

文章编号: 0258-7025(2004)05-0570-05

数字全息图再现像的分析计算

钟丽云^{1,2}, 张以谟¹, 吕晓旭², 钱晓凡², 熊秉衡²

(¹ 天津大学精密仪器与光电子工程学院, 天津 300072; ² 昆明理工大学激光研究所, 云南 昆明 650051)

摘要 用菲涅耳衍射和振幅全息的理论, 分析了数字全息的物像关系和再现像的分辨率, 并进行相应的数值模拟和实验研究。研究表明: 数字全息的物像关系与传统振幅全息的物像关系是等同的, 当用相同波长的准直光记录和再现数字全息图时, 可以得到与原物完全相同的再现像, 且再现光入射方向的变化仅使再现像位置发生平移, 对其大小没有影响。数字全息的横向分辨率与传统成像光学仪器的分辨本领具有相同的物理意义, 其大小主要取决于再现像位置处以 CCD 尺寸为窗口的衍射极限。模拟计算和实验测量的结果是完全吻合的, 但在实际物体的记录中, 由于噪声、照明光场的不均匀性、物光衍射光场的调制和 CCD 动态范围的影响, 后者的误差比前者大。

关键词 信息处理技术; 数字全息; 菲涅耳衍射; 傅里叶变换; 分辨率

中图分类号 TB 877 **文献标识码** A

Some Quantitative Analysis about Digital Holographic Reconstructed Image

ZHONG Li-yun^{1,2}, ZHANG Yi-mo¹, LÜ Xiao-xu², QIAN Xiao-fan², XIONG Bing-heng²

(¹ College of Precision Instrument and Opto-Electronic Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)
(² Laser Research Institute, Kunming University of Science and Technology, Kunming, Yunnan 650051, China)

Abstract By use of Fresnel diffraction and traditional holographic theory, this paper gives some quantitative analysis of the object-image relation and the resolution of digital holography by computer simulation and corresponding experiment. The results shows; the object-image relation of digital holography is the same as that of traditional holography, and if the collimating waves with the same wavelength are used in recording and reconstructing digital hologram, the size and shape of the reconstructed image are the same as that of the recorded object, and the incidence angle variation of reconstructing wave only make the position of the reconstructed image parallel shift and doesn't influence the size of reconstructed image. The physical meaning of the lateral resolution of digital holography is identical with that of the resolving power of optical image instrument, and the size of the lateral resolution of digital holography is determined by the diffracting limit using CCD's size as windows at the position of reconstructed image. The results of simulation is almost the same as that of experiment.

Key words information processing technique; digital holography; Fresnel diffraction; Fourier transform; resolution

1 引 言

数字全息^[1]用电荷耦合成像器件 CCD 代替普通全息记录材料记录全息图, 用计算机模拟再现取代光学衍射来实现所记录物场的数字再现, 实现了全息图记录、存储、处理和再现全过程的数字化, 给全息技术的发展和應用增加了新的方法。近年来,

随着高分辨率 CCD 的出现及计算机技术的高速发展, 目前数字全息系统可以达到小于 $1 \mu\text{m}$ 的横向分辨率和纳米量级的纵向分辨率^[2], 在微电路检测、粒度分析、透明场测量等小孔径、小视场对象测量和细胞观测等显微测量方面, 数字全息能够充分发挥其特点和优势, 有着广泛的应用前景^[3~8]。

与传统全息记录材料相比, 一方面, 目前记录数

收稿日期: 2003-01-22; 收到修改稿日期: 2003-04-03

基金项目: 国家自然科学基金(60277032)和云南省自然科学基金(2002F0030M)资助项目。

作者简介: 钟丽云(1968—), 女, 昆明理工大学教授, 天津大学在职博士研究生, 主要从事光学全息和位相测量方面的研究。E-mail: zhongly@public.km.yn.cn

字全息图的 CCD 像素尺寸大,从而使再现像的分辨率低,像质较差;另一方面,由于记录数字全息图的 CCD 光敏面尺寸小,使记录的参物光夹角小,只能记录物体空间频谱中的低频部分,适应于小物体、远距离记录,从而使再现像面散斑尺寸增大,横向分辨率低。本文用振幅全息的理论,对数字全息的记录和再现进行计算机模拟,并进行了相应的实验对比,定量分析和讨论数字全息再现像的物像关系和分辨率,其研究可为获取高质量的数字再现全息图提供参考。

2 数字全息图的记录和再现

目前数字全息的应用目标主要集中在检测方面,再现像与物体之间的对应关系对检测结果有直接的影响。图 1 为数字全息记录和再现的光路示意图,假设被记录的物体位于 x_0y_0 平面,记录全息图的 CCD 光敏面位于 xy 平面,再现像位于 x_1y_1 平面,CCD 记录面与物平面和再现像平面的距离分别为 Z_0 和 Z_1 。

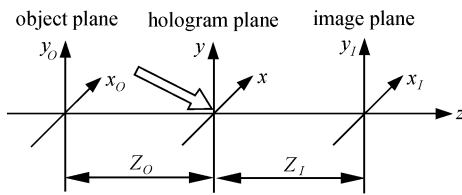


图 1 数字全息记录和再现光路示意图

Fig. 1 Schematic for recording and reconstructing of a digital hologram

设位于 x_0y_0 平面的物光场分布为 $O(x_0, y_0)$, 当

$$Z_0^3 \gg \frac{1}{8\lambda} [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]_{\max}^2 \quad (1)$$

满足菲涅耳衍射条件, CCD 记录面上的光场分布为

$$O(x, y) = \frac{\exp(jkZ_0)}{jkZ_0} \exp\left[j \frac{k}{2Z_0}(x^2 + y^2)\right] \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} O(x_0, y_0) \exp\left[j \frac{k}{2Z_0}(x_0^2 + y_0^2)\right] \times \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda Z_0}(xx_0 + yy_0)\right] dx_0 dy_0 \quad (2)$$

式中 $k = 2\pi/\lambda$ 为波数, (2) 式也可以看成对函数 $O(x_0, y_0) \times \exp\left(jk \frac{x_0^2 + y_0^2}{2Z_0}\right)$ 的傅里叶变换, 即

$$O(x, y) = \frac{\exp(jkZ_0)}{jkZ_0} \exp\left[j \frac{k}{2Z_0}(x^2 + y^2)\right] \times$$

$$\text{FFT}\left[O(x_0, y_0) \times \exp\left(jk \frac{x_0^2 + y_0^2}{2Z_0}\right)\right] \quad (3)$$

由于 CCD 光敏面的尺寸小 (约 $10 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$), 空间采样频率低 (小于 100 lp/mm), 参物光的夹角范围只能为 1° 左右, 目前数字全息技术只适于小孔径角、小视场物体的记录, 因此 (1) 式的条件易于满足, 物光场菲涅耳衍射的计算可以利用快速傅里叶变换即 (3) 式得到。

以振幅为 A_R 的平面波 R 为参考光, 其传播方向与 x 轴和 y 轴的夹角分别为 θ_{R_x} 和 θ_{R_y} , 在 xy 平面上的参考光光场为

$$R = A_R \exp\left[j \frac{2\pi}{\lambda}(x \sin \theta_{R_x} + y \sin \theta_{R_y})\right] \quad (4)$$

参物光叠加后的全息图光强分布为

$$I(x, y) = |O + R|^2 = R^2 + O^2 + R^* O + O^* R \quad (5)$$

假设全息图经数字化后离散为 $N_x \times N_y$ 个点, 记录全息图的 CCD 光敏面尺寸为 $L_x \times L_y$, 空间采样后记录的数字全息图可表示为

$$I(u, v) = I(x, y) \text{rect}\left(\frac{x}{L_x}, \frac{y}{L_y}\right) \times \sum_u \sum_v \delta(x - u\Delta x, y - v\Delta y) \quad (6)$$

其中 u 和 v 为整数 ($-N_x/2 \leq u \leq N_x/2, -N_y/2 \leq v \leq N_y/2$), Δx 和 Δy 为采样间隔, 且 $\Delta x = L_x/N_x, \Delta y = L_y/N_y$ 。

数字全息图的再现与传统全息的光学再现不同, 是利用菲涅耳衍射积分计算。将 (5) 式代入离轴全息的非涅耳再现公式^[7], 便可以得到被记录物体的再现像 $\psi(x_1, y_1), \psi(x_1, y_1)$ 是复数, 其绝对值表示被记录物体的表面亮度信息, 相位表示被记录物体的表面轮廓信息

$$\psi(x_1, y_1) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y) C(x, y) \times \exp\left[j \frac{\pi}{\lambda Z_1}(x^2 + y^2)\right] \times \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda Z_1}(xx_1 + yy_1)\right] dx dy \quad (7)$$

(7) 式可视为全息图 $I(x, y)$ 乘以再现光 $C(x, y)$ 和 chirp 函数 $\exp[j\pi(x^2 + y^2)/\lambda Z_1]$ 后的傅里叶变换。为简明起见, 式中已令积分符号外对再现强度分布没有影响的各项的乘积为 1。

若再现光 $C(x, y)$ 是振幅为 A_C 的平面波, 其传播方向与 x 轴和 y 轴的夹角分别为 θ_{C_x} 和 θ_{C_y} , 其在 xy 平面的光场可以表示为

$$C(x, y) = A_c \exp[j2\pi(x \cos \theta_{c_x} + y \cos \theta_{c_y})/\lambda] \quad (8)$$

将(8)式代入(7)式可以得到

$$\begin{aligned} \phi(x_I, y_I) = & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_c I(x, y) \times \exp\left[j \frac{\pi}{\lambda Z_I} (x^2 + y^2)\right] \times \\ & \exp\left\{-j \frac{2\pi}{\lambda Z_I} [x(x_I - Z_I \cos \theta_{c_x} + \right. \\ & \left. y(y_I - Z_I \cos \theta_{c_y}))]\right\} dx dy \quad (9) \end{aligned}$$

(9)式可以看成是全息图 $I(x, y)$ 乘以 chirp 函数 $\exp[j\pi(x^2 + y^2)/\lambda Z_I]$ 的傅里叶变换, 而再现光 $C(x, y)$ 对其影响只是将再现光场的位置从 x_I 和 y_I 平移至 $x_I - Z_I \cos \theta_{c_x}$ 和 $y_I - Z_I \cos \theta_{c_y}$, 利用离散的非涅耳积分, (9)式可以简化为

$$\begin{aligned} \phi(m\Delta x_I, n\Delta y_I) = & A_c \times \text{FFT} \left\{ I(u, v) \times \right. \\ & \exp\left[j \frac{2\pi}{\lambda} (u\Delta x \cos \theta_{c_x} + v\Delta y \cos \theta_{c_y})\right] \times \\ & \left. \exp\left[j \frac{\pi}{\lambda Z_I} (u^2 \Delta x^2 + v^2 \Delta y^2)\right] \right\}_{m, n} \quad (10) \end{aligned}$$

其中 FFT 表示快速傅里叶变换, m 和 n 是整数, $-N_x/2 \leq m \leq N_x/2$, $-N_y \leq n \leq N_y/2$, 而

$$\begin{aligned} \Delta x_I &= \lambda Z_I / (N_x \Delta x) = \lambda Z_I / L_x \\ \Delta y_I &= \lambda Z_I / (N_y \Delta y) = \lambda Z_I / L_y \quad (11) \end{aligned}$$

它们是观察平面的采样间隔, 被定义为再现像的横向分辨, 它与传统成像光学仪器的分辨本领有相同的意义。

另外, 菲涅耳全息图的物像关系为^[9]

$$Z_I = \left(\frac{1}{Z_C} \pm \frac{\lambda_2}{\lambda_1 Z_R} \mp \frac{\lambda_2}{\lambda_1 Z_O} \right)^{-1} \quad (12)$$

$$x_I = \left(\mp \frac{\lambda_2 Z_I}{\lambda_1 Z_O} x_O \pm \frac{\lambda_2 Z_I}{\lambda_1 Z_R} x_R + \frac{Z_I}{Z_C} x_C \right) \quad (13)$$

$$y_I = \left(\mp \frac{\lambda_2 Z_I}{\lambda_1 Z_O} y_O \pm \frac{\lambda_2 Z_I}{\lambda_1 Z_R} y_R + \frac{Z_I}{Z_C} y_C \right) \quad (14)$$

其中 (x_I, y_I, Z_I) , (x_O, y_O, Z_O) , (x_R, y_R, Z_R) , (x_C, y_C, Z_C) 分别为像点、物点、参考光点和再现光点所在的位置, λ_1, λ_2 分别为记录和再现光的波长, 当 Z_I 为正时, 再现像是虚像, 位于全息图的左侧; 当 Z_I 为负时, 再现像是实像, 位于全息图的右侧。像的横向放大率为

$$\begin{aligned} M_x = M_y = M &= \left| \frac{\partial x_I}{\partial x_O} \right| = \left| \frac{\partial y_I}{\partial y_O} \right| = \\ & \left| \frac{\lambda_2 Z_I}{\lambda_1 Z_O} \right| = \left| 1 - \frac{Z_O}{Z_R} \mp \frac{\lambda_1 Z_O}{\lambda_2 Z_C} \right|^{-1} \quad (15) \end{aligned}$$

像的纵向放大率为

$$M_z = \left| \frac{\partial Z_I}{\partial Z_O} \right| = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} M^2 \quad (16)$$

如果记录和再现均用波长相同的准直光, $\theta_{R_x}, \theta_{R_y}$ 和 $\theta_{c_x}, \theta_{c_y}$ 分别为参考光和再现光与 x 和 y 方向的夹角, 则(12), (13), (14) 和(15), (16) 式可以简化为

$$\begin{aligned} Z_I &= \pm Z_O \\ x_I &= \pm x_O \mp Z_O \cos \theta_{R_x} + Z_O \cos \theta_{c_x} \\ y_I &= \pm y_O \mp Z_O \cos \theta_{R_y} + Z_O \cos \theta_{c_y} \quad (17) \end{aligned}$$

$$M_x = M_y = M_z = 1 \quad (18)$$

即此时形成两个与物体形状和大小完全相同的再现像, 分别位于 $Z_I = Z_O$ 和 $-Z_O$ 处, 中心对称于 CCD 的中心法线。如果记录参考光的方向角固定, 则再现像的坐标位置 x_I 和 y_I 随再现光的方向角同时发生 $Z_O \cos \theta_{c_x}$ 和 $Z_O \cos \theta_{c_y}$ 的平移, 其实像和虚像的横向分离情况只与参考光的入射方向及物体至 CCD 的距离有关。

从(9), (17), (18)式可以看出, 用准直光记录和再现数字全息图时, 可以得到与物体完全相同的再现像, 再现光入射方向的变化仅使再现位置发生平移, 对再现像本身没有影响。

3 模拟和实验

以“矩形框”为物体进行数字全息的模拟和对应的实验中, 物体中心均位于 CCD 的中心法线上, 记录距离 Z_O 均为 475 mm, 准直参考光的入射面在 xoz 平面内。模拟记录数字全息的 CCD 参数为: $N_x \times N_y = 512 \times 512$, $\Delta x = \Delta y = 0.01$ mm, $L_x \times L_y = 5.12$ mm \times 5.12 mm, “矩形框”为 1.94 mm \times 1.94 mm。用于实验记录数字全息图的 CCD 是卸

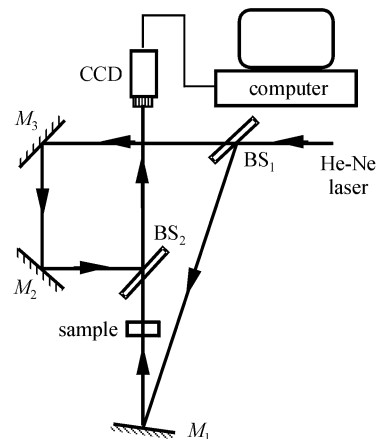


图 2 数字全息实验光路简图

Fig. 2 Experimental configuration for recording a digital hologram

去镜头的 MTV-1802CB 摄像头, 像素数为 795(H) × 596(V), 像素大小为 0.010 mm × 0.0108 mm, 数字全息图的大小为 5.12 mm × 5.54 mm。实验记录光路如图 2 所示: 准直后的 He-Ne 激光经分束镜 BS₁ 后分为两束, 一束通过反射镜 M₁ 后直接照射到物体上, 另一束通过反射镜 M₂ 和 M₃ 反射作为参考光, 两束光通过分束镜 BS₂ 后照射到 CCD 芯片上记录离轴全息图, 参考光与 CCD 法线的夹角为 0.723°; 被记录的物体是“矩形框”图案的黑白胶片, “矩形框”的尺寸为 1.99 mm × 1.88 mm, 线宽为 0.1 mm。模拟和实际记录的数字全息图均用(10)式进行再现, 当再现距离 Z_r 的取值在 475 mm 附近时, 可以在计算机显示屏上得到最清晰的再现像; 根据数字再现光场各像素对应的空间频率及(11)式所给出的数字再现光场每一个像素代表的空间大小, 可以对再现像进行定量的分析。

图 3(a), (b) 和 (c) 分别给出计算机模拟生成的

“矩形框”图案、菲涅耳衍射光场分布及数字全息图, 图 4(a), (b) 和 (c) 分别给出了用不同入射方向的再现光再现“矩形框”的再现光场, 其中模拟准直再现光与 z 轴的夹角 θ_{C_z} 为 0.752°, 0°, -0.752°。图 4(b) 中右下角为再现像的放大图。可以看出: 数字再现光场的整体位置随再现光入射角度的不同而发生平移, 平移距离为 6.235 mm, 但再现实像中心与直透光场中心的间隔始终保持在 6.235 mm, “菱形框”再现像的尺寸不随再现光入射角度的变化而发生变化, 三个再现像放大后测量的平均尺寸为 1.925 mm × 1.920 mm, 与原物的误差小于 1%, 满足(9)式和(17)式的规律。模拟再现像与模拟物之间的误差主要源于采样引起的谱线展宽和孔径受限引起的分辨率下降, 由(11)式, 在我们的条件下, 再现像平面上的每一个像元尺寸即横向分辨率为 0.0587 mm, 再现像的线宽已经由物体的 0.05 mm 展宽到了 0.125 mm。

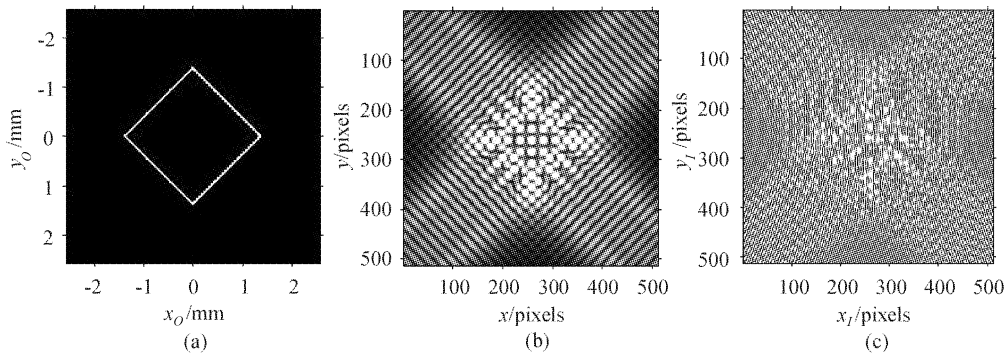


图 3 (a) 尺寸为 1.94 mm × 1.94 mm “矩形框”; (b) 对图(a)进行傅里叶变换得到的菲涅耳衍射像; (c) 模拟记录“矩形框”的数字全息图

Fig. 3 (a) Rectangle frame with size 1.94 mm × 1.94 mm; (b) Fresnel diffraction diagram; (c) Simulating digital hologram

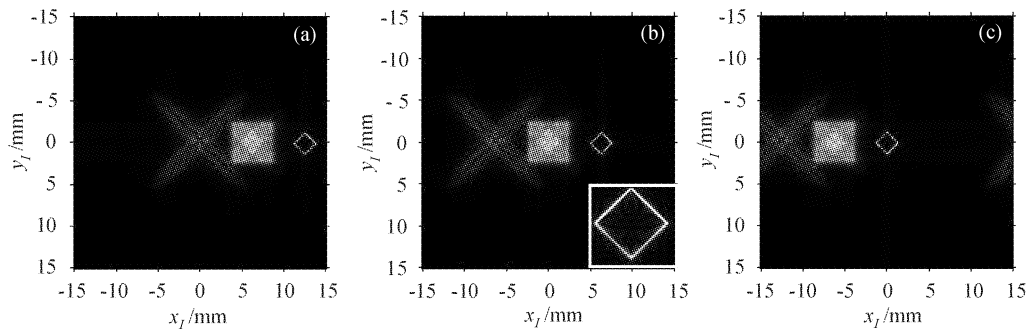


图 4 准直再现光波在不同入射方向的“矩形框”图案的数字再现像

Fig. 4 Digital reconstructing images of the rectangle frame by the collimated reconstructing light in different incident direction (a) -0.752°; (b) 0°; (c) 0.752°

按照上述实验光路,图 5(a)和(b)(右下角为再现像的放大图)分别给出实际记录“矩形框”图案的数字全息图和尺寸大小为 $2.033 \text{ mm} \times 1.921 \text{ mm}$ 的数字再现像,其结果与原物的误差小于 2%,像的线宽展宽为 0.12 mm 。通过与计算机模拟结果进行比较可以看出两者的结果是非常吻合的,但后者的误差比前者大,这主要是由于在实际物体的记录中,由于噪声、照明光场的不均匀性、物光衍射光场的调制和 CCD 动态范围的影响,一般难以记录到强度按正弦分布的理想数字全息图,这时再现光场中除了存在理想全息图再现时的三个光场外,还可能出现若干低频和高频次谱,且这些次谱往往混杂在物光信息中,很难滤除。另外,在实际记录时,由于参考光不可能是理想的准直光,从而将导致再现图像的部分畸变,影响系统测量精度。因此尽可能根据不同物体的衍射特点记录到理想的数字全息图,对提高数字再现像的分辨率是非常重要的。

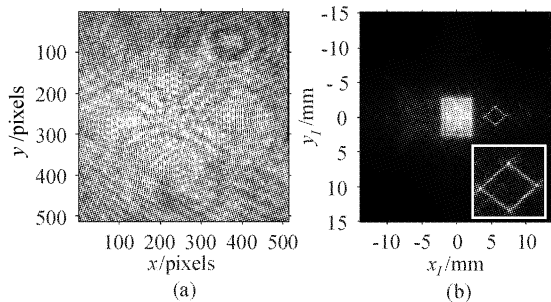


图 5 (a) 实际记录“矩形框”的全息图;(b) 数字再现像

Fig. 5 (a) Experimental digital hologram of the rectangle frame; (b) digital reconstructing image

4 结 论

用菲涅耳衍射和振幅全息的理论,对数字全息的记录和再现进行计算机模拟,定量分析和计算数

字全息的物像关系和再现像分辨率,并进行了相应的实验对比。研究表明,模拟计算和实验测量的结果是完全吻合的,与各自原物的误差均小于 2%。数字全息的物像关系和分辨率同样符合传统振幅全息的理论。当用相同波长的准直光记录和再现时,可以得到与原物完全相同的再现像,其尺寸与再现光的入射角无关,横向分辨率主要取决于再现像位置处以 CCD 尺寸为窗口的衍射极限。目前制约数字全息测量分辨率提高的主要因素是现有的 CCD 器件面积小、像素尺寸大,它只适应于小物体、远距离记录。

参 考 文 献

- 1 J. W. Goodman, R. W. Lawrence. Digital image formulation from electronically detected hologram [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 1967, **11**(3):77~79
 - 2 E. Cucho, P. Marquet, C. Depeursinge. Simultaneous amplitude-contrast and quantitative phase-contrast microscopy by numerical reconstruction of Fresnel off-axis holograms [J]. *Appl. Opt.*, 1999, **38**(34):6994~7001
 - 3 L. Xu, X. Y. Peng, J. M. Miao *et al.*. Digital micro-holography for microstructure studies [C]. *SPIE*, 2000, **4101**(B): 543~548
 - 4 M. Adama, T. Kreis, W. Juptner. Partical size and position measurement with digital holography [C]. *SPIE*, 1997, **3098**: 234~240
 - 5 T. Zhang, I. Yamaguch. Three-dimensional microscopy with phase-shifting digital holography [J]. *Opt. Lett.*, 1998, **23**(15):1221~1223
 - 6 E. Marquardt, J. Richter. Digital image holography [J]. *Opt. Eng.*, 1998, **37**(5):1514~1519
 - 7 E. Cucho, F. Bevilacqua, C. Depeursinge. Digital holography for quantitative phase-contrast imaging [J]. *Opt. Lett.*, 1999, **24**(5):291~293
 - 8 R. B. Owen, B. Alex, R. Michale *et al.*. Microgravity materials and life sciences research applications of digital holography [J]. *Appl. Opt.*, 2002, **41**(19): 3927~3935
 - 9 Yu Meiwen. *Optical Holography and Its Application* [M]. Beijing: Beijing University of Science and Technology Press, 1996. 74~84
- 于美文. 光全息学及其应用[M]. 北京:北京理工大学出版社, 1996. 74~84