

文章编号: 0258-7025(2004)04-0437-04

高斯光束经波长级圆孔衍射的轴上光强特性

周国泉¹, 倪涌舟¹, 王绍民²

(¹ 浙江林学院光电子研究所, 浙江 临安 311300; ² 浙江大学物理系, 浙江 杭州 310027)

摘要 基于横截面上精确表述的光强和精确的衍射场公式, 对高斯光束经波长级圆孔衍射的轴上光强特性进行了研究。结果表明, 高斯衍射光束的轴上光强特性取决于初始高斯半宽度 w_0 和波长级圆孔的孔径 R 。对于 $w_0/R \geq 1$ 的高斯衍射光束, 轴上光强存在的极值个数和出现的位置仅由比值 $m = 2R/\lambda$ 决定, 最大的轴上光强均出现在 $N = R^2/(\lambda z) = 1$ 的地方; 至于轴上光强极值的峰和谷明显与否, 取决于 w_0/R 的比值, 比值越大, 轴上光强极值的峰和谷就越明显。当 w_0/R 的比值足够大时, 就趋向于平面波入射时的情形。而对于 $w_0/R < 1$ 的这一类高斯衍射光束, 轴上光强存在特定的演化规律: 随着初始高斯半宽度的减小, 轴上光强极值个数逐步减少直至全部消失。

关键词 几何光学; 轴上光强; 高斯光束; 波长级圆孔; 衍射

中图分类号 O 436 文献标识码 A

Axial Light Intensity Characteristics of Gaussian Beam Diffracted by a Wavelength-Order Circular Aperture

ZHOU Guo-quan¹, NI Yong-zhou¹, WANG Shao-min²

(¹Research Institute of Photoelectron, Zhejiang Forestry University, Linan, Zhejiang 311300, China)
(²Department of Physics, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China)

Abstract Based on the accurate expression of light intensity at the transverse plane and the rigorous diffraction formulae, the characteristics of axial light intensity of Gaussian beam diffracted by a wavelength-order circular aperture are investigated. The results show that the axial light intensity characteristics of Gaussian diffracted beam are decided by the initial Gaussian half width w_0 and the radius of wavelength-order circular aperture R . As to the Gaussian diffracted beams with $w_0/R \geq 1$, the number and location of extrema of axial light intensity are determined by $2R/\lambda$, and the maximum axial light intensity must be located at $N = R^2/(\lambda z) = 1$. Whether the apex and vale of extrema are distinct or not rest with the ratio of w_0/R . The larger the ratio, the more distinct the apex and vale are. When the ratio of w_0/R is large enough, it trend to the case of planar incident wave. While for the Gaussian diffracted beams with $w_0/R < 1$, the axial light intensity exists specifically evolutive law. The number of extrema is reduced step by step and finally disappeared with the initial Gaussian half width diminishing.

Key words geometric optics; axial light intensity; Gaussian beam; wavelength-order circular aperture; diffraction

1 引 言

高斯光束作为典型的光源, 应用非常广泛。高斯光束经大孔径的圆形光阑衍射后, 在非涅耳区、夫琅禾费区和近场区的光场特性均已作了分析和讨论^[1~3]。随着纳米技术和近场光学的发展, 圆孔光

阑的尺寸进一步减小, 成为波长级圆孔光阑甚至为亚波长光阑。高斯光束通过波长级圆孔衍射后成为非傍轴光束, 此时衍射光束的光强必须采用非傍轴光束光强的表述即横截面上光强的精确表述^[4,5]。

当高斯光束的初始高斯半宽度 w_0 足够大时, 波长级圆孔中的光场分布可以认为是均匀的, 可视为

收稿日期: 2002-12-16; 收到修改稿日期: 2003-01-23

基金项目: 国家自然科学基金(60276035)和浙江林学院科研发展基金(69187)资助项目。

作者简介: 周国泉(1970—), 男, 浙江桐乡人, 浙江林学院副教授, 博士后, 主要从事光束传输和光束质量控制等方面的研究。E-mail: zhoughuoquan178@sohu.com

等幅单色平面波入射。而平面波经小圆孔的近场衍射由于作为对近场光学显微镜中光纤探针的模拟,对其衍射场的场分布、能量、轴上光强特性和光束传输特性均已开展了研究^[6~10]。本文基于精确的衍射场公式和横截面上光强的精确表述,以高斯光束正入射波长级圆孔,对衍射光束的轴上光强特性进行了理论分析和数值计算,揭示了与平面波入射时的差异。

2 理论分析和数值计算

半径为 R 的波长级圆孔同轴放置在高斯光束束腰处,束腰处高斯光束的场分布为

$$U_i(r,0) = \exp(-r^2/w_0^2) \quad (1)$$

其中 $r^2 = x^2 + y^2$ 。坐标系选取如下:波长级圆孔所在平面为 $x-y$ 平面,圆心为坐标原点, z 轴为光束传输轴。高斯光束向 $z \geq 0$ 的半空间传输,经衍射后不含时的光场分布 $U(r,z)$ 应同时满足标量波动方程

$$\nabla^2 U(r,z) + k^2 U(r,z) = 0 \quad (2)$$

和边界条件

$$U(r,0) = \begin{cases} \exp(-r^2/w_0^2) & \text{孔上} \\ 0 & \text{屏上} \end{cases} \quad (3)$$

式中, $k = 2\pi/\lambda$ 为自由空间的波数。

由于高斯光束正入射波长级圆孔具有绕 z 轴旋转对称的性质,所以式(2)的解可以表示为^[11]

$$U(r,z) = k \int_0^\infty \tilde{U}(\alpha) J_0(kar) \exp(ik\gamma z) \alpha d\alpha \quad (4)$$

由式(3)可得

$$\begin{aligned} \tilde{U}(\alpha) &= k \int_0^\infty U(r,0) J_0(kar) r dr = \\ &k \int_0^\infty \exp\left(-\frac{r^2}{w_0^2}\right) J_0(kar) r dr \end{aligned} \quad (5)$$

其中, J_0 为第一类零阶贝塞尔函数, $\gamma = \sqrt{1-\alpha^2}$ 。 $\alpha < 1$ 的值对应于与 z 轴成角 $\arcsin\alpha$ 传输的等幅平面波,而 $\alpha > 1$ 的值对应于倏逝波。

由于高斯光束经波长级圆孔衍射后不再是傍轴光束,此时引入标量光场的能流密度矢量 \vec{J} ^[4,5]

$$\vec{J} = \text{Re} \left[\frac{1}{ik} U^*(r,z) \nabla U(r,z) \right] \quad (6)$$

式中,Re 表示取实部,* 号表示复共轭。则

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{J} &= \text{Re} \left\{ \frac{1}{ik} [U^*(r,z) \nabla^2 U(r,z) + \nabla U(r,z) \cdot \nabla U^*(r,z)] \right\} = \\ &\text{Re} \left\{ \frac{1}{ik} [-k^2 U(r,z) U^*(r,z) + \nabla U(r,z) \cdot \nabla U^*(r,z)] \right\} = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

满足无源场的能量守恒定律。

通过任一 z 为常数的横截面的总能流 $P(z)$ 为

$$P(z) = \iint \vec{J} \cdot d\vec{S} = \iint J_z dx dy = 2\pi \int_0^\infty J_z r dr \quad (8)$$

其中 $J_z = \text{Re} \left[\frac{U^*(r,z)}{ik} \frac{\partial U(r,z)}{\partial z} \right] = I(r,z)$ (9)

为垂直于光束传播轴的横截面上光强的精确定义或称之为非傍轴光束光强的表述。

当 z 大于几个波长时,即倏逝波效应可以忽略时,式(9)可表示为按波长 λ 或 k^{-1} 的级数展开^[5]

$$I(r,z) = |U(r,z)|^2 + \sum_{n=1}^\infty I^{(n)} \quad (10)$$

其中 $I^{(n)} = \text{Re} \left[\frac{(-1)^{n+1} (2n-3)!!}{k^{2n} (2n)!!} U^*(r,z) \cdot \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)^n U(r,z) \right]$ (11)

在傍轴条件下, $U(r,z)$ 可表示为 $U(r,z) = \varphi(r,z) \exp(ikz)$,其中 $\varphi(r,z)$ 满足傍轴波动方程

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \varphi(r,z) + i2k \frac{\partial \varphi(r,z)}{\partial z} = 0 \quad (12)$$

由此可得

$$I(r,z) = |\varphi(r,z)|^2 + \text{Re} \left[\frac{1}{ik} \varphi^*(r,z) \frac{\partial \varphi(r,z)}{\partial z} \right] = |U(r,z)|^2 + I^{(1)} \quad (13)$$

由于 $\frac{\partial \varphi(r,z)}{\partial z} \ll k\varphi(r,z)$,所以 $|U(r,z)|^2 \gg I^{(1)}$,因此

$$I(r,z) = |U(r,z)|^2 + I^{(1)} \cong |U(r,z)|^2 \quad (14)$$

这就是傍轴光束光强的表述。

因此高斯衍射光束的轴上光强 $I(z)$ 为

$$I(z) = I(0,z) = \text{Re} \left[-i \frac{U^*(0,z)}{k} \frac{\partial U(0,z)}{\partial z} \right] \quad (15)$$

由式(4),(5)和(15),可确定高斯光束经波长级圆孔衍射的轴上光强。下面分两种情况分别分析、讨论高斯衍射光束的轴上光强特性。

2.1 $w_0/R \geq 1$ 的高斯衍射光束

经大量的数值计算发现,对于这一类高斯衍射光束,轴上光强具有类似的变化规律。此时,轴上光

强极值的个数以及出现的位置仅由波长级圆孔的孔径所决定,而与初始高斯半宽度无关。若定义 $m = 2R/\lambda$,这一类高斯衍射光束轴上光强极值的数目 n 可表示为

$$n = \begin{cases} m-1 & m \text{ 为大于等于 } 2 \text{ 的整数} \\ \text{Int}[m] & m \text{ 为大于 } 2 \text{ 的非整数} \end{cases} \quad (16)$$

其中, $\text{Int}[m]$ 表示对 m 取整数部分。由于考虑的圆孔是波长量级的即 $R \geq \lambda$,所以 m 的取值从 2 开始。 $m = 2R/\lambda$ 的物理意义是,平面波正入射时平面波与波长级圆孔相接触的波面所能分成的菲涅耳半波带数的极限。

图 1 给出了初始高斯半宽度 w_0 分别为 6λ (实

线)和 4λ (虚线)的高斯光束经半径 R 分别为 1λ , 2.4λ , 3λ 和 3.5λ 的波长级圆孔衍射后轴上光强 $I(z)$ 与轴上距离 z 的变化关系。若轴上光强极值的数目 n 为偶数,则轴上出现的第一个光强极值为极小值,且极大值的个数和极小值的个数各占一半。若 n 为奇数,则轴上出现的第一个光强极值是极大值,且极大值的个数比极小值多一个。对于这一类衍射光束,轴上最后出现的一个光强极值必定为最大值,且均出现在 $N = R^2/(\lambda z) = 1$ 的位置。至于轴上光强极值的峰和谷明显与否,取决于 w_0/R 的比值,比值越大,轴上光强极值的峰和谷就越明显。当 w_0/R 的比值足够大时,就趋向于平面波入射时的情形。

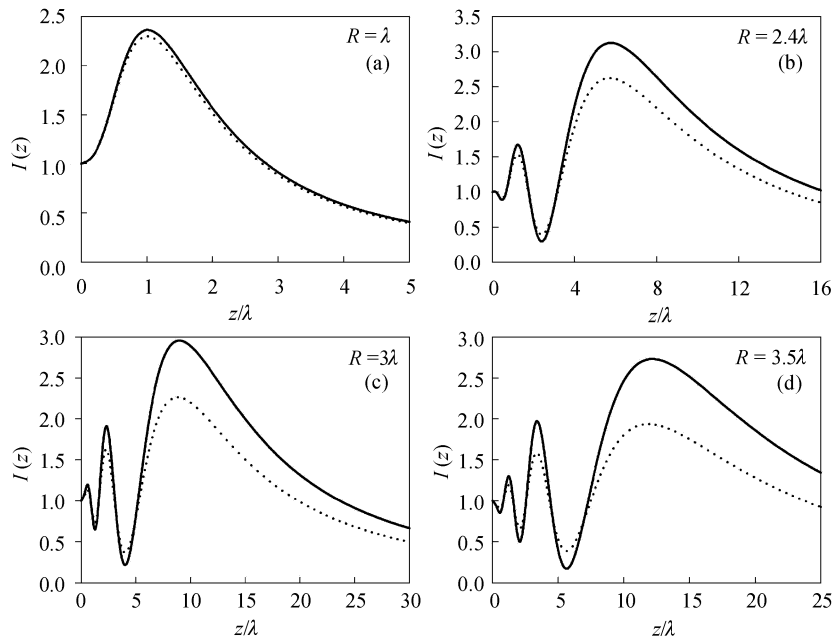


图 1 不同的高斯光束经不同半径的波长级圆孔衍射后的轴上光强 $I(z)$ 与轴上距离 z 的变化关系

Fig. 1 Variation curves of the axial light intensity $I(z)$ of different Gaussian beams diffracted by wavelength-order circular apertures with different radii versus the axial distance z

2.2 $w_0/R < 1$ 的高斯衍射光束

对于这一类高斯衍射光束,虽然其轴上光强极值的个数无法像前一类衍射光束用一个公式来表示,但是对于确定半径的波长级圆孔,逐步减小入射高斯光束的初始高斯半宽度,轴上光强有一定的演化规律。图 2 给出不同初始高斯半宽度的高斯光束经半径 R 为 3λ 的波长级圆孔衍射后,轴上光强 $I(z)$ 随轴上距离 z 的变化关系。

当 w_0 等于 3λ 时,高斯衍射光束轴上光强共有 5 个极值,并且最后一个极值是最大值。当 w_0 减小至 2λ 时,虽然衍射光束轴上光强极值的个数仍保持为

5,但是最大值却出现在第三个极值的位置上,而且幅度已减小很多;前四个光强极值的位置基本保持不变,只有最后一个极值的位置向衍射屏所在处靠近了。 w_0 再减小为 1.7λ 时,高斯衍射光束轴上光强极值只保留了前三个,且极值出现的位置基本没变,而后两个光强极值已消失,同时光强极值的幅度进一步调整至极大值的大小与极小值相差不多。进一步减小 w_0 至 1.2λ ,高斯衍射光束轴上光强极值已全部消失。由此可见,随着初始高斯半宽度的逐步减小,轴上光强极值个数逐个减少直至全部消失。

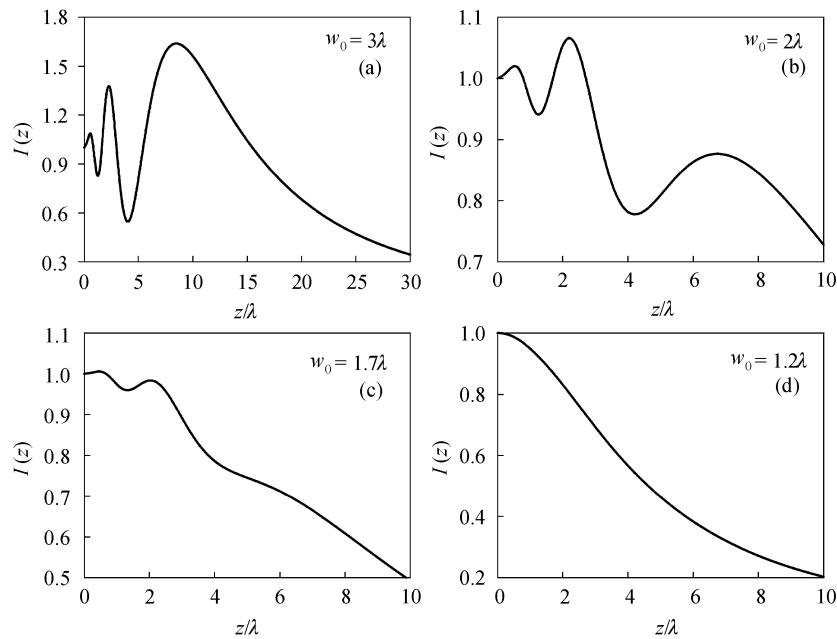


图 2 不同的高斯光束经半径 R 为 3λ 的波长级圆孔衍射后,轴上光强 $I(z)$ 随轴上距离 z 的变化关系

Fig. 2 Variation curves of the axial light intensity $I(z)$ of different Gaussian beams passing through wavelength-order circular apertures with $R = 3\lambda$ versus the axial distance z

3 结 论

基于精确的衍射场公式和横截面上光强的精确表述,对高斯光束经波长级圆孔衍射的轴上光强特性进行了理论分析和数值计算。对于 $w_0/R \geq 1$ 的高斯衍射光束,轴上光强存在的极值个数和出现的位置仅由比值 $m = 2R/\lambda$ 所决定,最大的轴上光强均出现在 $N = R^2/(\lambda z) = 1$ 的地方,光强极值的大小则取决于 w_0/R 的比值。而对于 $w_0/R < 1$ 的这一类高斯衍射光束,轴上光强存在特定的演化规律:随着初始高斯半宽度的减小,轴上光强极值个数逐步减少直至全部消失。

另外,在本文的理论分析中,没有考虑衍射屏对波长级圆孔处的高斯入射场产生的干扰。而这种干扰对光阑边缘,尤其是对亚波长光阑边缘处的光场是有影响的^[12],这有待于理论上的进一步探讨。

参 考 文 献

- P. Belland, J. P. Crenn. Changes in the characteristics of a Gaussian beam weakly diffracted by a circular aperture [J]. *Appl. Opt.*, 1982, **21**(3):522~527
- Y. Li. Degeneracy in the Fraunhofer diffraction of truncated Gaussian beams [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1987, **4**(7):1237~1242
- Li Zhengzhi, Ni Zhenyu. Near field on-axis irradiance of truncated-Gaussian apertures [J]. *Chinese J. Lasers*, 1991, **18**(9):672~676
李正直,倪振宇. 高斯光束经圆孔光阑衍射后在近场区的轴向
- 光场分布[J]. *中国激光*, 1991, **18**(9):672~676
- Cao Qing, Deng Xinming, Guo Hong. Accurate expression of light intensity at transverse plane [J]. *Acta Optica Sinica*, 1996, **16**(7):897~902
曹清,邓锡铭,郭弘. 横截面上光强的精确表述[J]. *光学学报*, 1996, **16**(7):897~902
- Cao Qing, Deng Xinming. Power carried by scalar light beams [J]. *Opt. Commun.*, 1998, **151**:212~216
- Guo Jihua, Guo Feng, Zhu Zhaoming. Diffraction of a small aperture—Near-field optics theory [J]. *Acta Optica Sinica*, 1998, **18**(10):1395~1398
郭继华,郭峰,朱兆明. 微小孔衍射——近场光学理论[J]. *光学学报*, 1998, **18**(10):1395~1398
- Deng Xiaojie, Wu Benke, Xiao Su. Energy transmission of a small aperture in near-field diffraction [J]. *Acta Optica Sinica*, 2001, **21**(12):1432~1435
邓小玖,吴本科,肖苏. 微小孔近场衍射的能量传输[J]. *光学学报*, 2001, **21**(12):1432~1435
- Liu Xiumei, Wang Jia, Li Dacheng. Optical near-field distribution of nanometric apertures [J]. *J. Tsinghua Univ. Sci. & Tech. Ed.*, 2001, **41**(2):30~33
刘秀梅,王佳,李达成. 纳米小孔光学近场分布的研究[J]. *清华大学学报(自然科学版)*, 2001, **41**(2):30~33
- Zhou Guoquan, Zhao Daomu, Wang Shaomin. Propagation characteristics of planar wave diffracted by small circular aperture [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(7):874~876
周国泉,赵道木,王绍民. 平面波经微小圆孔衍射的传输特性[J]. *光学学报*, 2002, **31**(7):874~876
- Zhou Guoquan, Zhao Daomu, Wang Shaomin. Characteristics of axial light intensity of planar wave diffracted by small circular aperture [J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(1):22~25
周国泉,赵道木,王绍民. 平面波经微小圆孔衍射的轴上光强特性[J]. *光学学报*, 2003, **23**(1):22~25
- M. A. Porras. Finiteness and propagation law of the power density second-order moment for diffracted scalar light beams [J]. *Optik*, 1999, **110**(9):417~420
- H. J. Lezec, A. Degiron, E. Devaux *et al.*. Beaming light from a subwavelength aperture [J]. *Science*, 2002, **297**:820~822