

文章编号: 0258-7025(2004)04-0445-04

# 飞秒激光光镊轴向力的计算与分析

邢岐荣, 毛方林, 柴路, 王清月

(天津大学精密仪器与光电子工程学院超快激光研究室, 光电信息技术科学教育部重点实验室, 天津 300072)

**摘要** 光镊已成为捕获和操纵微米尺度粒子和生物细胞的有效手段, 而目前常用的光镊光源为连续激光或长脉宽的脉冲光。提出飞秒激光光镊的概念, 将飞秒激光序列脉冲视为对连续光的周期抽样, 借助于连续光光镊的分析方法, 建立了飞秒激光光镊对电介质微粒产生的轴向光学力的理论模型。给出影响捕获微粒的主要因素, 指出存在最佳束腰半径和被捕获粒子半径。数值计算结果表明选取合适的飞秒激光脉冲能量、束腰半径、脉冲波长以及微粒与周围媒质的相对折射率, 微米尺寸的微粒完全能被飞秒激光稳定捕获。综合考虑被捕获微粒所受的脉冲式光学梯度力、重力和布朗惯性力的作用, 讨论了飞秒激光光镊轴向光学梯度力的脉冲式特点及实现稳定捕获的条件。

**关键词** 激光技术; 飞秒激光; 光镊; 轴向光学力

**中图分类号** O 431.2 **文献标识码** A

## Computing of the Axial Optical Force Applied by the Femtosecond Laser Trap

XING Qi-rong, MAO Fang-lin, CHAI Lu, WANG Qing-yue

(Ultrafast Laser Laboratory, College of Precision Instrument & Optoelectronics Engineering, Key Laboratory of Opto-electronics Information and Technical Science, Ministry of Education, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract** Optical tweezers are one of the most efficient means of manipulating objects on the micrometer scale and biological cells. The sources of the existing optical tweezers are CW light or long-pulse-width light. The concept of femtosecond laser tweezers was proposed. Taking femtosecond pulses as the sampling of CW lasers, the theoretical model of the induced axial forces by femtosecond laser pulses exerted on micrometer-sized sphere was established. The major factors that affect the trapping were discussed and suitable beam waists and radii of the trapped particles were demonstrated. The numerical results show that micron-sized particles can be trapped with femtosecond pulses with suitable single pulse energy, beam waist, pulse wavelength and the relative refraction index of the particle to the medium. Considering the axial optical force, the gravity and the Brownian inertial force, the pulsed property of the axial gradient force and the stability condition of femtosecond laser tweezers were also demonstrated.

**Key words** laser technique; femtosecond pulses; laser tweezers; axial optical force

## 1 引言

光镊已成为捕获和操纵微米尺度粒子和生物细胞的有效手段<sup>[1,2]</sup>, 并在物理学、化学及生物学等领域广为应用<sup>[3~5]</sup>。国内一些单位对光镊及其应用也进行了相当的研究<sup>[6]</sup>。由于单个生物细胞的体积仅有飞升(femtoliter)量级, 而目前常用的光镊光源为

连续激光或重复率较低、脉冲宽度在亚毫秒量级的脉冲光<sup>[7,8]</sup>。因此现有的光镊技术难以精确确定辐照度所引起的被捕获细胞内各种生物效应的界限, 如损伤阈值、毒副作用界限、导致细胞灭活的激光工作参数等<sup>[9]</sup>。飞秒激光是一种发展很成熟的脉冲激光, 目前飞秒激光器输出的最短光脉冲小于 5 fs。相对于纳秒或皮秒激光脉冲, 单脉冲能量极小的飞

收稿日期: 2003-05-30; 收到修改稿日期: 2003-09-25

基金项目: 天津市重点基金(基金号: 013800311)、教育部重点实验室访问学者基金、天津大学学科建设专项基金和国家重大基础研究专项经费(G1999075201)资助项目。

作者简介: 邢岐荣(1945—), 男, 天津大学教授, 博士生导师, 主要从事超快激光研究。E-mail: maofanglin@163.com

秒激光脉冲便具有很高的峰值功率。因此,飞秒激光作用于生物组织时几乎不伤及周围区域,因而具有极高的空间分辨率和时间分辨率<sup>[10]</sup>。鉴于此,我们曾提出以飞秒激光为光源构成飞秒激光光镊<sup>[11]</sup>。

与连续光光镊不同,在飞秒激光光镊中,作用在被捕获粒子上的光学梯度力是脉冲式的。在相继两脉冲之间,粒子在重力和布朗运动作用下,会偏移被光学力束缚的中心位置。在下一个飞秒光脉冲的光学梯度力作用下,粒子是否会重新被移回束缚中心,这是飞秒激光光镊能否稳定捕获粒子的关键。

将飞秒序列脉冲看作是对连续光的抽样结果,借助于连续光光镊的分析方法<sup>[12]</sup>,建立了飞秒激光光镊轴向力的理论模型。给出影响捕获微粒的主要因素,进而从理论角度证实飞秒激光光镊稳定捕获微粒的可行性。

## 2 理论模型

设被捕获的粒子为自由悬浮于水中的透明电介质微粒,其半径  $\rho$  与光镊光源的波长  $\lambda$  满足如下关系

$$2\pi\rho/\lambda \geq 100 \quad (1)$$

因此可采用几何光学分析方法。高斯光束与被捕获粒子的相互作用如图 1 所示。图中左侧的圆代表被捕获粒子,带箭头的实线表示高斯光束中入射到粒

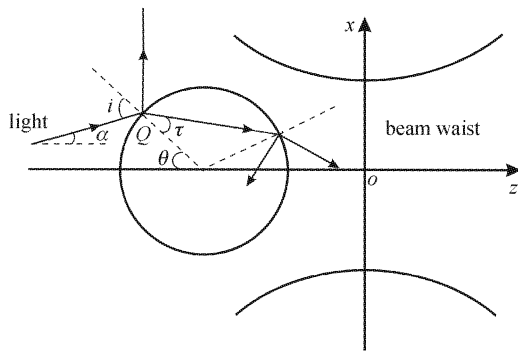


图 1 光线在球形微粒中传播的几何光学图  
Fig. 1 Ray path of the incident light passing through a spherical particle

子上的一条光线,虚线表示入射点处的法线。右侧双曲线代表作用于被捕获粒子的高斯光束,束腰处为直角坐标系  $(x, y, z)$  的原点,  $z$  轴正向为入射光束传播方向。由于坐标的对称性,图中仅示出  $x, z$  轴,与之相对应,文中所列公式仅为  $x, z$  坐标的函数。在  $dt$  时间间隔内,光束作用于被捕获粒子上的动量的轴向分量可表示为<sup>[12]</sup>

$$dP_z = - \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \frac{E^2 \cdot \cos i \cdot \rho^2 \cdot \sin\theta \cdot n_b^2}{2\mu_0 c^2} \times \left\{ \cos(i - \theta) + R \cdot \cos(i + \theta) - \frac{T^2 \cdot [\cos(i + \theta - 2\tau) + R \cdot \cos(i + \theta)]}{1 + R^2 + 2R \cdot \cos 2\tau} \right\} \cdot dt \quad (2)$$

其中  $\theta, \phi$  为球坐标,球坐标中心在高斯光束的光轴上,且与被捕获粒子球心重合。 $n_b$  为微粒所处媒质的折射率,  $E^2$  为入射到微粒表面上  $Q(x, z)$  点处光强,  $\mu_0$  为真空中磁导率,  $c$  为真空中光速,  $i$  为光线的入射角,  $\tau$  为折射角,  $\theta$  为光线入射点  $Q$  处法线与  $z$  轴夹角。 $R, T$  分别对应入射光束在微粒表面的反射率和透射率。在文献<sup>[10]</sup>中,作者利用上式讨论了连续光光镊的光学梯度力。公式中的  $E^2$  为连续波高斯光束的强度。为建立飞秒激光光镊轴向力的理论模型,现将飞秒激光序列脉冲看作是对连续光的抽样结果,于是在  $t$  时刻,作用于  $Q(x, z)$  处的飞秒激光脉冲序列可表示为

$$E^2(x, z, t) = E_0^2 \cdot \exp[-2x^2/\omega(z)^2] \cdot \exp[-(t - m \cdot T_1)^2/2t_0^2] \quad (3)$$

其中  $E_0^2$  为束腰处光强,  $t_0$  为脉冲宽度,  $m$  为抽样脉冲数目,  $T_1$  为脉冲间隔,  $\omega(z)$  为轴向坐标为  $z$  处光斑半径,与  $z = 0$  处束腰半径  $\omega_0$  的关系为

$$\omega(z) = \omega_0 \cdot \left[ 1 + \left( \frac{\lambda \cdot z}{\pi \cdot \omega_0^2} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (4)$$

束腰处光强  $E_0^2$  满足

$$E_0^2 \cdot t_0 = \frac{4U \cdot \mu_0 \cdot c}{\omega_0^2 \cdot \pi \cdot n_b} \quad (5)$$

其中  $U$  为飞秒激光单脉冲能量。若将飞秒激光脉冲视为方形光脉冲,在脉冲作用期间,被捕获粒子所受的轴向力可表示为

$$F_z = \Delta P_z / t_0 \quad (6)$$

设光束传播方向与重力方向平行且相反,综合考虑作用于微粒的重力和布朗惯性力,微粒所受轴向合力  $F$  表示如下

$$F = F_z' - G - F_B = \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t - kT_1) \cdot F_z - G - F_B \quad (7)$$

其中  $\delta(t - kT_1)$  为狄拉克函数,  $G$  为微粒重力,  $F_B$  为布朗惯性力在重力方向分力,布朗运动的随机性决定该力随机取值,即

$$F_B = F_{B0} \cdot [2 \times \text{rand}(z) - 1] \quad (8)$$

其中  $F_{B0}$  为布朗惯性力的最大值,  $\text{rand}(z)$  为随机函数,取值在 0 与 1 之间变化。

### 3 数值结果及分析

#### 3.1 飞秒激光光镊轴向光学力

通过数值计算得到微粒所受轴向光学力的特性。图 2 给出飞秒激光脉冲峰值时刻, 微粒所受轴向力  $F(z)$  与比值  $\text{Ratio} = Z_0/\rho$  的关系, 其中  $Z_0$  为微粒中心至聚焦光束腰中心的距离,  $\rho$  为球形微粒半径。计算时选用激光波长为 800 nm, 聚焦光束腰为  $0.3 \mu\text{m}$ , 被捕获粒子的直径为  $20 \mu\text{m}$ , 微粒所处媒质折射率  $n_b = 1.33$ , 微粒的折射率  $n_a = 1.65$ , 飞秒激光单脉冲能量为 0.1 nJ, 脉冲间隔为 10 ns, 脉宽为 50 fs。从图中可以清楚地看出, 在光轴不同位置处, 微粒受到的光学梯度力不同。当  $Z_0/\rho < 0$ , 粒子受正向光学梯度力作用, 在此力作用下, 粒子将向束腰方向运动; 当  $Z_0/\rho > 0$  时, 粒子则受负的光学梯度力作用, 因而也具有向束腰方向运动的趋势; 而且图中显示在  $0 < Z_0/\rho < 1$  的区域, 光学梯度力有一势阱, 这便是飞秒激光光镊对粒子的稳定捕获区, 这与连续光光镊的功能相同<sup>[10]</sup>。取  $\text{Ratio} = 0.8$ , 图 3

给出粒子处于光学势阱的某一位置, 微粒受力与时间的关系。在脉冲宽度内, 激光脉冲产生的光学力与光强有关, 在激光脉冲峰值时刻产生的光学力达到极值; 而在脉冲间隔内, 微粒不受光学力作用。飞秒激光光镊轴向光学力是脉冲式的。

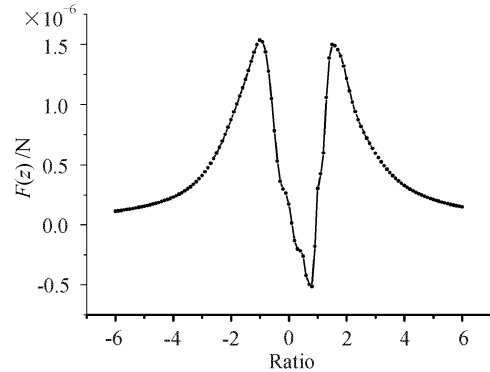


图 2 飞秒激光光镊产生的轴向光学力  $F(z)$  与比值  $\text{Ratio} = Z_0/\rho$  的关系

Fig. 2 Dependence of the axial optical force  $F(z)$  applied by femtosecond laser pulses on  $\text{Ratio} = Z_0/\rho$

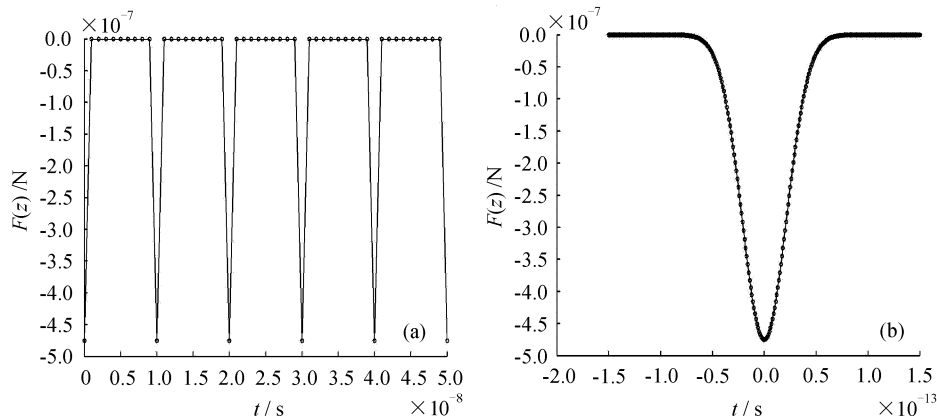


图 3 飞秒激光光镊的轴向脉冲式光学力

(a) 数个脉冲期间微粒所受光学力; (b) 单个脉冲宽度内微粒所受光学力

Fig. 3 Axial optical force pulses  $F(z)$  applied by femtosecond pulses

(a) the pulse train of the axial force; (b) one pulse waveform of the axial force

图 4 表明激光脉冲峰值处轴向光学力最大值与聚焦光束腰半径的关系。从图中容易看出, 最佳的捕获光束腰半径为  $0.25 \sim 0.45 \mu\text{m}$ 。图 5 给出光学力极大值与微粒半径的关系。当微粒半径小于  $5 \mu\text{m}$  时, 光学力出现不稳定的振荡, 而在大于  $5 \mu\text{m}$  时光学力随着微粒半径均匀变化。这恰好符合我们建立模型时的假设。

上述计算结果表明飞秒激光光镊的轴向光学力与连续光光镊的作用不同。在飞秒激光光镊中, 被捕获粒子所受力呈脉冲式。无脉冲光作用时, 微粒

不受光学力作用, 仅受重力和布朗惯性力的作用。

#### 3.2 飞秒激光光镊稳定捕获粒子的条件

在脉冲间隔内, 微粒仅受重力和布朗惯性力作用。此间粒子在重力和布朗惯性力的作用下, 有逃逸出光镊捕获区的趋势。因此, 飞秒激光光镊能否实现对粒子的稳定捕获, 关键在于下一个飞秒脉冲产生的光学捕获力, 是否能够将偏移捕获中心的粒子再移回到捕获中心。为此, 必须综合分析作用于粒子上的光学梯度力、重力及布朗惯性力作用。由流体力学知识易知, 微粒平均移动速度

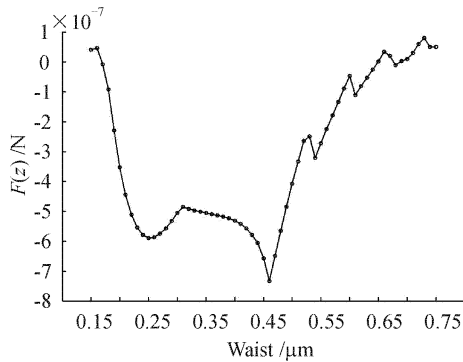


图4 飞秒激光光镊轴向光学力  $F(z)$  与聚焦光束束腰半径的关系

Fig. 4 Axial optical force  $F(z)$  vs the radius of beam waist

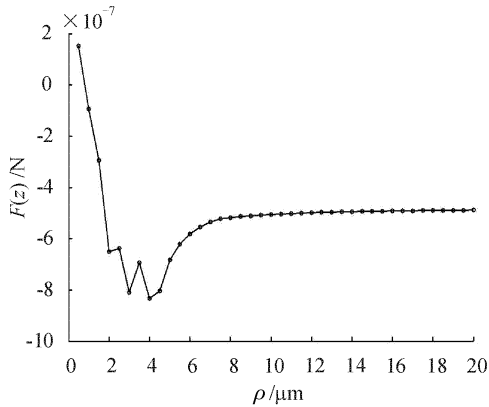


图5 飞秒激光光镊轴向光学力  $F(z)$  与被捕获微粒半径  $\rho$  的关系

Fig. 5 Axial optical force  $F(z)$  vs the radius of the trapped sphere

$$v_1 = (G + F_B - \rho_w g V) / (6\pi\mu\rho) \quad (9)$$

其中  $\rho_w g V$  为微粒所受浮力,  $\rho_w$  为媒质密度,  $V$  为微粒体积,  $g$  为重力加速度,  $\mu$  为媒质粘滞系数。则脉冲间隔内微粒位移为

$$S_1 = v_1 \cdot T_1 \quad (10)$$

假设光镊装置满足在被捕获微粒重力方向的轴向力平行, 飞秒激光脉冲与微粒作用时, 由于光学力  $F$  的作用, 微粒被拖曳至势阱中心的平均运动速度为

$$v_2 = (F + \rho_w g V - G) / (6\pi\mu\rho) \quad (11)$$

于是在脉冲持续时间内产生的位移为

$$S_2 = v_2 \cdot t_0 \quad (12)$$

若微粒在脉冲持续时间内能被拖回势阱中心, 则认为微粒被飞秒激光稳定捕获, 即

$$S_2 \geq S_1 \quad (13)$$

由此可得飞秒激光光镊稳定捕获微粒的条件为

$$(F + \rho_w g V - G) \cdot t_0 \geq (G + F_B - \rho_w g V) \cdot T_1 \quad (14)$$

以悬浮于水中的聚苯乙烯小球为例, 小球半径  $\rho =$

$10 \mu\text{m}$ , 密度  $\rho_1 = 1.0495 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $20^\circ\text{C}$  时水的粘滞系数  $\mu = 1 \times 10^{-3} \text{ NS/m}^2$ , 水的密度  $\rho_w = 1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ , 对于大颗粒情形布朗惯性力与重力相比可忽略不计。若小球受重复频率为  $100 \text{ MHz}$  的脉冲激光作用, 由(14)式计算得到的临界光学力为  $4.06 \times 10^{-7} \text{ N}$ 。从前面的计算结果可以看出, 选取合适的飞秒激光脉冲能量、束腰半径、脉冲波长以及微粒与周围媒质的相对折射率, 微米尺寸的微粒完全能被飞秒激光稳定捕获。

## 4 结 论

提出了飞秒激光光镊的概念。将飞秒激光脉冲序列看作是对连续光的周期采样, 建立了飞秒激光光镊轴向光学梯度力的理论模型。数值计算结果证明了飞秒激光光镊捕获粒子的可能性。分析了光学梯度力与束腰半径和粒子大小的关系, 计算表明, 存在最佳束腰半径和被捕获粒子半径。讨论了飞秒激光光镊轴向光学梯度力的脉冲式特点及实现稳定捕获的条件。

## 参 考 文 献

- 1 A. Ashkin. Applications of laser radiation pressure [J]. *Science*, 1980, **210**(4474):1081~1088
- 2 A. Ashkin, J. M. Dziedzic. Optical trapping and manipulation of viruses and bacteria [J]. *Science*, 1987, **235**:1517~1520
- 3 H. J. Lee, C. S. Adams, M. Kasevich *et al.*. Raman cooling of atoms in an optical dipole trap [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1996, **76**(15):2658~2661
- 4 C. Gabbanini, A. Fioretti, A. Lucchesini *et al.*. Cold rubidium molecules formed in a magneto-optical trap [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **84**(13):2814~2817
- 5 M. P. MacDonald, L. Paterson, W. Sibbett *et al.*. Trapping and manipulation of low-index particles in a two-dimensional interferometric optical trap [J]. *Opt. Lett.*, 2001, **26**(12):863~865
- 6 Li Yinmei, Lou Liren, Yao Yuan *et al.*. The observation and adjustment of the position of a laser trap [J]. *Chinese J. Lasers*, 1998, **A25**(12):1083~1086  
李银妹, 楼立人, 姚媛等. 光阱位置的观察与调节[J]. *中国激光*, 1998, **A25**(12):1083~1086
- 7 Koen Visscher, Steven P. Gross, Steven M. Block. Construction of multiple-beam optical traps with nanometer-resolution position sensing [J]. *IEEE J. Sel. Top. in Quantum Electron.*, 1996, **2**(4):1066~1076
- 8 Charles S. Buer, Kevin T. Gahagan, Grover A. Swartzlander *et al.*. Insertion of microscopic objects through plant cell walls using laser microsurgery [J]. *Biotechnology and Bioengineering*, 1998, **60**(3):348~355
- 9 M. W. Berns. Laser scissors and tweezers [J]. *Scientific American*, 1998, **4**:62~67
- 10 U. K. Tirlapur, K. König. Targeted transfection by femtosecond laser [J]. *Nature*, 2002, **418**:290~291
- 11 Xing Qirong, Mao Fanglin, Li Yanfeng *et al.*. Femtosecond laser cell manipulation and operation system [J]. *J. Optoelectronics · Laser*, 2002, **13**(1):102~105  
邢岐荣, 毛方林, 栗岩锋等. 飞秒激光细胞操作与手术系统[J]. *光电子·激光*, 2002, **13**(1):102~105
- 12 T. C. Bakker Schut, G. Hesselink, B. G. de Grooth *et al.*. Experiment and theoretical investigations on the validity of the geometrical optics model for calculating the stability of optical traps [J]. *Cytometry*, 1992, **12**:479~485