

文章编号: 0258-7025(2004)05-0554-05

相干光与空间反演对称介质作用的压缩性质

李洪才, 陈 翔

(福建师范大学物理系, 福建 福州 350007)

摘要 分析研究了相干光与具有空间反演对称非线性介质作用的压缩性质。对于一种非线性介质, 其势能具有空间反演对称性, 在此情况下介质的偶次极化率为零, 对介质极化起主导作用的是它的三次极化率。因此, 单模光场与此介质相互作用的哈密顿量正比于光场的湮灭算符与产生算符和的四次方。也就是说在计算相干光通过这种具有空间反演对称介质时考虑到所有的能量非守恒项的作用。对于一单模光场, 定义两个无量纲的正交振幅算符, 它们分别与坐标和动量算符成正比。利用海森堡运动方程, 得到这两个正交算符的方程, 并算出其近似解, 然后计算这两个量的量子涨落。结果表明, 可通过调节耦合常数、入射平均光子数、入射光频率、相互作用时间等参数来控制光场振幅算符分量的压缩性质。

关键词 量子光学; 压缩性质; 相干光; 非线性介质; 空间反演对称

中图分类号 O 431.2 **文献标识码** A

Squeezing Property of Coherent Light Coupled to a Nonlinear Medium of Inversion Symmetry

LI Hong-cai, CHEN Xiang

(Department of Physics, Fujian Normal University, Fuzhou, Fujian 350007, China)

Abstract An analytical approach is adopted for the calculation of squeezed property of coherent light interacting with a nonlinear medium of inversion symmetry. A medium is called inversion symmetric if the potential energy remains invariant under parity transformation. Thus the even order susceptibilities would vanish for the medium and the leading contribution to the nonlinear polarization due to the medium is the third order susceptibility. Therefore interaction Hamiltonian of the single-mode light field with the medium is proportional to the fourth power of the annihilation operator plus creation operator. This means is to take care all the non-conserving energy terms for the calculation of the squeezing property of coherent light passing through the nonlinear medium of inversion symmetry. For a single-mode light, two dimensionless quadrature operators are defined which are proportional to the usual position and momentum operators respectively. Using the Heisenberg operator equation of motion, the differential equation of the quadrature operators and the approximate solutions to the equations are got. Then the quantum fluctuations of the two quadratures are calculated. The result shows that the squeezing property of the two quadrature operators is controllable through changing the following parameters: coupling constant, mean photon-number, light field frequency, and interaction time.

Key words quantum optics; squeezed property; coherent light; nonlinear medium; inversion symmetry

1 引 言

光场量子特性的一个重要表现是光场量子涨落

的压缩特性。光场的压缩效应在光通信、高精度测量及弱信号探测等方面得到广泛应用^[1,2]。近年来, 克尔介质对光场压缩效应的影响受到越来越多

收稿日期: 2002-11-27; 收到修改稿日期: 2003-03-20

基金项目: 福建省自然科学基金(A0210014)和福建省教委(JA02168)资助项目。

作者简介: 李洪才(1945—), 女, 山西人, 福建师范大学物理系教授, 硕士, 主要从事量子光学研究。E-mail: hcli45@fjnu.

的关注^[3~5]。例如 K. Sundar 利用克尔介质制备光场高幅度压缩态^[6], 他们采用的克尔介质对单模光场相互作用哈密顿量为 ($\hbar = 1$)

$$H_k = \lambda_k \hat{a}^{+2} \hat{a}^2 \quad (1)$$

其中 λ_k 为克尔介质耦合常数, \hat{a}, \hat{a}^+ 分别为光场的湮灭、产生算符。若一种非线性介质, 其势能具有空间反演对称性, 即 $V(\vec{x}) = V(-\vec{x})$, 在这种情况下介质的偶次极化率为零, 相应的介质与单模光场相互作用的哈密顿量为^[7]

$$H_I = \lambda_0 (a + a^+)^4 \quad (2)$$

由此可知单模光场与介质总的哈密顿为

$$H = H_0 + H_I = \omega a^+ a + \lambda_0 (a + a^+)^4 \quad (3)$$

其中 λ_0 为耦合常数。

对于一单模光场, 如果定义两个厄米算符 X_1, X_2 ^[8,9]

$$X_1 = \frac{1}{2}(a + a^+) \quad (4)$$

$$X_2 = \frac{1}{2i}(a - a^+) \quad (5)$$

光场的湮灭和产生算符 a, a^+ , 满足对易关系

$$[a, a^+] = 1 \quad (6)$$

X_1, X_2 为描述光场的两正交分量的算符, 它们满足对易关系

$$[X_1, X_2] = i/2 \quad (7)$$

于是由海森伯不确定原理, X_1, X_2 的量子均方涨落之积应满足

$$(\Delta X_1)^2 (\Delta X_2)^2 \geq 1/16 \quad (8)$$

其中

$$(\Delta X_i)^2 = \langle X_i^2 \rangle - \langle X_i \rangle^2 \quad (i = 1, 2) \quad (9)$$

若光场处于相干态 $|\alpha\rangle$, 那么它的两正交分量算符 X_1 和 X_2 的量子涨落有最小值 1/4, 即

$$(\Delta X_1)^2 = (\Delta X_2)^2 = 1/4 \quad (10)$$

这说明相干光任何一分量都不压缩, 现让相干光穿过具有空间反演不变的介质, 研究介质对相干光压缩性质的影响。

2 X_1 的方程和几个重要算符的解

由公式(3)及海森堡运动方程可得

$$\frac{dX_1}{dt} = \frac{1}{i}[X_1, H] = -\frac{i}{2}\omega(a - a^+) = \omega X_2 \quad (11)$$

$$\frac{d^2 X_1}{dt^2} = \frac{1}{i}[\omega X_2, H] = -\omega^2 X_1 - 32\omega \lambda_0 X_1^3$$

$$\text{即} \quad \frac{d^2 X_1}{dt^2} + \omega^2 X_1 + \lambda X_1^3 = 0 \quad (12)$$

其中 $\lambda = 32\omega \lambda_0$

(12) 式是含有场算符 X_1 的三阶非线性项的方程, 精确求解此方程有困难。近来 Bender 和 Bettencourt 利用多标度微扰来求解此方程^[10], 更简单的是 S. Mandal 用 Taylor 展开近似法求解^[11]。利用 S. Mandal 方法, 方程(12)保留到 λ 线性项的解为^[7,11]

$$\begin{aligned} X_1(t) = & \cos\omega t X_1(0) + \frac{1}{\omega} \sin\omega t \dot{X}_1(0) - \frac{\lambda}{32\omega^2} \times \{\cos\omega t - \cos 3\omega t + 12\omega t \sin\omega t\} X_1^3(0) + \\ & \frac{\lambda}{32\omega^3} \times \{\sin 3\omega t - 7\sin\omega t + 4\omega t \cos\omega t\} \times [\dot{X}_1(0) X_1^2(0) + X_1(0) \dot{X}_1(0) X_1(0) + X_1^2(0) \dot{X}_1(0)] - \\ & \frac{\lambda}{32\omega^4} \times \{\cos 3\omega t - \cos\omega t + 4\omega t \sin\omega t\} \times [\dot{X}_1^2(0) X_1(0) + \dot{X}_1(0) X_1(0) \dot{X}_1(0) + X_1(0) \dot{X}_1^2(0)] - \\ & \frac{\lambda}{32\omega^5} \times \{\sin 3\omega t + 9\sin\omega t - 12\omega t \cos\omega t\} \dot{X}_1^3(0) \end{aligned} \quad (13)$$

$$X_2(t) = \frac{1}{\omega} \frac{dX_1}{dt} \quad (14)$$

则有 $a(t) = X_1(t) + iX_2(t) =$

$$A_1 a(0) + A_2 a^+(0) - [A_3 a^3(0) + A_4 a^{+3}(0) + A_5 a^{+2}(0)a(0) + A_6 a^+(0)a^2(0)] \quad (15)$$

其中系数

$$\begin{aligned} A_1 &= \left(1 - i \frac{3\lambda}{8\omega^2} \omega t\right) \exp(-i\omega t) & A_2 &= -i \frac{3\lambda}{8\omega^2} \sin\omega t \\ A_3 &= i \frac{\lambda}{8\omega^2} \sin\omega t \exp(-2i\omega t) & A_4 &= i \frac{\lambda}{16\omega^2} \sin 2\omega t \exp(i\omega t) \\ A_5 &= i \frac{3\lambda}{8\omega^2} \sin\omega t & A_6 &= i \frac{3\lambda}{8\omega^2} \omega t \exp(-i\omega t) \end{aligned} \quad (16)$$

由于 $a^+(t)$ 为(15)式的厄米共轭,因此

$$a^+(t) = A_1^* a^+(0) + A_2^* a(0) - [A_3^* a^{+3}(0) + A_4^* a^3(0) + A_5^* a^+(0)a^2(0) + A_6^* a^{+2}(0)a(0)] \quad (17)$$

这样 X_1, X_2 可简化为

$$X_1(t) = \frac{1}{2}[a(t) + a^+(t)] = \frac{1}{2}[(A_1 + A_2^*)a(0) + (A_1^* + A_2)a^+(0) - (A_3 + A_4^*)a^3(0) - (A_3^* + A_4)a^{+3}(0) - (A_5 + A_6^*)a^{+2}(0)a(0) - (A_5^* + A_6)a^+(0)a^2(0)] \quad (18)$$

$$X_2(t) = -\frac{i}{2}[a(t) - a^+(t)] = -\frac{i}{2}[(A_1 - A_2^*)a(0) - (A_1^* - A_2)a^+(0) - (A_3 - A_4^*)a^3(0) + (A_3^* - A_4)a^{+3}(0) - (A_5 - A_6^*)a^{+2}(0)a(0) + (A_5^* - A_6)a^+(0)a^2(0)] \quad (19)$$

有了(18)和(19)式这两个结果,就可以计算 X_1, X_2 的量子涨落,进一步研究它们的压缩特性。

3 X_1, X_2 的压缩特性

下面进一步讨论相干光与具有空间反演不变性的非线性介质作用后的压缩特性,其哈密顿量由方程(3)给出,而相干态 $|\alpha\rangle$ 定义为初始湮灭算符 $a(0)$ 的本征态,即有 $a(0)|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle$ ^[7]。本征值 α 是复数,可以写为 $\alpha = |\alpha|e^{i\theta}$, θ 为 α 的相角,而 $|\alpha|^2 = \langle\alpha|N|\alpha\rangle = \bar{n}$ 是相干光场在与介质作用以前的平均光子数。首先, X_1, X_2 的期望值为

$$\langle X_1 \rangle = \langle\alpha|X_1|\alpha\rangle = \frac{1}{2}\langle\alpha|a(t) + a^+(t)|\alpha\rangle = \frac{1}{2}[(A_1 + A_2^*)\alpha + (A_1^* + A_2)\alpha^* - (A_3 + A_4^*)\alpha^3 - (A_3^* + A_4)\alpha^{*3} - (A_5 + A_6^*)|\alpha|^2\alpha^* - (A_5^* + A_6)|\alpha|^2\alpha] \quad (20)$$

$$\langle X_2 \rangle = \langle\alpha|X_2|\alpha\rangle = -\frac{i}{2}[(A_1 - A_2^*)\alpha - (A_1^* - A_2)\alpha^* - (A_3 - A_4^*)\alpha^3 + (A_3^* - A_4)\alpha^{*3} - (A_5 - A_6^*)|\alpha|^2\alpha^* + (A_5^* - A_6)|\alpha|^2\alpha] \quad (21)$$

定义 X_1, X_2 的均方涨落为

$$(\Delta X_i)^2 = \langle X_i^2 \rangle - \langle X_i \rangle^2 \quad (i = 1, 2)$$

则有

$$(\Delta X_1)^2 = \langle X_1^2 \rangle - \langle X_1 \rangle^2 = \frac{1}{4}\left[1 - \frac{3\lambda}{4\omega^2}\sin^2\omega t - \frac{3\lambda}{8\omega^2}|\alpha|^2\sin 2\omega t \sin 2\theta - \frac{3\lambda}{2\omega^2}|\alpha|^2\sin^2\omega t - \frac{3\lambda}{4\omega^2}\omega t|\alpha|^2\sin(2\omega t - 2\theta)\right] \quad (22)$$

$$(\Delta X_2)^2 = \langle X_2^2 \rangle - \langle X_2 \rangle^2 = \frac{1}{4}\left[1 + \frac{3\lambda}{4\omega^2}\sin^2\omega t + \frac{3\lambda}{8\omega^2}|\alpha|^2\sin 2\omega t \sin 2\theta + \frac{3\lambda}{2\omega^2}|\alpha|^2\sin^2\omega t + \frac{3\lambda}{4\omega^2}\omega t|\alpha|^2\sin 2(\omega t - \theta)\right] \quad (23)$$

显然当 $\alpha = 0$, 即入射光场为真空态时

$$(\Delta X_1)^2 = \frac{1}{4}\left(1 - \frac{3\lambda}{4\omega^2}\sin^2\omega t\right) < \frac{1}{4} \quad (24)$$

$$(\Delta X_2)^2 = \frac{1}{4}\left(1 + \frac{3\lambda}{4\omega^2}\sin^2\omega t\right) > \frac{1}{4} \quad (25)$$

即 X_1 压缩, 而 X_2 放大了。当 $\alpha \neq 0$ 时, 由(22)和(23)表示式可知, 其压缩情况与 $\lambda, \omega, t, \theta$ 取值有关, 并与入射平均光子数 $|\alpha|^2$ 有关。

例如取 $\theta = 0, |\alpha|^2 \geq 1$ 。当 $\omega t = \pi/4$ 时

$$(\Delta X_1)^2 = \frac{1}{4}\left(1 - \frac{3\lambda}{8\omega^2} - \frac{3\lambda}{4\omega^2}|\alpha|^2 - \frac{3\lambda}{4\omega^2} \cdot \frac{\pi}{4}|\alpha|^2\right) < \frac{1}{4}$$

$$(\Delta X_2)^2 = \frac{1}{4}\left(1 + \frac{3\lambda}{8\omega^2} + \frac{3\lambda}{4\omega^2}|\alpha|^2 + \frac{3\lambda}{4\omega^2} \cdot \frac{\pi}{4}|\alpha|^2\right) > \frac{1}{4}$$

可知 X_1 被压缩, X_2 被放大; 而当 $\omega t = 3\pi/4$ 时

$$(\Delta X_1)^2 = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{3\lambda}{4\omega^2} \cdot \frac{3\pi}{4} |\alpha|^2 - \frac{3\lambda}{4\omega^2} |\alpha|^2 - \frac{3\lambda}{8\omega^2} \right) > \frac{1}{4}$$

$$(\Delta X_2)^2 = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{3\lambda}{4\omega^2} \cdot \frac{3\pi}{4} |\alpha|^2 + \frac{3\lambda}{4\omega^2} |\alpha|^2 + \frac{3\lambda}{8\omega^2} \right) < \frac{1}{4}$$

由此可见, 尽管同取 $\theta = 0, |\alpha|^2 \geq 1$, 但不同作用时间, 即取不同值, X_1, X_2 压缩性质不同。

现进一步用图分析 X_1, X_2 压缩性质与上述参数的关系。把式 $\lambda = 32\omega\lambda_0$ 代入(22), (23) 两式中, 并令 $D = \frac{\lambda_0}{\omega} |\alpha|^2$, 则有

$$(\Delta X_1)^2 = \frac{1}{4} [1 - 12D \cdot \sin 2\omega \sin 2\theta - 48D \cdot \sin^2 \omega t - 24D \cdot \omega t \sin(2\omega t - 2\theta)] \tag{26}$$

$$(\Delta X_2)^2 = \frac{1}{4} [1 + 12D \cdot \sin 2\omega \sin 2\theta + 48D \cdot \sin^2 \omega t + 24D \cdot \omega t \sin(2\omega t - 2\theta)] \tag{27}$$

式中略去了(22), (23) 式中 $\frac{\lambda}{\omega^2} \sin^2 \omega t$ 项, 这是因为光场 ω 很大, λ_0 很小, 则 $\frac{\lambda_0}{\omega} \ll \frac{\lambda_0}{\omega} |\alpha|^2$ 。

图 1, 图 2 是(26)和(27)两式的结果。

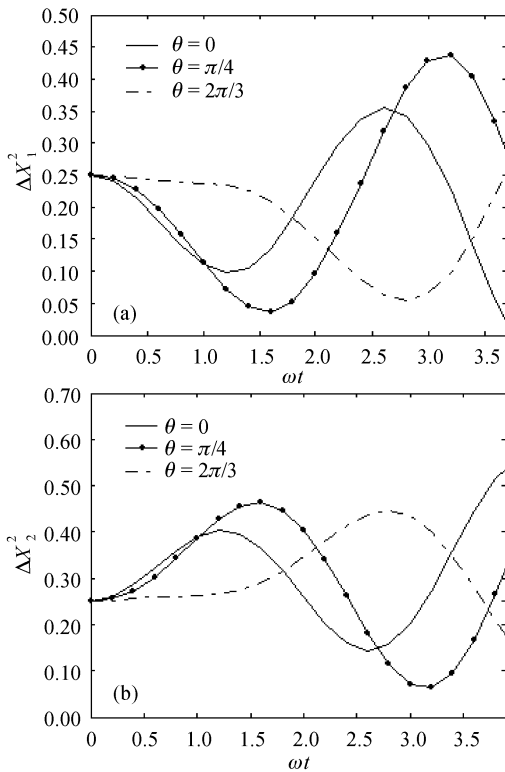


图 1 $D = 0.01$ 时光场 X_1 分量(a)和 X_2 分量(b)的量子涨落

Fig. 1 Quantum fluctuation of X_1 (a) and X_2 (b) for $D = 0.01$

图 1(a), (b) 表示 $D = 0.01$, 取不同的 θ 值时, 光场 $X_1 (X_2)$ 分量的量子涨落随 ωt 的增大而起伏变化; 其中 X_1 分量被压缩的区域, X_2 分量则被放大; 反之亦然; 并且当 $\theta = \pi/4$ 时, X_1 分量压缩度最大,

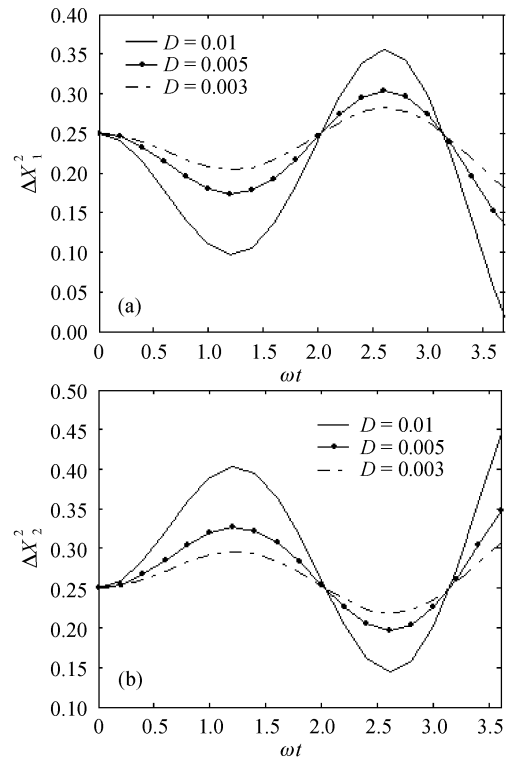


图 2 $\theta = 0$ 时光场 X_1 分量(a)和 X_2 分量(b)的量子涨落

Fig. 2 Quantum fluctuation of X_1 (a) and X_2 (b) for $\theta = 0$

而压缩范围随着 θ 增大而增大。

图 2(a), (b) 表示 $\theta = 0, D$ 取不同值时, $X_1 (X_2)$ 分量随 ωt 增大的量子涨落情况; D 越大, 光场的压缩度则越大, 但 D 不可取很大, 从图 2(a) 看到, 当 D 取大值时, $\Delta(X_1)^2 < 0$, 这不是压缩考虑的范围; D 值越小时, 要想产生强压缩, ωt 要越大, 也就是通过介质的时间要越长; D 值的大小可通过入射光子数 $|\alpha|^2$ 和入射光频率 ω 来调节。

4 结 论

利用具有空间反演对称介质确实能改变光场的压缩性质,即使是真空场, X_1 分量也可被压缩, X_2 被放大。对于相干光,其压缩性质与入射光频率 ω , 平均光子数 $|\alpha|^2$, 相干光相角 θ , 耦合常数 λ_0 以及作用时间 t 有关。

由于 X_1, X_2 是光场的两个正交分量算符,可代表两个互相垂直的偏振方向,则可通过调节 $\omega, |\alpha|^2, \theta, \lambda_0, t$ 的值让某个偏振方向光压缩;而另一方向光放大,这将有很大实用价值。

参 考 文 献

- 1 C. M. Caves. Quantum-mechanical noise in an interferometer [J]. *Phys. Rev. D*, 1981, **23**(8):1693~1708
- 2 J. Gea-Banacloche, G. Leuchs. Squeezed states for interferometric gravitational-wave detectors [J]. *J. Mod. Opt.*, 1987, **34**(6,7):793~811
- 3 Liu Tangkun, Peng Jingsheng. N -th squeezing of the field amplitude in the multiphoton Jaynes-Cummings model in a Kerr medium [J]. *Acta Photonica Sinica*, 1997, **26**(1):21~26
刘堂昆,彭金生. 含类 Kerr 介质的光子 J-C 模型中光场振幅的 N 次方压缩[J]. *光子学报*, 1997, **26**(1):21~26
- 4 He Deri. Squeezing of the two-photon Jaynes-Cummings model in a Kerr medium [J]. *Chinese J. Quantum Electron.*, 1999, **16**(2):122~129
何德日. 类 Kerr 媒质中双光子 J-C 模型场的压缩效应[J]. *量子电子学报*, 1999, **16**(2):122~129
- 5 Liu Sanqiu, Wan Ling, Liu Sumei. Squeezing effect of two coupling atoms interacting with a single mode light field in Kerr medium [J]. *Acta Optica Sinica*, 2002, **22**(8):902~906
刘三秋,万琳,刘素梅. 克尔介质中“耦合双原子-场”模型的光场压缩效应[J]. *光学学报*, 2002, **22**(8):902~906
- 6 K. Sundar. Highly amplitude-squeezed states of the radiation field [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **75**(11):2116~2119
- 7 Anirban Pathak, Swapan Mandal. Phase fluctuations of coherent light coupled to a nonlinear medium of inversion symmetry [J]. *Phys. Lett. A*, 2000, **272**:346~352
- 8 Peng Jinsheng, Li Gaoxiang. *Modern Quantum Optics Introduction* [M]. Beijing: Science Publishing House, 1996. 165
彭金生,李高翔. 近代量子光学[M]. 北京:科学出版社,1996. 165
- 9 Hongcai Li, Longquan Wu. Generation of superpositions of squeezed states via Raman interaction [J]. *Opt. Commun.*, 2001, **197**:97~101
- 10 Carl M. Bender, Luis M. A. Bettencourt. Multiple-scale analysis of the quantum anharmonic oscillator [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1996, **77**(20):4114~4117
- 11 Swapan Mandal. Quantum oscillator of quartic anharmonicity [J]. *J. Phys. A*, 1998, **31**:L501~L505

中国光学学会 2004 年学术大会在杭州召开

由中国光学学会主办,浙江大学光电信息工程学系、浙江大学现代光学仪器国家重点实验室、浙江省光学学会共同承办的中国光学学会 2004 年学术大会于 2004 年 4 月 14~16 日在杭州市浙江大学举行。这次被光学学会理事长母国光院士称之为“中国光学界群贤毕至、老少咸集”的学术大会,有包括 15 名“两院”院士在内的千余位光学界专家学者参加,是近十年来中国光学界规模最大的一次盛会。会议收到论文 700 余篇。

开幕式由大会秘书长唐晋发教授主持,大会副主席徐至展院士受会议主席母国光院士委托致开幕词,会议名誉主席王大珩院士通过电视录像预祝本次大会取得圆满成功,浙江省委书记习近平向大会发来贺信,省长吕祖善到会讲话,浙江大学党委书记张浚生代表浙江大学致欢迎词。开幕式后林尊琪院士、郭光灿院士、龚知本院士、王家骥院士和刘旭教授作了精彩的大会特邀报告。

本次学术大会设有 18 个专题分会,在为期 2 天的报告中,会议代表分别就激光技术、量子信息技术、光通信、光电子学等光学科技领域进行了广泛的交流和热烈的讨论,会议期间还举办了中国国际光学·光电子博览会,有近 50 家国内外厂商参展。

这次会议展示了我国光学领域的最新成果,探讨了 21 世纪光学科学与工程技术的发展方向。大会的成功举行进一步提高了我国光学科技的水平,加快了光学产业的科技创新和成果转化。

(马 沂)