

文章编号: 0258-7025(2004)11-1373-05

# 多外腔自混合干涉现象的理论实验

宦海, 王鸣, 郝辉, 陆敏

(南京师范大学物理科学与技术学院, 江苏南京 210097)

**摘要** 考虑激光器外有多个反射体时所产生的自混合干涉现象, 运用薄膜干涉理论, 对弱光反馈条件下的多外腔自混合干涉理论进行了研究。基于复合腔激光器结构, 建立了理论模型。理论分析构造了一个含有五个反射面的自混合干涉模型, 模型是由三个外腔构成的多外腔自混合干涉。对模型进行了理论分析及数值仿真, 得出在弱光反馈条件下, 多外腔自混合干涉信号类似于传统的自混合干涉信号, 为一类正弦波(外部反射率较小时)或类锯齿波(外部反射率较大时)。设计了实验系统, 给出了实验结果并进行了验证。如果忽略多外腔的结构, 理论所得结果与简单的三镜腔自混合干涉结构所得结果一致。

**关键词** 仪器; 光学计量; 自混合干涉; 多外腔反馈; 光纤耦合; 半导体激光器

**中图分类号** TN 248.4 **文献标识码** A

## Theory and Experiment Study on Self-Mixing Interference with Multiple External Reflectors

HUAN Hai, WANG Ming, HAO Hui, LU Min

(School of Physical Science and Technology, Nanjing Normal University, Nanjing, Jiangsu 210097, China)

**Abstract** This paper analyzes the self-mixing interference effect in the laser diode (LD) with multiple external reflectors and presents the analysis based on the compound cavity effect in lasers. Each external cavity is considered to be an optical thin film, and the reflectance ratio can be get from the theory of the thin film optics. The general expression of the threshold gain and frequency in the compound laser cavity are deduced and some simulation analysis is made at different conditions. A self-mixing interference experiment system is build with multiple external reflectors. And some experiment results are presented. It is found from the simulation and experiment that the output of the self-mixing interference system with multiple external reflectors is sinusoidal or saw-toothed waves which is similar with the three-mirror Fabry-Perot cavity system. The simulating and experimental results demonstrate the validity of the principle. This principle can be used to analyze the fiber-coupled self-mixing system and the simulation is accordant with experimental results.

**Key words** instrument; optical metrology; self-mixing interference; multiple external reflectors; fiber-coupled; laser diode

## 1 引言

“激光自混合干涉效应”是指激光器输出的一部分光被外部反射体反射或散射后, 又反馈回激光腔中, 引起激光腔输出的变化<sup>[1,2]</sup>。它的研究起源于对激光器的外部光反馈效应的认识。1963年, King

等<sup>[3]</sup>就在其实验中发现一个可动外部反射镜引起激光强度波动, 类似于传统的双光束干涉现象, 这一现象奠定了自混合干涉的基础。现在人们已经开始广泛地利用自混合干涉现象进行物理量的测量, 比如速度测量、距离位移的测量、振动测量等<sup>[4~9]</sup>。

近两年, 自混合干涉的新现象和新结果不断出

收稿日期: 2003-05-30; 收到修改稿日期: 2003-12-09

基金项目: 国家自然科学基金(No. 50375074)和江苏省自然科学基金(No. BK2001109)资助项目。

作者简介: 宦海(1978—), 男, 江苏南京人, 南京师范大学物理科学与技术学院物理电子学硕士研究生, 主要研究方向为半导体激光器的自混合干涉测量。E-mail: haihuan@vip.sina.com

现,利用自混合现象进行测量的新方法也不断产生,而光纤因为其所固有的优点(易耦合、可弯曲等)被广泛地应用于自混合干涉测量系统中。1992 和 1994 年 M. H. Koelink 等<sup>[10,11]</sup>在他们设计的自混合干涉多普勒测速仪中使用光纤进行耦合,用于测量血液的流速,1996 年, M. A. Hauptmann 等<sup>[12]</sup>在测量硅谐振腔传感器时也使用了光纤进行耦合。但到目前为止,有关光纤耦合自混合干涉系统的理论研究还不是很完善,在实际的理论模型中应该考虑光纤的两个端面对于自混合干涉的影响,基于这一目的,可以对由多个外部反射面构成的多外腔自混合干涉系统进行研究。

理论分析构造了一个含有五个反射面的自混合干涉模型,运用薄膜干涉理论推导出在弱光反馈的条件下自混合干涉的理论解,对模型进行了数值仿真,并设计了实验系统对所得的理论进行了实验验证。

## 2 理论分析

半导体激光器的自混合干涉现象的理论分析主要有两种方法<sup>[1,13~15]</sup>:一是求解 Lang 和 Kobayashi 建立的速率方程的稳态解,得出发射的频率和光强表达式。二是建立等效物理模型——F-P 腔模型进行分析。为了简便这里采用薄膜干涉理论以及 F-P 腔模型分析的方法对多外腔自混合干涉进行分析。

在薄膜干涉理论中,薄膜上下表面反射的光相互干涉形成薄膜干涉(如图 1)。假设光束从周围介质射入平板内时,上表面的反射系数(反射光与入射光振幅之比)为  $r_1$ ,透射系数(透射光与入射光振幅之比)为  $t_1$ ,从  $r_1$  面射出时透射系数为  $t'_1$ ,下表面的反射系数为  $r_2$ 。如果入射光的振幅为  $A_i$ ,可以很容易地得到从薄膜上下表面反射的光的振幅分别为  $r_1 A_i$  和  $\eta t_1 t'_1 r_2 A_i e^{-i\beta}$ ,其中  $\eta$  为考虑实际情况时,下表面反射光的耦合效率。 $\beta$  为上下两个表面反射光的位相差,在这里假设光是垂直照射在薄膜表面的。则薄膜的等效反射系数可写为

$$r' = r_1 + \eta t_1 t'_1 r_2 e^{-i\beta} \quad (1)$$

考虑  $r^2 + tt' = 1$ ,因此(1)式又可写为

$$r' = r_1 + \eta(1 - r_1^2)r_2 e^{-i\beta}$$

将这一理论进行延伸,将其应用到多外腔的自混合干涉系统中。实验装置的等效示意图如图 2 所示(以五镜腔系统为例)。

激光腔的两个端面的反射系数分别为  $r_1$  和  $r_2$ ,

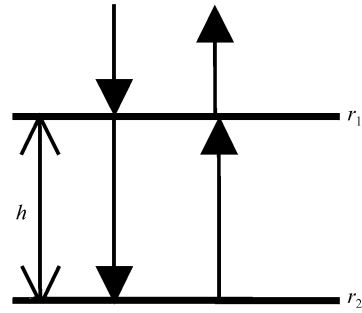


图 1 薄膜干涉模型

Fig. 1 Model of the thin film interference

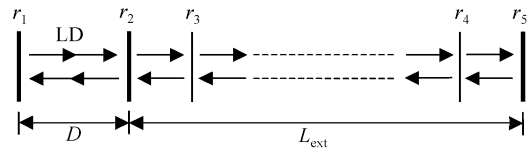


图 2 多外腔自混合干涉系统

Fig. 2 Self-mixing interference system with multiple external reflectors

分别置于  $z = 0$  和  $z = D$  处,其余反射面分别放置于  $z = D + L_1, D + L_2, \dots, D + L_{n-1}$  处(反射系数分别为  $r_3, r_4, \dots, r_{n-1}$ ),其中  $D$  为激光器的腔长。移动目标放置于  $z = D + L_n$  处,其反射系数为  $r_n$ 。可以将相邻的两个反射面( $r_{i-1}$  和  $r_i, i = 3, \dots, n - 1$ ) 看作一个薄膜系统。根据上述理论,从最后两个表面开始,采用迭代的方法,可以求出整个外腔的等效反射系数。由(1)式可以得到

$$r'_{n-1} = r_{n-1} + \eta_{n-1}(1 - r_{n-1}^2)r_n e^{-i\alpha_{n-1}} \quad (2)$$

这样就可以将  $z = D$  处的反射系数为  $r_2$  的平面用一个等效反射系数为  $r'_2$  的反射面代替。其中  $r'_2$  的大小可以表示为

$$\begin{aligned} r'_2 = & r_2 + \eta_2(1 - r_2^2)r'_3 e^{-i\alpha_2} = \\ & r_2 + f_3(1 - r_2^2)r_3 e^{-i\varphi_3} + \\ & f_4(1 - r_2^2)(1 - r_3^2)r_4 e^{-i\varphi_4} + \\ & \dots + f_n(1 - r_2^2)(1 - r_3^2)\dots(1 - r_{n-1}^2)r_n e^{-i\varphi_n} \end{aligned} \quad (3)$$

式中  $f_3 = \eta_2, f_4 = \eta_2 \eta_3, \dots, f_n = \prod_{i=2}^{n-1} \eta_i$

$$\varphi_3 = \alpha_2, \varphi_4 = \alpha_2 + \alpha_3, \dots, \varphi_n = \sum_{i=2}^{n-1} \alpha_i$$

在上述推导中忽略了在各个反射面中的多重反馈。式(3)是一个通项式,如果激光器外部只有一个反射面(三镜腔结构),则其等效的反射率  $r'_2$  可以写为

$$\begin{aligned} r'_2 = & r_2 + f_3(1 - r_2^2)r_3 e^{-i\varphi_3} = \\ & r_2 [1 + \kappa_1 \exp(-i\varphi_3)] \end{aligned} \quad (4)$$

这一结果与已有的研究结果是一致的<sup>[4,14]</sup>。对于如图 2 所示的五镜腔自混合干涉系统,其等效反射系数  $r'_2$  可以写为

$$\begin{aligned} r'_2 = & r_2 + f_3(1-r_2^2)r_3e^{-i\varphi_3} + \\ & f_4(1-r_2^2)(1-r_3^2)r_4e^{-i\varphi_4} + \\ & f_5(1-r_2^2)(1-r_3^2)(1-r_4^2)r_5e^{-i\varphi_5} \end{aligned} \quad (5)$$

由于等效反射系数为一个复数,它又可以写为

$$r'_2(\nu) = |r'_2| \exp(-i\phi) \quad (6)$$

当激光器处于稳态时,激光腔内的光波必须满足稳态条件

$$r_1 r'_2 \exp(i2n_c k D) = 1 \quad (7)$$

其中  $k$  为波数,  $n_c$  为激光腔内的复折射率,可以写为  $n_c = n - ig$ 。实部表示光传播位相滞后因子,虚部表示腔损耗和受辐射增益,  $g$  为复合腔中的阈值增益。这一稳态条件又可以写为一个位相条件和一个振幅条件:位相条件要求光线往返一周的位相延迟是  $2\pi$  的整数倍,即

$$4\pi n D/c + \phi = 2\pi m \quad (8)$$

其中  $\nu$  为激光器的出射频率,  $m$  为整数。振幅条件要求激光的总增益至少应该等于总损耗,即

$$r_1 |r'_2| \exp(4\pi g D/c) = 1 \quad (9)$$

令

$$\begin{aligned} \kappa_1 = & f_3(1-r_2^2)r_3/r_2 \\ \kappa_2 = & f_4(1-r_2^2)(1-r_3^2)r_4/r_2 \\ \kappa_3 = & f_5(1-r_2^2)(1-r_3^2)(1-r_4^2)r_5/r_2 \end{aligned} \quad (10)$$

将(7)式写为

$$\begin{aligned} r'_2 = & r_2[1 + \kappa_1 e^{-i\varphi_3} + \kappa_2 e^{-i\varphi_4} + \kappa_3 e^{-i\varphi_5}] = \\ & r_2[1 + \kappa_1 \exp(-i2\pi\nu\tau_1) + \kappa_2 \exp(-i2\pi\nu\tau_2) + \\ & \kappa_3 \exp(-i2\pi\nu\tau_3)] \end{aligned} \quad (11)$$

以下的讨论都基于参数  $\kappa$  是远远小于 1 的(因为在弱反馈条件下必然有  $\kappa$  小于 1)。因此可以得到  $\text{Re}[r'_2] \gg \text{Im}[r'_2]$ , 所以有

$$|r'_2| \approx \text{Re}[r'_2] = r_2[1 + \kappa_1 \cos(2\pi\nu\tau_1) + \kappa_2 \cos(2\pi\nu\tau_2) + \kappa_3 \cos(2\pi\nu\tau_3)] \quad (12)$$

$$\phi \approx \tan\phi = \frac{\text{Im}[r'_2]}{\text{Re}[r'_2]} \approx$$

$$\frac{\kappa_1 \sin(2\pi\nu\tau_1) + \kappa_2 \sin(2\pi\nu\tau_2) + \kappa_3 \sin(2\pi\nu\tau_3)}{\text{Re}[r'_2]} \quad (13)$$

在没有外部光反馈时,激光器也必须满足振幅及位相条件,即

$$\begin{aligned} 4\pi n_0 \nu_0 D/c = & 2\pi m \\ r_1 r_2 \exp(4\pi\nu_0 g_0 D/c) = & 1 \end{aligned} \quad (14)$$

其中  $g_0$  为没有外部反馈时激光腔的阈值增益,  $\nu_0$  为初始时的频率。

解由式(8),(9),(12),(13)及(14)组成的联立方程组,就可以得到频率及阈值增益的变化量为

$$\begin{aligned} \Delta G = gk - g_0 k_0 = & -\frac{1}{2D}[\kappa_1 \cos(2\pi\nu\tau_1) + \\ & \kappa_2 \cos(2\pi\nu\tau_2) + \kappa_3 \cos(2\pi\nu\tau_3)] \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \Delta\nu = \nu - \nu_0 = & \frac{\sqrt{1+\alpha^2}}{2\pi\tau_D}[\kappa_1 \sin(2\pi\nu\tau_1 + \arctan\alpha) + \\ & \kappa_2 \sin(2\pi\nu\tau_2 + \arctan\alpha) + \\ & \kappa_3 \sin(2\pi\nu\tau_3 + \arctan\alpha)] \end{aligned} \quad (16)$$

其中  $\tau_D = 2n_c D/c$  为激光在内腔的往返时间。 $\alpha$  为线性展宽因子。式(16)又可写为

$$\begin{aligned} \Delta\omega = \omega - \omega_0 = & \frac{\sqrt{1+\alpha^2}}{\tau_D}[\kappa_1 \sin(2\pi\nu\tau_1 + \arctan\alpha) + \\ & \kappa_2 \sin(2\pi\nu\tau_2 + \arctan\alpha) + \\ & \kappa_3 \sin(2\pi\nu\tau_3 + \arctan\alpha)] \end{aligned} \quad (17)$$

输出光的功率变化则可写为

$$\begin{aligned} \Delta P = gk - g_0 k_0 = & -\frac{1}{2D}[\kappa_1 \cos(2\pi\nu\tau_1) + \\ & \kappa_2 \cos(2\pi\nu\tau_2) + \kappa_3 \cos(2\pi\nu\tau_3)] \end{aligned} \quad (18)$$

### 3 数值仿真

由式(17),如果定义  $x = \Delta\omega = \omega - \omega_0$ , 则可得等式

$$\begin{aligned} f(x) = & x - \frac{\sqrt{1+\alpha^2}}{\tau_D} \{ \kappa_1 \sin[(x + \omega_0)\tau_1 + \arctan\alpha] + \\ & \kappa_2 \sin[(x + \omega_0)\tau_2 + \arctan\alpha] + \\ & \kappa_3 \sin[(x + \omega_0)\tau_3 + \arctan\alpha] \} \end{aligned} \quad (19)$$

求解这一方程,就可以得到频率及  $\Delta P$  的数值解(如图 3)。图中三条曲线分别对应于移动目标的反射率( $r_5$ )为 0.1, 0.3, 0.5 时的情况。

如果用余弦信号驱动移动目标靶,可以得到功率  $P$  的变化量  $\Delta P$  如图 4 所示。

从图中可以看出,多腔自混合干涉系统的输出为类似正弦波或类锯齿波。当运动反射面的反射率  $r_5$  很小时,输出类似一个正弦波;当  $r_5$  较大时输出为一类锯齿波,并且依然可以从类锯齿波信号的倾斜方向来判断物体的运动方向。

### 4 实验观察

图 5 所示为多外腔自混合干涉实验系统。系统由激光二极管(LD)(EON ELD65MDT, 波长为 650 nm,  $I_{th} = 45\text{mA}$ ), 自聚焦透镜(lens), 两个固定的

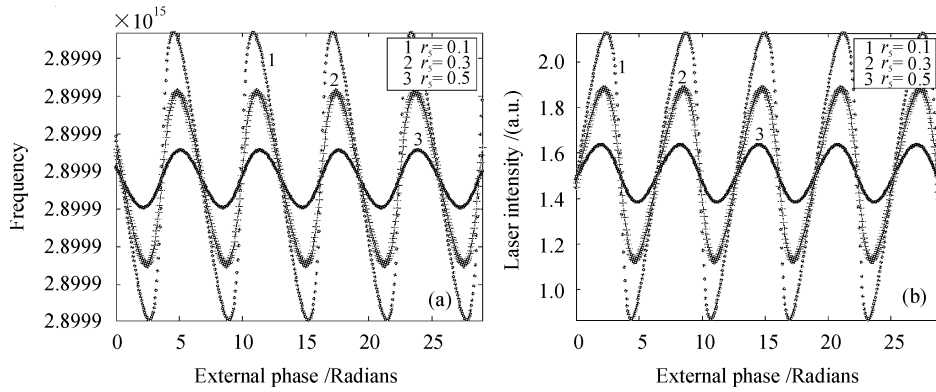


图 3 频率(a)与输出功率变化(b)的数值解

Fig. 3 Numerical solution of the frequency (a) and  $\Delta P$  (b)

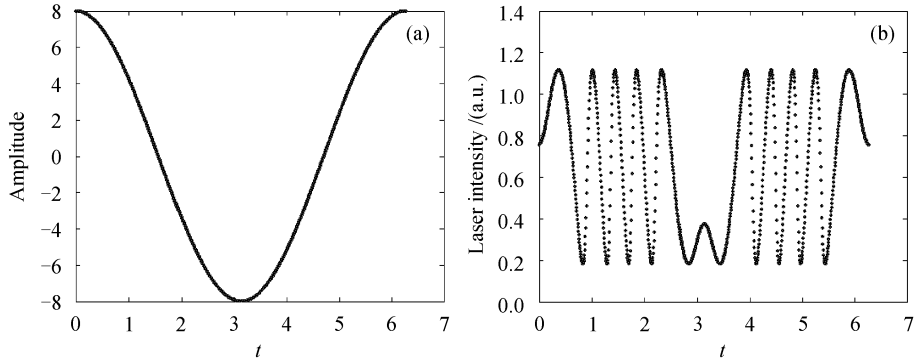


图 4 驱动信号为余弦信号(a)时光电二极管上的输出信号(b)

Fig. 4 Drive signal of the moving target (a) and the output signal of the PD (b)

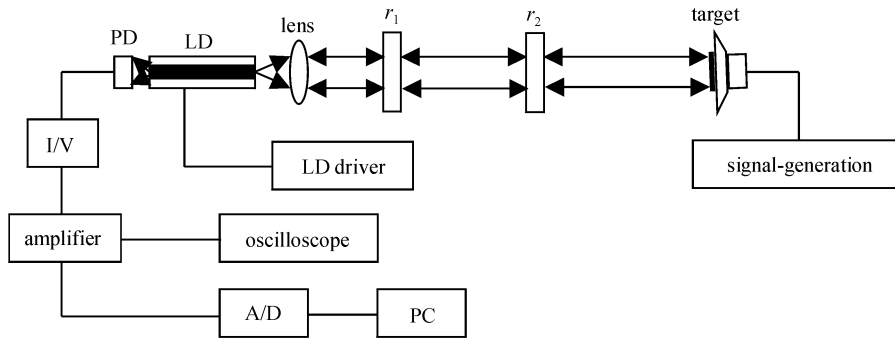


图 5 测量系统示意图

Fig. 5 Schematic configuration of the measurement system

外部反射面(反射率均为 0.04, 距离激光二极管分别为 160 mm 和 290 mm), 被测物扬声器(Target, 调节扬声器反射率约为 0.5)组成。激光器的前腔面、两个固定外部反射面及扬声器反射面构成多外腔的自混合干涉结构。

激光二极管反射光束经自聚焦透镜准直后, 经过两个固定的反射面, 照射在扬声器的表面, 被反射后, 一部分被扬声器反射的光以及两个固定反射面反射的一部分光又反馈回激光器内腔。扬声器的振

动(用 insTEK GFG8216A 型信号发生器进行驱动)引起外腔相位的波动, 从而使激光器输出光的强度发生波动, 波动的光强携带着扬声器的振动信息。封装在激光二极管后面的光电二极管(PD)可以监视激光二极管的输出, 所得到的光电流经过电流/电压转换电路、放大滤波电路后, 由数据采集卡(National Instrument 6024E)采集后输入电脑, 并由 LABVIEW(National Instrument)图形化编程语言进行处理。所得信号如图 6 所示。

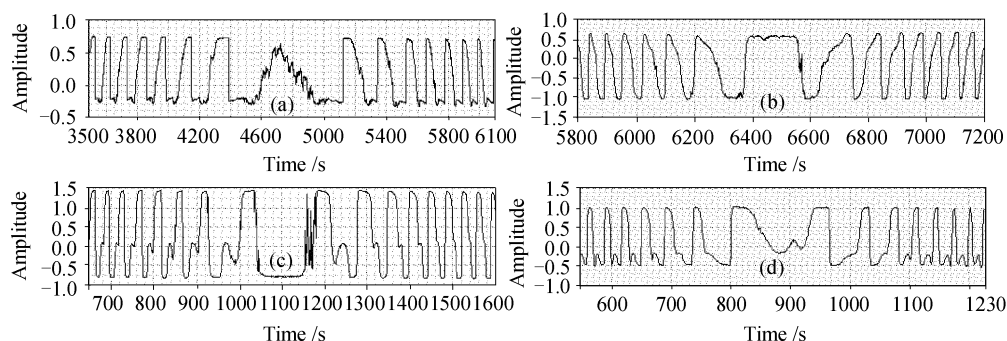


图 6 不同频率驱动信号下光电二极管输出的实验结果

Fig. 6 Measured signal of the PD at different drive frequency to the target

(a) 2 Hz; (b) 4 Hz; (c) 6 Hz; (d) 8 Hz

图 6 所示为扬声器在不同振荡频率振动时,在光电二极管上所观察到的信号。采集信号时设置数据采集卡的采样频率为 20 kHz,即每秒采集 20000 个点。从图中可以看出,多外腔自混合干涉信号为一类锯齿波信号,这与数值仿真的结果是吻合的,并且从图中可以看出,随着扬声器振荡频率的提高,自混合干涉信号的频率也提高(相同信号个数所需采样点数减少)。

## 5 结 论

对多外腔自混合干涉模型进行了分析,从理论上证实了在弱光反馈的条件下,多外腔自混合干涉系统的输出为一正弦波( $r_5$  较小)或类锯齿波( $r_5$  较大),对理论所得结果进行了数值仿真分析;并且设计了实验系统验证了该结论。如果忽略多外腔的结构,理论所得结果与简单的三镜腔自混合干涉结构所得结果一致。

## 参 考 文 献

- 1 R. Lang, K. Kobayashi. External optical feedback effects on semiconductor injection laser properties [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1980, **QE-16**(3):347~355
- 2 W. M. Wang, K. T. V. Grattan, A. W. Palmer *et al.*. Self-mixing interference inside a single-mode diode laser for optical sensing applications [J]. *J. Lightwave Technol.*, 1994, **12**(9):1577~1587
- 3 P. G. R. King, G. J. Steward. Metrology with an optical master [J]. *Rev. Sci.*, 1963, **17**:180~182
- 4 T. Bosch, N. Servagent, S. Donati. Optical feedback interferometry for sensing application [J]. *Opt. Eng.*, 2001, **40**(1):20~27
- 5 Yu Yanguang, Yao Jianquan, Ye Huiying. A self-mixing interference structure with pre-feedback used for measuring displacement [J]. *Acta Optica Sinica*, 2002, **22**(3):308~312  
禹延光,姚建铨,叶会英. 含预反馈的激光自混合干涉型位移测量结构[J]. *光学学报*, 2002, **22**(3):308~312
- 6 Wang Ming, Nie Shouping, Li Dacheng. Self-mixing interferometry of dual external cavities and its signal analysis [J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(6):729~733  
王 鸣,聂守平,李达成. 双重外腔的自混合干涉及其信号分析[J]. *光学学报*, 2003, **23**(6):729~733
- 7 Yu Yanguang, Ye Huiying, Yao Jianquan. Steady solution to a self-mixing interference system for measuring displacement [J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(1):80~84  
禹延光,叶会英,姚建铨. 激光自混合干涉位移测量系统的稳态解[J]. *光学学报*, 2003, **23**(1):80~84
- 8 Ma Junshan, Wang Xiangzhao, Fang Zujie *et al.*. Experimental study on self-mixing interferometer in laser diode [J]. *Chinese J. Lasers*, 2001, **A28**(1):29~31  
马军山,王向朝,方祖捷 等. 激光自混合干涉仪的实验研究[J]. *中国激光*, 2001, **A28**(1):29~31
- 9 Sun Xiaoming, Ma Junshan, Qiang Xifu. Theoretical analysis of the self-mixing interference in laser diode [J]. *Chinese J. Lasers*, 1998, **A25**(11):1018~1022  
孙晓明,马军山,强锡富. 半导体激光自混合干涉理论研究[J]. *中国激光*, 1998, **A25**(11):1018~1022
- 10 M. H. Koelink, M. Slot, F. F. M. de Mul *et al.*. Laser Doppler velocimeter based on the self-mixing effect in a fiber-coupled semiconductor laser; theory [J]. *Appl. Opt.*, 1992, **31**(18):3401~3408
- 11 M. H. Koelink, F. F. M. de Mul, A. L. Weijers *et al.*. Fiber-coupled self-mixing diode-laser Doppler velocimeter; technical aspects and flow velocity profile disturbances in water and blood flows [J]. *Appl. Opt.*, 1994, **33**(24):5628~5641
- 12 M. A. Hauptmann, K. T. V. Grattan, A. W. Palmer *et al.*. Silicon resonator sensor systems using self-mixing interferometry [J]. *Sensors and Actuators A*, 1996, **55**:71~77
- 13 W. M. Wang, W. J. O. Boyle, K. T. V. Grattan *et al.*. Self-mixing interference in a diode laser; experimental observation and theoretical analysis [J]. *Appl. Opt.*, 1993, **32**(9):1551~1558
- 14 S. Donati, G. Giuliant, S. Merlo. Laser diode feedback interferometer for measurement of displacements without ambiguity [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1995, **31**(1):113~119
- 15 Yu Yanguang, Cheng Ming, Qiang Xifu. Self-mixing interference effects in a laser diode with multiple optical feedback [J]. *Acta Optica Sinica*, 2001, **21**(9):1093~1098  
禹延光,程 明,强锡富. 多重光反馈的激光自混合干涉[J]. *光学学报*, 2001, **21**(9):1093~1098