1, x_2, z) = \left(\frac{\pi}{\lambda}\right)^2 \frac{1}{B_1 B_2} \exp\left[-\frac{i\pi D_2}{\lambda B_2}(x_1^2 - x_2^2)\right] \times \sum_{j_1=1}^M \sum_{j'_1=1}^M \frac{F_{j_1} F_{j'_1}^*}{P_1 P_2} \sum_{j_2=1}^M \sum_{j'_2=1}^M \frac{F_{j_2} F_{j'_2}^*}{P_3 P_4} \exp\left[\left(\frac{i\pi}{\lambda B_2 P_3}\right)^2 x_1^2\right] \exp\left(\frac{Q_2^2}{4P_4^2}\right) \quad (7)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} P_3^2 &= \frac{i\pi A_2}{\lambda B_2} + \frac{G_{j_2}}{b_2^2} + \frac{i\pi D_1}{\lambda B_1} - \left(\frac{i\pi}{\lambda B_1 P_1}\right)^2 - R_3 & P_4^2 &= -\frac{i\pi A_2}{\lambda B_2} + \frac{G_{j'_2}^*}{b_2^2} - \frac{i\pi D_1}{\lambda B_1} - \left(\frac{i\pi}{\lambda B_1 P_2}\right)^2 - R_4 \\ R_3 &= \frac{1}{P_1^2 P_2^2} \left(\frac{i\pi}{\lambda B_1}\right)^2 R_2, & R_4 &= \frac{1}{P_2^2 P_3^2} \left(\frac{i\pi}{\lambda B_1}\right)^2 R_3, & Q_2 &= -\frac{i2\pi}{\lambda B_2} x_2 + S_2 x_1, & S_2 &= -\frac{1}{P_2^2 P_3^2} \left(\frac{i\pi}{\lambda B_1}\right) \left(\frac{i\pi}{\lambda B_2}\right) S_1 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

依此类推, 得到高斯-谢尔模型光束通过  $m$  个受光阑限制的  $\begin{pmatrix} A_m & B_m \\ C_m & D_m \end{pmatrix}$  (光阑半宽为  $b_m$ ) 硬边光阑光学系统交叉谱密度函数的递推公式为

$$W_m(x_1, x_2, z) = \left(\frac{\pi}{\lambda}\right)^m \frac{1}{B_1 B_2 \cdots B_m} \exp\left[-\frac{i\pi D_m}{\lambda B_m}(x_1^2 - x_2^2)\right] \sum_{j_1=1}^M \sum_{j'_1=1}^M \frac{F_{j_1} F_{j'_1}^*}{P_1 P_2} \sum_{j_2=1}^M \sum_{j'_2=1}^M \frac{F_{j_2} F_{j'_2}^*}{P_3 P_4} \times \cdots \times \sum_{j_{m-1}=1}^M \sum_{j'_{m-1}=1}^M \frac{F_{j_{m-1}} F_{j'_{m-1}}^*}{P_{2m-1} P_{2m}} \exp\left[\left(\frac{i\pi}{\lambda B_m P_{2m-1}}\right)^2 x_1^2\right] \exp\left(\frac{Q_m^2}{4P_{2m}^2}\right) \quad (m = 2, 3, 4, \dots) \quad (9)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} P_{2m-1}^2 &= \frac{i\pi A_m}{\lambda B_m} + \frac{G_{j_m}}{b_m^2} + \frac{i\pi D_{m-1}}{\lambda B_{m-1}} - \left(\frac{i\pi}{\lambda B_{m-1} P_{2m-3}}\right)^2 - R_{2m-1} \\ P_{2m}^2 &= -\frac{i\pi A_m}{\lambda B_m} + \frac{G_{j'_m}^*}{b_m^2} - \frac{i\pi D_{m-1}}{\lambda B_{m-1}} - \left(\frac{i\pi}{\lambda B_{m-1} P_{2m-2}}\right)^2 - R_{2m} \\ R_{2m-1} &= \frac{1}{P_{2m-3}^2 P_{2m-2}^2} \left(\frac{i\pi}{\lambda B_{m-1}}\right)^2 R_{2m-2} & R_{2m} &= \frac{1}{P_{2m-2}^2 P_{2m-1}^2} \left(\frac{i\pi}{\lambda B_{m-1}}\right)^2 R_{2m-1} \\ Q_m &= -\frac{i2\pi}{\lambda B_m} x_2 + S_m x_1 & S_m &= -\frac{1}{P_{2m-2}^2 P_{2m-1}^2} \left(\frac{i\pi}{\lambda B_{m-1}}\right) \left(\frac{i\pi}{\lambda B_m}\right) S_{m-1} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

令  $x_1 = x_2 = x$ , 由(10) 式得到高斯-谢尔模型光束通过  $m$  个硬边光阑复杂光学系统的光强分布为

$$I_m(x, z) = \left(\frac{\pi}{\lambda}\right)^m \frac{1}{B_1 B_2 \cdots B_m} \sum_{j_1=1}^M \sum_{j'_1=1}^M \frac{F_{j_1} F_{j'_1}^*}{P_1 P_2} \sum_{j_2=1}^M \sum_{j'_2=1}^M \frac{F_{j_2} F_{j'_2}^*}{P_3 P_4} \times \cdots \times \sum_{j_{m-1}=1}^M \sum_{j'_{m-1}=1}^M \frac{F_{j_{m-1}} F_{j'_{m-1}}^*}{P_{2m-1} P_{2m}} \exp\left\{-\left[\left(\frac{\pi}{\lambda B_m P_{2m-1}}\right)^2 - \frac{1}{4P_{2m}^2} \left(\frac{2\pi}{\lambda B_m} + iS_m\right)^2\right] x^2\right\} \quad (11)$$

(11) 式中诸系数  $P_{2m}, P_{2m-1}, \dots$  当  $M \geq 2$  时为(10),  $m = 1$  时为(6) 式。(11) 式为高斯 - 谢尔模型光束通过  $m$  个硬边光阑 ABCD 光学系统的传输公式, 它将复杂衍射积分的数值计算简化为有限个复高斯函数的代数和的形式, 从而大大节省了计算时间。

### 3 数值计算及分析

在数值计算中取  $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$ ,  $w_0 = 1 \text{ mm}$ , 各透镜焦距均为  $1 \text{ m}$ , 透镜间的距离均为  $1 \text{ m}$ 。图 2 为两光阑-透镜光学系统示意图, 图 3 给出了高斯-谢尔模型光束通过两光阑-透镜光学系统后  $z' = 1 \text{ m}$

处 ( $z'$  为以第二个光阑为参考到出射面  $\text{RP}_2$  的距离) 横平面上的光强分布, 计算参数为  $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$ ,  $w_0 = 1 \text{ mm}$ , 两光阑对光束的截断比  $\delta_1 =$

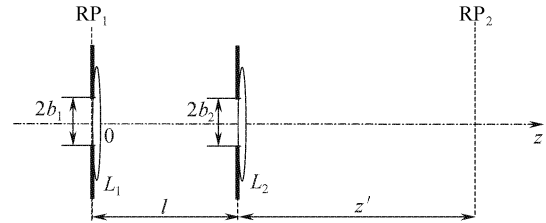


图 2 两光阑-透镜系统

Fig. 2 A two aperture-lens optical system

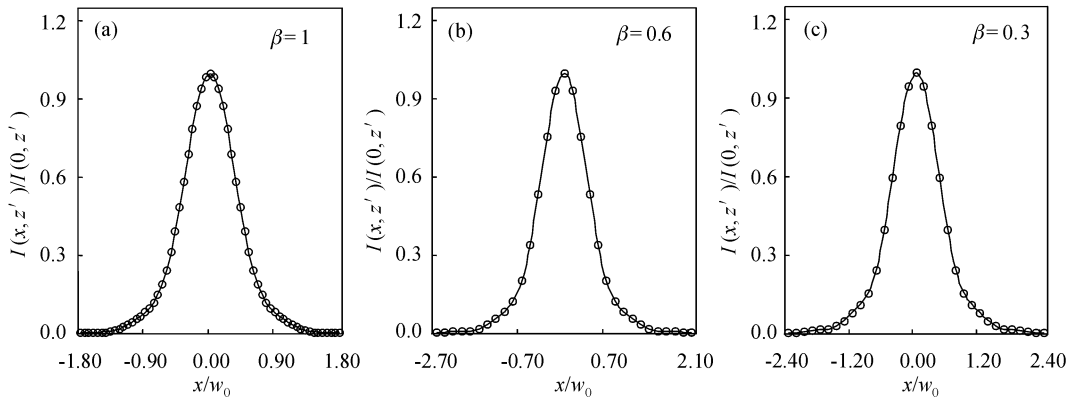


图 3 高斯-谢尔模型光束通过两光阑-透镜系统后在  $z' = 1 \text{ m}$  处横平面上归一化光强  $I(x, z')/I(0, z')$  分布

—: 用(11)式积分结果;  $\circ\circ\circ\circ$ : 用 Collins 公式数值积分结果

Fig. 3 Normalized transversal intensity distributions  $I(x, z')/I(0, z')$  at the plane  $z' = 1 \text{ m}$  of GSM beams passing through the two aperture-lens system

—: from Eq. (11);  $\circ\circ\circ\circ$ : from Collins formula

$b_1/w_0 = 0.6, \delta_2 = b_2/w_0 = 0.8, \beta$  为高斯 - 谢尔模型光束的相干参数,  $\beta = (1 + w_0^2/\sigma_0^2)^{-1/2}$ 。图 4 为高斯 - 谢尔模型光束通过两光阑 - 透镜光学系统后在  $z' = 0.1 \text{ m}$  处横平面上的光强分布 ( $\beta = 0.3$ ), 图 5 给出了高斯 - 谢尔模型光束通过两光阑 - 透镜光学系统后轴上的光强分布, 其中  $I_{\text{max}}$  为轴上最大光强。图 3 中也给出了直接用 Collins 公式计算的结果。由图知, 无论  $\beta = 1, 0.6$  还是  $0.3$  时实线和圆圈都符合得很好。说明用硬边光阑窗口函数展开为有限个复高斯函数的方法得到的解析公式可以足够好地描述高斯-谢尔模型光束通过多光阑系统的光强分布。但用解析公式比用直接积分大大节省机时。例如, 采用 Mathematica 4.1 软件, 图 3(a) 机时比为 1700:1, 图 3(b) 机时比为 1900:1, 图 3(c) 机时比为 6000:1, 即机时比随着高斯-谢尔模型光束的相干性变差 ( $\beta$  减小) 而增大。此外, 机时比还与 ABCD 矩阵元

有关。例如, 在图 3 中对应的变换矩阵  $\begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ , 其  $A_1 = A_2 = 0$  使得公式积分中的某一项为零而使积分变得容易一些。图 4 中对应的变换矩阵  $\begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ , 由于  $A_2 = 0.9 \neq 0$  使得直接用 Collins 公式积分变得耗时太多, 用 Pentium 4 机几乎已不能计算, 但利用推导出的高斯-谢尔模型光束通过多光阑光学系统传输的解析公式计算图 4(a) 只需 15 s。同样, 对于图 4(b) 中轴上光强分布的计算因  $A_2 \neq 0$  用 Collins 公式直接积分非常困难, 而利用解析公式计算只需 80 s。

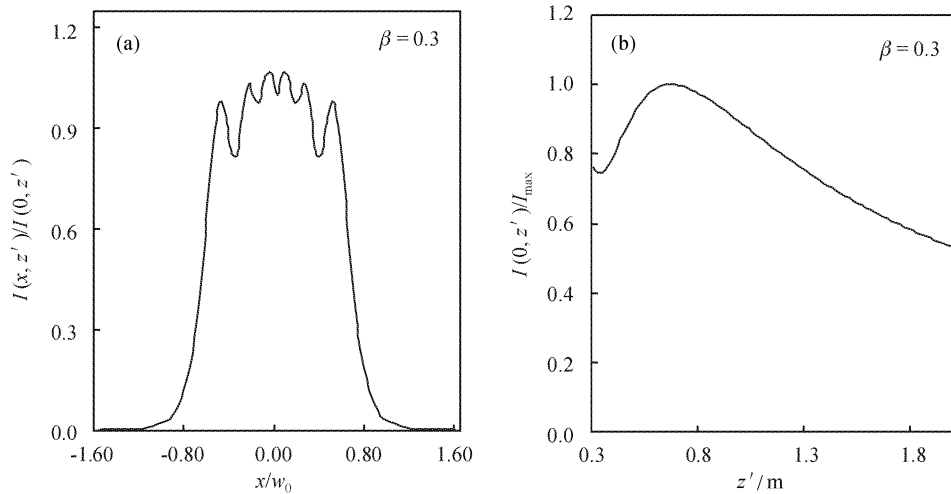


图 4 高斯-谢尔模型光束通过两光阑-透镜系统后

(a) 在  $z' = 0.1$  m 处横平面上归一化光强  $I(x, z')/I(0, z')$  分布; (b) 轴上归一化光强  $I(0, z')/I_{\max}$  分布

Fig. 4 (a) Normalized transversal intensity distribution  $I(x, z')/I(0, z')$  at the plane  $z' = 0.1$  m and (b) normalized axial intensity distribution  $I(0, z')/I_{\max}$  of a GSM beam passing through the two aperture-lens system

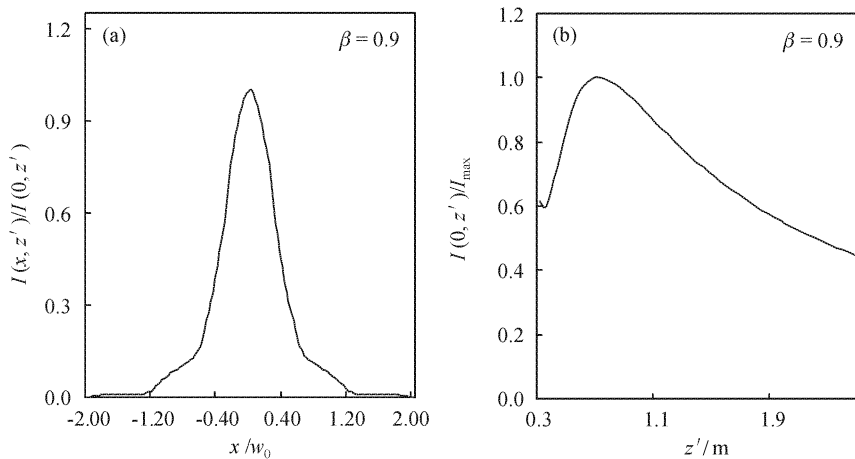


图 5 高斯-谢尔模型光束通过三光阑-透镜系统后 (a) 在  $z' = 1$  m 处横平面上归一化光强  $I(x, z')/I(0, z')$  分布, (b) 轴上归一化光强  $I(0, z')/I_{\max}$  分布

Fig. 5 (a) Normalized transversal intensity distribution  $I(x, z')/I(0, z')$  at the plane  $z' = 1$  m, and (b) normalized axial intensity distribution  $I(0, z')/I_{\max}$  of a GSM beam passing through the three aperture-lens system

## 4 结 论

对部分相干通过含有多个硬边光阑复杂 ABCD 光学系统的传输作了详细研究。采用 Wen 的方法, 推导出了解的传输公式。Wen 方法的优点是同时考虑了振幅和相位分布, 因而采用有限个复高斯函数之和来逼近硬边光阑窗口函数, 但因所取项数有限 ( $M = 10$ ), 不可避免会带来误差。这种计算误差在距光阑很近时会较大, 但当离光阑不太近时, 可提供足够精确的计算结果。对这一问题的详细讨论见文献[5, 6]。一个可能的改进方法是用更多

项数的复高斯函数来逼近, 这一工作正在进行之中。与文献中已有工作相比较<sup>[5~8]</sup>, 本文的主要特点是: 1) 将单光阑推广到多光阑的 ABCD 光学系统, 所得结果更有一般性。2) 考虑了光束的部分空间相干性, 这对某些实际问题(例如多模部分相干激光)是必须的, 但衍射积分重数加倍增加了数学上的难度, 为此, 需要使用递推算法, 才能得出解析公式。数值计算表明, 计算结果与直接积分 Collins 公式符合甚好。所得结果的主要优点是对光束通过多光阑复杂光学系统的变换提供了一个快速算法, 节约了机时。实际上, 即使在两个硬边光阑情况下, 当光学系统变

换矩阵元  $A_i$  不全为零时,用 Pentium 4 机直接对 Collins 公式积分已非常困难;当硬边光阑个数大于 2 时,用 Pentium 4 机作大于等于 6 重的数值积分(即三个光阑)实际上已不能进行。但使用本文的公式,这类问题的计算在 Pentium 机上变得容易,作为示例,图 5(a),(b)给出了高斯-谢尔模型光束通过三光阑透镜系统的计算结果。计算参数为  $\delta_1 = 1$ ,  $0, \delta_2 = \delta_3 = 0.8, \beta = 0.9$ 。

**致谢** 对与中国科学院上海光学精密机械研究所林尊祺院士、庄大奎副教授就光阑复杂光学系统中光传输问题进行的有益讨论表示衷心的感谢。

### 参 考 文 献

- 1 M. Born, E. Wolf. Principles of Optics [M]. 7th ed., England: Cambridge University Press, 1999. 199~201
- 2 H. T. Yura, S. G. Hanson. Optical beam wave propagation through complex optical systems [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1987, **4**(10):1931~1948
- 3 S. A. Collins. Lens-system diffraction integral written terms of matrix optics [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1970, **60**(9):1168~1177
- 4 L. Vicari, F. Bloisi. Matrix representation of axisymmetric optical systems including spatial filters [J]. *Appl. Opt.*, 1989, **28**(21):4682~4686
- 5 J. J. Wen, M. A. Breazeale. A diffraction beam field expressed as the superposition of Gaussian beams [J]. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1988, **83**(5):1752~1756
- 6 D. Ding, X. Liu. Approximate description for Bessel, Bessel-Gauss, and Gaussian beams with finite aperture [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1999, **16**(6):1286~1293
- 7 B. Lü, S. Luo. Approximate propagation equations of flattened Gaussian beams passing through a paraxial ABCD system with hard-edge aperture [J]. *J. Mod. Opt.*, 2001, **48**(15):2169~2178
- 8 Wang Xiqing, Lü Baida. Propagation of cosh-Gaussian beams through an apertured ABCD optical system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2001, **21**(10):1214~1218
- 9 王喜庆,吕百达. 双曲余弦高斯光束通过有光阑限制的 ABCD 光学系统的传输[J]. *光学学报*, 2001, **21**(10):1214~1218
- 9 A. T. Friberg, J. Turnuen. Imaging of Gaussian Schell-model sources [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1988, **5**(5):713~720