

文章编号: 0258-7025(2004)05-0595-04

五次非线性对光纤反常色散区调制不稳定性的影响

任志君, 王 晶, 杨爱玲, 王珍丽, 王 进

(中国海洋大学 光学·光电子实验室, 山东 青岛 266071)

摘要 从带五次非线性项的扩展非线性薛定谔方程出发, 重点考虑了五次非线性对常用的自聚焦光纤中反常色散区调制不稳定性的影响。研究表明, 当入射功率较小时, 五次非线性对调制不稳定性的影响并不明显, 这说明了当入射功率很小时, 忽略非线性薛定谔方程中五次非线性项的做法是合理的; 随着入射功率的增加, 五次非线性对调制不稳定性的影响越来越大, 这种影响主要表现为五次非线性增大了调制不稳定性频谱的范围及增益值, 并最终减小了使调制不稳定性发生的入射功率范围; 当入射功率继续增加, 超过一定的阈值条件时, 调制不稳定性不能发生。

关键词 非线性光学; 调制不稳定性; 五次非线性

中图分类号 TN 253 **文献标识码** A

Effect of Quintic Nonlinearity on Modulational Instability in the Anomalous-Dispersion Regime of Fiber

REN Zhi-jun, WANG Jing, YANG Ai-ling, WANG Zhen-li, WANG Jin

(Optical & Optoelectronics Laboratory, Ocean University of China, Qingdao, Shandong 266071, China)

Abstract In this paper, the effect of quintic nonlinearity on modulational instability in the anomalous-dispersion regime of self-focusing fiber from extended nonlinear Schrodinger equation is considered. The result shows: the effects of quintic nonlinearity on modulational instability is few, and it is reasonable that quintic nonlinearity can be ignored when input power is small. The effects of quintic nonlinearity on modulational instability are more and more evident when input power increases. Quintic nonlinearity increases the ranges of spectrum and the values of gain of modulational instability, and finally decreases the range of input power that modulational instability will produce. Modulational instability can't appear when input power continuously increases and exceeds the threshold value.

Key words nonlinear optics; modulational instability (MI); quintic nonlinearity

1 引 言

由于调制不稳定性(MI)能使连续或准连续波分裂为孤立波^[1,2], 因此引起了许多学者的注意^[3~7]。过去的研究主要集中于二、三、四阶群色散对调制不稳定性的影响上^[3,4], 色散缓变光纤的概念提出后^[5], 有的文献又考虑了缓慢减小的二阶色散对调制不稳定性的影响^[6,7]。但是, 以往的研究都忽视了这样一个重要的事实, 就是只考虑非线性

介质材料的三次非线性而忽略了五次非线性。在考虑五次非线性的基础上, 进一步研究了光纤中的调制不稳定性。

2 理 论

在非线性介质中, 介质的折射率与入射光的光强有关^[8]: $n = n_0 + n_2 |E|^2 + n_4 |E|^4 + \dots$, 其中 $n_2 = 3\chi^{(3)}/(8n_0)$, $n_4 = 5\chi^{(5)}/(32n_0)$, $\chi^{(3)}$ 为三次非线性

收稿日期: 2003-06-13; 收到修改稿日期: 2003-09-29

作者简介: 任志君(1974—), 男, 讲师, 中国海洋大学物理系硕士研究生, 主要从事非线性光纤光学研究。E-mail: renzjw@sohu.com

性电极化率, $\chi^{(5)}$ 为五次非线性电极化率, 一般有 $\chi^{(3)} \gg \chi^{(5)}$, 即 $n_2 \gg n_4$, 因此非线性光纤中忽略 n_2 以后的项是合理的。但当光强较强时, 该项不能忽略; 或者, 当介质中非线性系数 n_4 较大时 (例如硅酸盐和硫化物光纤以及掺杂半导体玻璃光纤), 在较低的人射功率下, 五次非线性也必须考虑。

假设介质的非线性响应是瞬时的和非共振的, 忽略自变陡效应和拉曼自频移项, 则包含高阶色散和五次非线性的扩展薛定谔方程为^[9~12]

$$i \frac{\partial A}{\partial z} - \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} + \gamma_1 |A|^2 A = i \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A}{\partial \tau^3} + \frac{\beta_4}{24} \frac{\partial^4 A}{\partial \tau^4} - \gamma_2 |A|^4 A \quad (1)$$

式中 $A(z, \tau)$ 为慢变包络振幅, $\tau = t - \beta_1 z$ 为延迟时间, z 为传输距离, β_j 为 j 阶群速度色散系数, γ_j 为非线性系数, $\gamma_j = \frac{n_j \omega}{c A_{\text{eff}}}$ ($j = 1, 2, i = 2, 4$), ω 为光波频率, c 为光速, A_{eff} 为有效纤芯面积, 在本文中, 由于五次非线性系数 γ_2 的引入, 为便于区别, 把过去文献中^[3~7] 常用的非线性系数 (克尔系数) γ_1 称为三次非线性系数。

方程 (1) 的稳定解为: $\bar{A} = \sqrt{P} \exp[iP(\gamma_1 + P\gamma_2)z]$, 式中 P 为初始光强。为了研究解的稳定性, 微扰该稳态, 设微扰项为 $|a(z, \tau)| \ll \sqrt{P}$, 则有

$$A = (\sqrt{P} + a) \exp[iP(\gamma_1 + P\gamma_2)z] \quad (2)$$

把 (2) 式代入 (1) 式并使 a 线性化, 得

$$\frac{\partial a}{\partial z} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 a}{\partial \tau^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 a}{\partial \tau^3} - \frac{i}{24} \beta_4 \frac{\partial^4 a}{\partial \tau^4} - i\gamma_1 P(a + a^*) - 2i\gamma_2 P^2(a + a^*) = 0 \quad (3)$$

设微扰的通解形式为: $a(z, \tau) = a_1 \exp[i(Kz - \Omega\tau)] + a_2 \exp[-i(Kz - \Omega\tau)]$, Ω, K 为微扰的频率和波矢, 将该式代入 (3) 式, 通过数学运算, 可得 K 和 Ω 满足的色散关系为

$$K = \frac{1}{6} \beta_3 \Omega^3 |\Omega| \pm \frac{i}{24} |\Omega| [-(\Omega^2 \beta_4 + 12\beta_2) \times (\beta_4 \Omega^4 + 12\beta_2 \Omega^2 + 48P\gamma_1 + 96P^2\gamma_2)]^{1/2} \quad (4)$$

K 的虚部使微扰指数增长, 因此, 有虚数解是产生调制不稳定性的前提。由调制不稳定性的增益定义: $g(\Omega) = 2\text{Im}(K)$, 可得

$$g(\Omega) = \frac{|\beta_4 \Omega|}{12} \left\{ - \left(\Omega^2 + 12 \frac{\beta_2}{\beta_4} \right) \times \left[\Omega^4 + 12 \frac{\beta_2}{\beta_4} \Omega^2 + 48 \frac{P(\gamma_1 + 2\gamma_2 P)}{\beta_4} \right]^{1/2} \right\} \quad (5)$$

由 (5) 式发现, 三阶色散对调制不稳定性不起作

用, 入射功率的大小, 二、四阶色散及三、五次非线性的大小及正负共同决定着调制不稳定性产生的范围及大小。为简化问题, 更清楚地体现入射功率对五次非线性作用的影响, 我们只考虑常用的自聚焦光纤中, 脉冲在反常色散区的传输情况, 因此取 $\gamma_j > 0, \beta_2 > 0$ 。

3 分析讨论

为便于分析讨论, 把 (5) 式根号内的表达式写成 $(\Omega^2 - \Omega_1^2)(\Omega^2 - \Omega_2^2)(\Omega^2 - \Omega_3^2)$ 的形式, 经计算, 有

$$\begin{aligned} \Omega_1^2 &= -12 \frac{\beta_2}{\beta_4} \\ \Omega_{2,3}^2 &= -6 \frac{\beta_2}{\beta_4} \pm \frac{2}{\beta_4} \sqrt{9\beta_2^2 - 12P\beta_4(\gamma_1 + 2P\gamma_2)} \end{aligned} \quad (6)$$

由 $\Omega_j^2 \geq 0$, 必有

$$\beta_2 / \beta_4 < 0 \quad (7)$$

$$9\beta_2^2 - 12P\beta_4(\gamma_1 + 2P\gamma_2) \geq 0 \quad (8)$$

从 (5) 式可知, 要有增益存在, 需有

$$(\Omega^2 - \Omega_1^2)(\Omega^2 - \Omega_2^2)(\Omega^2 - \Omega_3^2) < 0 \quad (9)$$

因此, 只有在满足 (7)~(9) 式的情况下, 调制不稳定性才能发生, 在研究各参数对调制不稳定性的影响时, 所有参数的选取必须满足这三个关系式。对于给定的光纤通信系统, 除入射功率外的其他参数一般均为定值, 因此在这里主要是考虑入射功率对调制不稳定性的影响情况。在 (8) 式中, 当 $9\beta_2^2 - 12P\beta_4(\gamma_1 + 2P\gamma_2) = 0$ 时, 有

$$\frac{4P}{3\beta_2}(\gamma_1 + 2P\gamma_2) = \frac{\beta_2}{\beta_4} < 0 \quad (10)$$

或 $P = -\frac{\gamma_1}{4\gamma_2} + \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\gamma_1^2}{\gamma_2^2} + 6 \frac{\beta_2^2}{\beta_4 \gamma_2}}$ (11)

当 $9\beta_2^2 - 12P\beta_4(\gamma_1 + 2P\gamma_2) > 0$ 时, 有

$$\frac{4P}{3\beta_2}(\gamma_1 + 2P\gamma_2) < \frac{\beta_2}{\beta_4} < 0 \quad (12)$$

或 $0 < P < -\frac{\gamma_1}{4\gamma_2} + \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\gamma_1^2}{\gamma_2^2} + 6 \frac{\beta_2^2}{\beta_4 \gamma_2}}$ (13)

由 (7) 式可知, β_2 和 β_4 符号必须相反, 因此当在光纤的反常色散区, 由 $\beta_2 < 0$, 故有 $\beta_4 > 0$ 。由 (10), (12) 式的条件及 $\beta_2 < 0$, 要求 $\gamma_1 + 2P\gamma_2 > 0$ 成立。在自聚焦光纤中, 由于 $\gamma_j > 0$, 因此该条件一定成立。

当入射功率 P 满足 (13) 式时, 由 (6) 式, 必有 $\Omega_1^2 > \Omega_2^2 > \Omega_3^2$, 要使 (9) 式调制不稳定性存在的条件成立, 则需 $0 < \Omega^2 < \Omega_3^2$ 或 $\Omega_2^2 < \Omega^2 < \Omega_1^2$, 即调制不稳

定性可发生在两个频率区,把频移较小的区域称为第一区域,频移较大的区域称为第二区域。功率对增益频谱的影响取决于 γ_2 的符号,由 $\gamma_2 > 0$ 可知,当 P

增加时,由(6)式可知, Ω_1^2 不变, Ω_2^2 减小, Ω_3^2 增大,可见,第一区域高频谱端增大,第二区域低频谱端减小,高频谱端不变。图1清楚地表明了这一变化趋势。

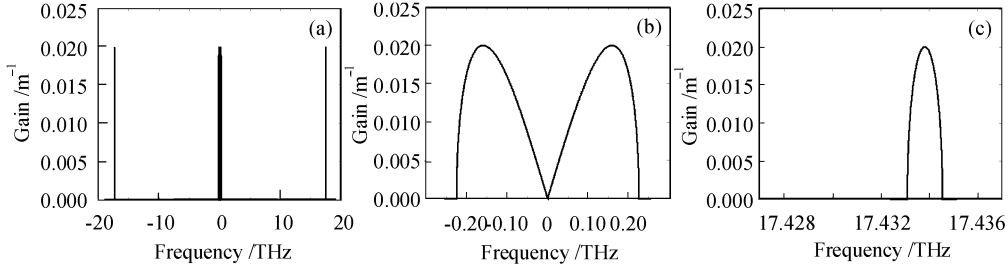


图1 P 较小时调制不稳定性的增益谱

Fig.1 Gain spectra of modulation instability when P is small

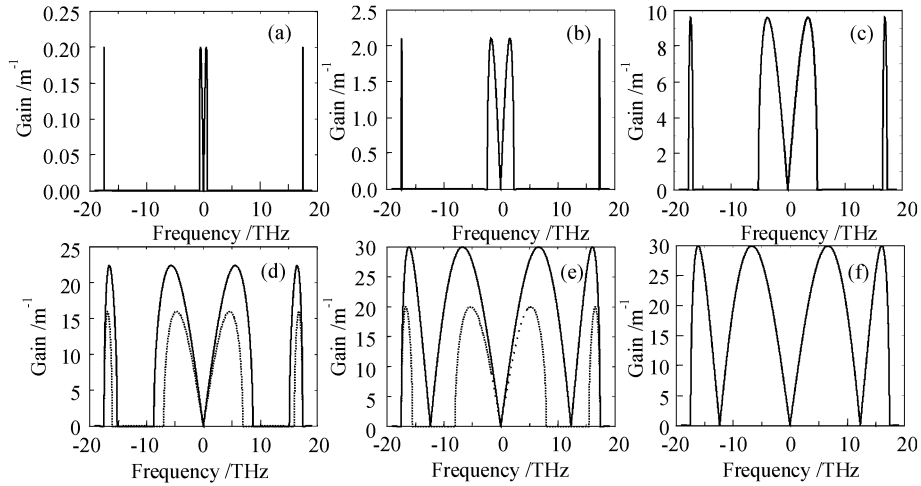


图2 P 增大时调制不稳定性的增益谱

Fig.2 Gain spectra of modulation instability when P increases

为便于对照说明问题,所有图中除特别指明的参数外,其余参数均为 $\beta_2 = -20 \text{ ps}^2/\text{km}$, $\beta_4 = 0.02 \text{ ps}^4/\text{km}$, $\gamma_1 = 2 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$ 。

图1(a)中实线的参数为 $\gamma_2 = 10^{-4} \text{ W}^{-2}\text{km}^{-1}$, $P = 5 \text{ W}$,虚线的参数为 $\gamma_2 = 0$, $P = 5 \text{ W}$ 。发现当 P 较小时,两个区域都非常窄,第二区域频谱范围尤其窄。为了看清调制不稳定性的范围,分别放大这两个区域,图1(b)为第一区域,图1(c)为第二区域的一侧,这两图中的虚、实线几乎完全重叠在一起,无法区分。也就是说,当功率较小时,五次非线性对调制不稳定性几乎没有影响。

图2(a)中的参数为 $\gamma_2 = 10^{-4} \text{ W}^{-2}\text{km}^{-1}$, $P = 50 \text{ W}$;图2(b)中的参数为 $\gamma_2 = 10^{-4} \text{ W}^{-2}\text{km}^{-1}$, $P = 500 \text{ W}$;图2(c)中的参数为 $\gamma_2 = 10^{-4} \text{ W}^{-2}\text{km}^{-1}$, $P = 2 \text{ kW}$;图2(d)中实线的参数为 $\gamma_2 = 10^{-4} \text{ W}^{-2}\text{km}^{-1}$, $P = 4 \text{ kW}$,虚线的参数为 $\gamma_2 = 0$, $P = 5 \text{ kW}$;

图2(e)中实线的参数为 $\gamma_2 = 10^{-4} \text{ W}^{-2}\text{km}^{-1}$, $P = 5 \text{ kW}$,虚线的参数为 $\gamma_2 = 0$, $P = 5 \text{ kW}$ 。比较图1,图2可清楚地表明,当 P 增加时,第一区域高频谱端增大,第二区域低频谱端减小,高频谱端不变。当 P 增加到一定程度,使(11)式成立时,有 $\Omega_2 = \Omega_3 = \Omega_1/2$,此时,调制不稳定性的两个区域连在了一起成为一个近似的准连续区,如图2(e)中的实线部分。当 P 继续增加,(9)式不再满足,调制不稳定性不再产生。

当 $\gamma_2 = 0$ 时,由图1及图2(d),2(e)中的虚线部分,所得结论与过去研究结果完全一致^[3,4]。对照图1,图2(d)及图2(e)中的虚、实线,还可得出这样的结论:当 P 值较小时,五次非线性几乎不起作用;当 P 很大时,五次非线性对调制不稳定性的影响越来越明显。这说明了当入射功率很小时,忽略非线性薛定谔方程中五次非线性项的做法是合理

的。由(13)式可知,当五次非线性系数 $\gamma_2 = 10^{-4} \text{ W}^{-2} \text{ km}^{-1}$ 时,若 $P > 5 \text{ kW}$,调制不稳定性不能发生。而当 $\gamma_2 = 0$ 时,由方程(8)可得 P 的阈值为 7.5 kW 。图 2(f)为 $\gamma_2 = 0, P = 7.5 \text{ kW}$ 时的调制不稳定性增益谱,调制不稳定性的两个区域连在了一起成为一个近似的准连续区,当 $P > 7.5 \text{ kW}$ 时,调制不稳定性不能发生,可见,五次非线性减小了调制不稳定性发生的入射功率范围。

由 $\Omega_1^2 = -12 \frac{\beta_2}{\beta_4}$ 还可得出这样的结论,要增加第二区域高频谱端的值,只需增大 $|\beta_2/\beta_4|$ 即可,如图 3,图中参数为: $\beta_2 = -20 \text{ ps}^2/\text{km}$, $\gamma_1 = 2 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ 时, $P = 4 \text{ kW}$,实线: $\beta_4 = 0.01 \text{ ps}^4/\text{km}$,虚线: $\beta_2 = 0.02 \text{ ps}^4/\text{km}$,图 3 清楚地表明了这一点。

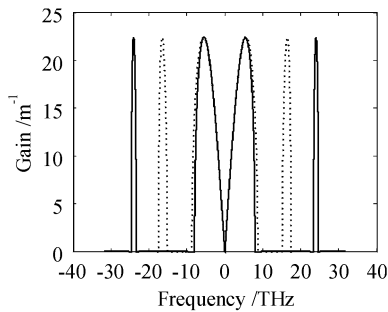


图 3 $|\beta_2/\beta_4|$ 增大时调制不稳定性增益谱

Fig. 3 Gain spectra of modulation instability when $|\beta_2/\beta_4|$ increases

4 结 论

以带五次非线性项的扩展薛定谔方程为基础,重点研究了脉冲在自聚焦光纤反常色散区传输时的调制不稳定性特性。研究表明:随着入射功率的增加,两个调制不稳定性增益区逐渐靠拢,并最终连在一起,成为一个近似的准连续区;当入射功率继续增加,超过一定的阈值条件时,调制不稳定性消失。研究还发现,当入射功率较小时,五次非线性对调制不稳定性的影响并不明显;随着入射功率的增加,五次非线性对调制不稳定性的影响越来越大;五次非线性最终减小了使调制不稳定性发生的入射功率范围。

参 考 文 献

- 1 A. Hasegawa. Generation of a train of soliton of pulses by induced modulational instability in optical fibers [J]. *Opt. Lett.*, 1984, **9**(7):288~290
- 2 E. M. Dianov, P. V. Mamyshey, A. M. Prokhorov *et al.*. Generation of a train of fundamental solitons at a high repetition rate in optical fibers [J]. *Opt. Lett.*, 1989, **14**(18):1008~1010
- 3 G. P. Agrawal. Nonlinear Fiber Optics & Applications of Nonlinear Fiber Optics [M]. Beijing: Publishing House of Electrical Industry, 2002
G. P. Agrawal 著,贾东方,余霞虹 等译. 非线性光纤光学原理及应用[M]. 北京:电子工业出版社,2002
- 4 Xu Wangcheng, Wen Shuangchun, Liu Songhao *et al.*. Modulation instability of optical pulses in long optical fibers with minimum group-velocity dispersion [J]. *Chin. Phys. Lett.*, 1997, **14**(6):470~473
- 5 K. Tajima. Compensation of soliton broadening in nonlinear optical fibers with loss [J]. *Opt. Lett.*, 1987, **12**(1):54~56
- 6 Xu Wencheng, Luo Aiping, Guo Qi *et al.*. Modulation instability in decreasing dispersion fibers [J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(10):1435~1439
徐文成,罗爱平,郭旗 等. 色散缓变光纤中的调制不稳定性分析[J]. 光学学报, 2000, **20**(10):1435~1439
- 7 Yang Ailing, Wang Jing, Miao Hongli *et al.*. modulation instability of cross-phase modulation in decreasing dispersion fibers [J]. *J. of Optoelectronics · Laser*, 2002, **13**(8):810~817
杨爱玲,王晶,苗洪利 等. 色散缓变光纤中交叉相位调制不稳定性分析[J]. 光电子·激光, 2002, **13**(8):810~817
- 8 Liu Songhao, He Guangsheng. Optics of Intense Light and Its Applications [M]. Guangzhou: Guangdong Press of Science and Technology, 1995
刘颂豪,赫光生 著. 强光学及其应用[M]. 广州:广东科技出版社,1995
- 9 T. A. Davydova, Y. A. Zaliznyak. Schrödinger ordinary solitons and chirped solitons; fourth-order dispersive effects and cubic-quintic nonlinearity [J]. *Physica D*, 2001, **156**:260~282
- 10 D. Artigas, L. Torner, J. P. Torres *et al.*. Asymmetrical splitting of higher-order optical solitons induced by quintic nonlinearity [J]. *Opt. Commun.*, 1997, **143**:322~328
- 11 D. Pushkarov, S. Tanev. Bright and dark solitary wave propagation and bistability in the anomalous dispersion region of optical waveguides with third- and fifth-order nonlinearities [J]. *Opt. Commun.*, 1996, **124**:354~364
- 12 Shang Yadong. Explicit and exact analytic solutions of the nonlinear Schrödinger equation involving quintic terms [J]. *Basic Sciences Journal of Textile Universities*, 1999, **12**(4):335~339
尚亚东. 带五次项的非线性 Schrödinger 方程的显式精确解析解[J]. 纺织高校基础科学学报, 1999, **12**(4):335~339