

文章编号: 0258-7025(2004)11-1337-06

微结构光纤的有限元分析计算法

胡明列, 王清月, 栗岩锋

(天津大学精密仪器与光电子工程学院超快激光研究室 光电信息技术科学教育部重点实验室, 天津 300072)

摘要 利用有限元法对零色散点在 780 nm 的均匀微结构光纤进行经过简化的矢量波动方程模拟计算, 获得了所需要的模场分布、有效折射率、色散、有效模面积等参数, 并与实验数据相参照验证了这种方法的准确性和精度。进而将这种计算方法用于非均匀微结构光纤的模拟计算, 不仅获得了很好的结果, 与其他方法相比还具有更快的计算速度, 计算所得到的结果对将来设计和控制微结构光纤很有帮助, 并且这种方法在设计不规则的微结构光纤方面具有很好的优势。

关键词 光电子学; 光子晶体光纤; 微结构光纤; 有限元法

中图分类号 TN 253 **文献标识码** A

Analysis of the Microstructure Fiber by the Finite Element Method

HU Ming-lie, WANG Qing-yue, LI Yan-feng

(Ultrafast Laser Laboratory, College of Precision Instruments and Optoelectronics Engineering, Key Laboratory of Optoelectronic Information and Technical Science, Ministry of Education, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract The guiding problem in microstructure fiber with 780 nm zero dispersion wavelength is accurately analyzed through a reduced vector wave equation, using a novel finite element method (FEM). The two-dimensional transverse intensity distribution of the fundamental mode, the effective refractive index, dispersion curves of guided modes for different fiber structural parameters are calculated. The results match those achieved in recent experiments in which the feasibility of this type of fiber was shown. Furthermore, this method is used for simulating the random distributed microstructure fiber, and a reasonable result is gotten rapidly and accurately.

Key words optoelectronics; photonic crystal fiber; microstructure fiber; finite element method

1 引 言

近年来,微结构光纤^[1]的制造技术、理论研究方法以及在不同科学领域的广泛应用都取得了很大的进步,国内也在这方面开始了一系列的研究工作。微结构光纤特殊的结构决定了其特殊的性质,例如无截止波长单模^[2,3]、零色散的可移动至可见光波段^[4,5]、光子禁带效应^[6,7]、极强的非线性效应^[8,9]。微结构光纤包层中的周期性排列的空气孔结构,被称之为二维光子晶体结构。同时光场在光纤包层中的分布都与传统光纤不同,不但大大扩展了微结构

光纤单模传输的光谱范围,而且在这个单模传输范围内光辐射的能量损耗得到了明显的减小^[7]。由于光纤的结构和包层的有效折射率受到空气孔的影响,使得波导色散能很好地补偿材料色散,在可见光区表现出反常色散特性,使微结构光纤可以应用到光通信的许多领域,例如超短光脉冲的产生以及光子传输^[10,11]。特别需要指出的是,在微结构光纤中,光场被空气孔高度局域在纤芯周围的一小块区域内,在低能量飞秒脉冲激光作用下也具有很强的非线性效应,从而产生宽带超连续光谱和进行各种频率变换^[12,13]。

收稿日期:2003-08-29; 收到修改稿日期:2003-12-08

基金项目:国家 973 计划(编号:G1999075201,2003CB314904)、国家自然科学基金(编号:60278003)和国家 863 计划(编号:2003AA311010)资助项目。

作者简介:胡明列(1978—),男,四川广汉人,天津大学精密仪器与光电子工程学院博士研究生,主要从事超快激光技术及其应用研究。E-mail:huminglie@yahoo.com

早期的微结构光纤的矢量计算模式基于模式展开的方法^[14~16],最近多使用有限时域差分法(FDTD)^[17]和有限元法(FEM)^[18,19]。利用有限元方法分析的优势在于能够对具有任意形状、大小以及分布的空气孔的微结构光纤进行求解。而最近发展起来的利用曲线边界/节点有限元的全矢量有限元法^[19]则更能避免伪解,能够很精确地分析微结构光纤的多种性质。本文利用简化的矢量有限元法对多种微结构光纤的特性进行分析和计算。

2 有限元法

20 世纪 60 年代以来,有限元法在一切连续场领域得到越来越广泛的应用。而对连续场的数值分析的任务就是将其从无限维空间转化到有限维空间,把连续转变为离散型结构。有限元方法正是利

用场函数分片多项式逼近模式来实现离散化过程的,可以这样说,有限元解实际上是微分方程弱形式的解(弱解或广义解)在有限维空间的投影。

对于如波动方程一类的偏微分方程,有限元法将其表征的连续函数所在的封闭场划分成有限个小区域,每个小区域用一个待定的近似函数来代替,于是整个场域的函数被离散化,由此获得一组近似的代数方程,并联立求解,以获得该场域中函数的近似数值。通常对于二维问题,这些小区域为三角形,这是由于三角形具有较大的自由度进行拼接,所以场域的划分比较方便,特别是对不规则的边界形状处理也很方便。利用这种方法对微结构光纤进行剖分数值计算能够迅速准确地获得其二维模场分布和传播常数,而且在处理非均匀微结构光纤方面很有优势。图 1 给出利用三角形划分均匀微结构光纤的过程。

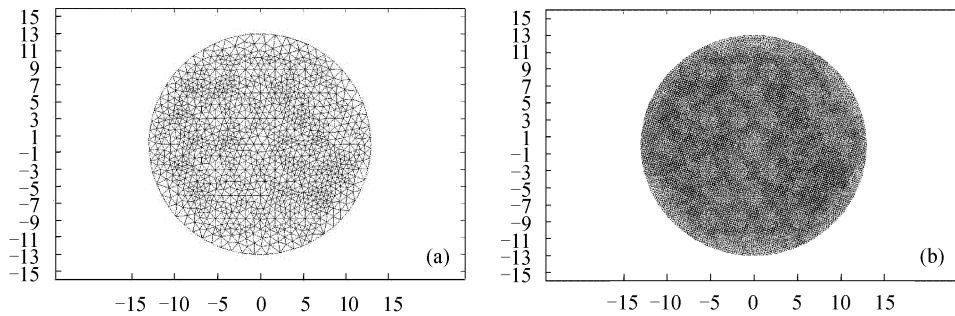


图 1 有限元法计算中的三角形网格划分的细化过程

(a) 初始化网格;(b) 网格增加 30%

Fig. 1 Refining process of element division in the microstructure fiber using FEM

(a) initial net; (b) net number increased by 30%

3 有限元的边界及解的精度

利用有限元法对均匀的和非均匀的微结构光纤进行了近似模拟计算,并通过对比试验所测和计算所得,验证了计算的精确度。由于微结构光纤横截面上不同部分的折射率不同,并且在界面上发生突变,因此矢量波动方程

$$(\nabla^2 + k_0^2 n^2 - \beta^2) \vec{E} = -(\nabla - j\beta z) (\vec{E} \nabla \ln n^2) \quad (1)$$

可以写成对折射率不同的空气或者介质部分的齐次方程

$$(\nabla_i^2 + k_0^2 n_i^2 - \beta^2) E = 0 \quad (2)$$

式中下标 i 为区域编号,其中 $k_0 = 2\pi/\lambda$ 为真空中的波数, $n(x, y)$ 为二维横界面上的折射率分布, β 为传播常数。在这一过程中,折射率的突变并不直接在

波动方程中反映出来,从而给方程求解带来很大的方便。在光纤的外径以外,场分布在无穷远处趋于零,即场分布函数值及其一阶导数值为零。所以将计算窗口取得足够大时,可用最为简单的狄利克(Dirachlet)边界条件和纽曼(Neumann)边界条件,结果证明这种设定是满足计算精度的。

这里使用了 GALERKIN 方法对方程(2)进行离散化。首先引入加权函数 ψ ,并同时对方程(2)两端积分,可以得到

$$\iint \psi \times 0 dx dy = 0$$

$$\iint \psi (\nabla + k_0^2 n^2 - \beta^2) \epsilon dx dy = 0, (x, y) \in \Omega$$

(3)

分别对 x 和 y 求偏微分,可得

$$\left(\int \psi \frac{\partial \epsilon}{\partial x} dy + \int \psi \frac{\partial \epsilon}{\partial y} dx \right) - \iint \psi \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right) dx dy + \iint \psi (k_0^2 n^2 - \beta^2) \epsilon dx dy = 0$$

对于每个划分小格, 上式可以写成

$$\left(\int_e \psi_e \frac{\partial \epsilon_e}{\partial x} dy + \int_e \psi_e \frac{\partial \epsilon_e}{\partial y} dx \right) - \iint_e \psi_e \left(\frac{\partial \psi_e}{\partial x} \frac{\partial \epsilon_e}{\partial x} + \frac{\partial \psi_e}{\partial y} \frac{\partial \epsilon_e}{\partial y} \right) dx dy + \iint_e \psi_e (k_0^2 n^2 - \beta^2) \epsilon_e dx dy = 0 \quad (4)$$

这里利用插值函数进行展开 $\epsilon_e = \sum_i^{M_e} \epsilon_{ei} N_i = [N_e]^T \{\epsilon_e\}$, $\psi_e = \sum_i^{M_e} \psi_{ei} N_i = [N_e]^T \{\psi_e\}$, 其中 M_e 为元素 e 的节点数, 在有限元方法中, 基函数 N_i 被称作插值函数, $[N_e] = [N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4 \ \dots \ N_{M_e}]^T$, $[\epsilon_e] = [\epsilon_1 \ \epsilon_2 \ \epsilon_3 \ \epsilon_4 \ \dots \ \epsilon_{M_e}]^T$, 同(4)式联立可得

$$\{\epsilon_e\}^T \iint \left\{ - \frac{\partial [N_e]}{\partial x} \frac{\partial [N_e]^T}{\partial x} - \frac{\partial [N_e]}{\partial y} \frac{\partial [N_e]^T}{\partial y} + (k_0^2 n^2 - \beta^2) [N_e] [N_e]^T \right\} dx dy \{\epsilon_e\} + \left(\int_{\Gamma_e} \epsilon_e \frac{\partial \epsilon_e}{\partial n} d\Gamma \right) = 0 \quad (5)$$

这里 $\left[\int_{\Gamma_e} d\Gamma \right]$ 为元素 e 的边界线积分, $\frac{\partial}{\partial n}$ 为归一化矢量 n 的微分. 设矩阵 $[A_e] = \iint_e \left(\frac{\partial [N_e]}{\partial x} \frac{\partial [N_e]^T}{\partial x} + \frac{\partial [N_e]}{\partial y} \frac{\partial [N_e]^T}{\partial y} \right) dx dy$, $[B_e] = \iint_e [N_e] [N_e]^T dx dy$, 常数 $\lambda^2 = (k_0^2 n^2 - \beta^2)$, 因而(5)式可以写成

$$\{\epsilon_e\}^T (-[A_e] + \lambda^2 [B_e]) \{\epsilon_e\} + \left(\int_{\Gamma_e} \epsilon_e \frac{\partial \epsilon_e}{\partial n} d\Gamma \right) = 0$$

在整个求解区域有

$$\sum_e \{\epsilon_e\}^T (-[A_e] + \lambda^2 [B_e]) \{\epsilon_e\} + \sum_e \left(\int_{\Gamma_e} \epsilon_e \frac{\partial \epsilon_e}{\partial n} d\Gamma \right) = 0 \quad (6)$$

设 $\{\epsilon\} = \sum_e \{\epsilon_e\}$, $\{A\} = \sum_e [A_e]$, $\{B\} = \sum_e [B_e]$, 且在 Dirichlet 边界条件或 Neumann 边界条件下, (6)式的第二项值为零, 最终得到本征值矩阵方程为

$$([A] - \lambda^2 [B]) \{\epsilon\} = 0 \quad (7)$$

调用 Matlab 工具箱 PDETOOL 中的 adaptmesh 函数对上面方程生成自适应网格并求解, 此函数先初始生成第一次网格, 然后求解估计误差, 根据误差对

第一次三角形进行选择加密, 以获得第二次的三角形个数. 如此循环以达到满足精度而停止. 典型情况下, 在对图 1 的模型(直径为 20 μm 的圆形区间)计算时, 初始生成 2795 个三角形, 1429 个节点, 以 30% 的速率递增. 最终求解使用了 11180 个三角形网格划分, 获得的解具有较好的精度(10^{-5}).

对于纤芯半径为 ρ , 纤芯和包层折射率分别为 n_{co} 和 n_{cl} 的传统阶跃型光纤, 也可以通过上面的方法来得到特定光波导对不同波长的模折射率分布以及模场强度分布. 众所周知, 当模折射率 n 满足

$$n_{\text{co}} > n = \frac{\beta}{k_0} > n_{\text{cl}} \quad (8)$$

时, 相对应的模式才可能被激发. 但是对于微结构光纤来说, 并不存在包层折射率 n_{cl} , 这就在使用有限元法求解微结构光纤的有效传播常数 β_{eff} 及有效模折射率 n_{eff} 时出现了问题, 因为有限元法存在一个缺陷, 它能够将所有满足(2)式的一系列分立数学解全部求出, 而其中有些解是没有物理意义的, 也就是说在这些解对应的模式是不可能被激发的. 这就要求找到一种办法来对解的范围进行限制. 这里引入包层有效折射率 $n_{\text{cl-eff}}$ 的概念达到了这个目的. 包层有效折射率 $n_{\text{cl-eff}}$ 指的是在如图 1 所示的没有纤芯情况下无限光子晶体包层的折射率数值, 这个值同样可以通过有限元法得到. 这样, 就有了合理解区域的判断方法

$$n_{\text{co}} > n_{\text{eff}} = \frac{\beta_{\text{eff}}}{k_0} > n_{\text{cl-eff}} \quad (9)$$

当 $n_{\text{co}}, \lambda, \Lambda, D$ 均已知时, 在如图 1 所示的微结构光纤横截面上应用有限元法可以求得有效传播常数 β_{eff} 和有效模折射率 n_{eff} 的一系列数值解; 同样地, 在无限光子晶体包层结构上应用有限元法, 可以得到包层有效折射率 $n_{\text{cl-eff}}$ (取所得分立解中的最大值). 再通过(9)式判断哪些有效传播常数 β_{eff} 对应的模式能够激发.

4 均匀微结构光纤的模拟计算

为了验证这种方法计算的准确性, 选择了从丹麦 Crystal Fiber 公司购买的 NL-2.0-770 型微结构光纤作为参考对象, 图 2 为这种光纤的电子扫描显微图(SEM)和数值模型的图及其解得的模场分布. 该光纤的主要参数是外径 $150 \pm 3 \mu\text{m}$, 芯径 $2 \pm 0.2 \mu\text{m}$, 单模截至波长在 450 nm. 在 490~1550 nm 的衰减系数小于 0.5 dB/m. 在 780 nm 处的模场直径为 $1.4 \pm 0.3 \mu\text{m}$, 数值孔径 0.41 ± 0.03 .

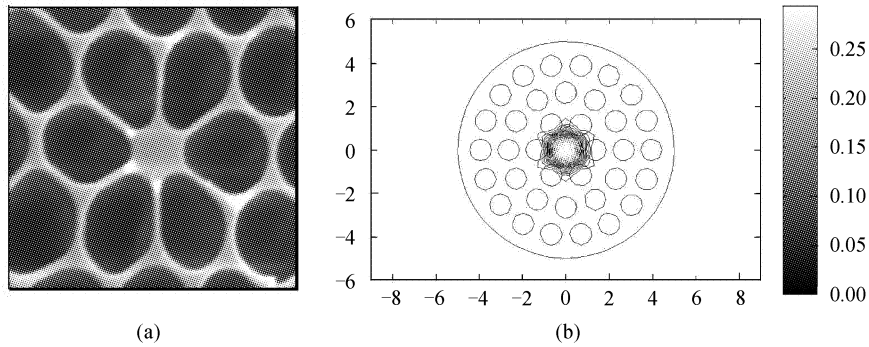


图 2 NL-2.0-770 型微结构光纤的电子扫描显微图(a)和数值模型模拟所得的模场分布(b)

Fig.2 SEM of the microstructure fiber (a) and the field distribution in numerical simulation (b)

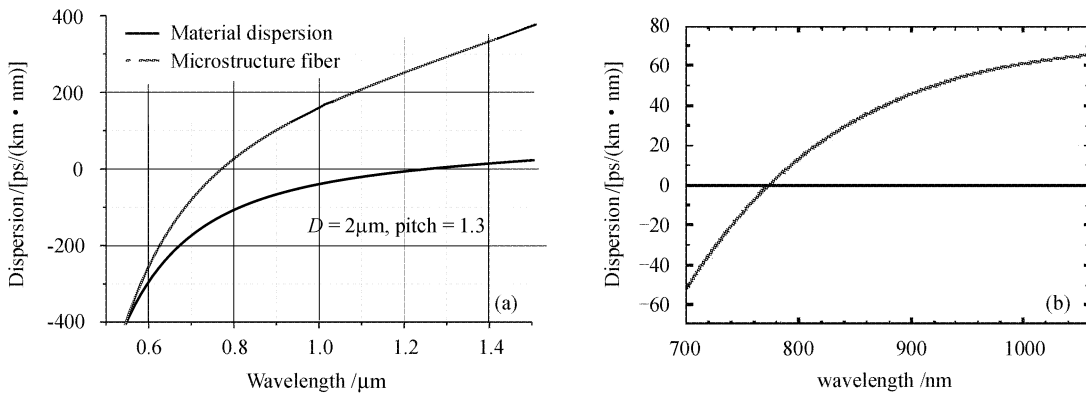


图 3 计算所得二阶色散值(a)和实验所测数据(b)

Fig.3 Dispersion comparison between calculated (a) and the experimental result(b)

计算结果如图 3(a)所示,其零色散点为 770 nm,与该产品的实验测量值图 3(b)所示的 772 nm 很相近,证明这种计算是准确的。

5 非均匀微结构光纤的模拟计算

同时利用上述方法对燕山大学拉制的非均匀微结构光纤(如图 4 所示)进行了模拟计算。其空气孔为 1~2 μm 不等,空气比约为 50%,纤芯(最大处)为 3.5 μm。为了计算方便,所有空气孔都用圆孔表示,大小和分布近似;作为对比同时还拟合了具有相同空气比的均匀微结构光纤,二者孔分布也近似,空气孔均为 1.2 μm,占空比 50%,纤芯为 3.6 μm。图 5 为计算得出的均匀微结构光纤和非均匀微结构光纤的模场分布。

计算结果说明在非均匀微结构光纤中,只要保证一定的空气比,分布在纤芯周围的空气孔所局域的有效模面积近似相等,那么非均匀的微结构光纤同周期性结构的微结构光纤就有比较相似的特性,其单模截止条件和色散分布曲线都很近似,图 6 为

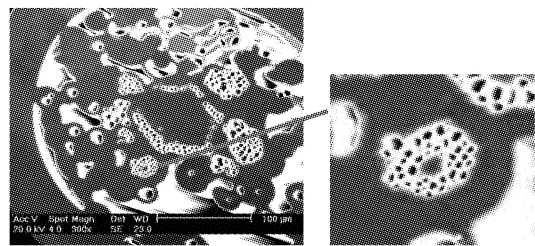


图 4 非均匀微结构光纤端面的扫描电子显微图

Fig.4 SEM of the random distributed microstructure fiber

计算得出的均匀微结构光纤和非均匀微结构光纤的基模有效折射率曲线图,在某些波段上有些小的差异,但是在整体上很近似。通过理论计算可得出这样的结论,微结构光纤中很多特性,在非均匀微结构光纤中也可以达到,如在很宽的光谱范围内保持单模,零色散点移到可见光波段,包层具有较大空气比时的增强非线性效应等,这一点也为实验所证实^[20]。

在计算中也发现在相同空气比成分下,如果空气孔分布不同,其所局域的有效基模面积就不一样,

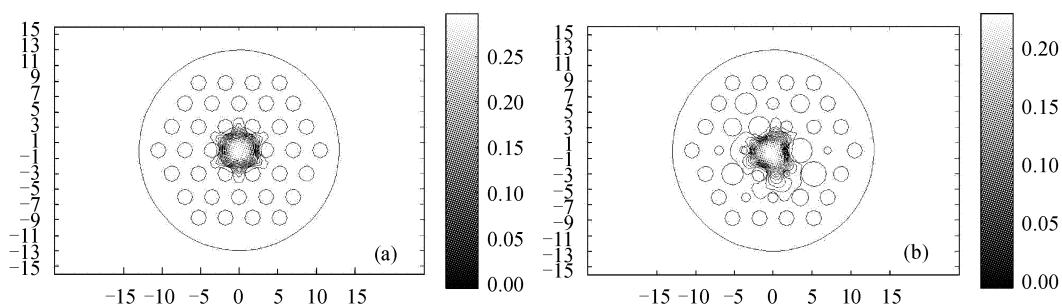


图 5 具有相近占空比的均匀微结构光纤(a)和非均匀微结构光纤(b)的模场分布

Fig. 5 Field distribution comparison between the periodical (a) and the random distribution microstructure fiber (b) with similar air fraction

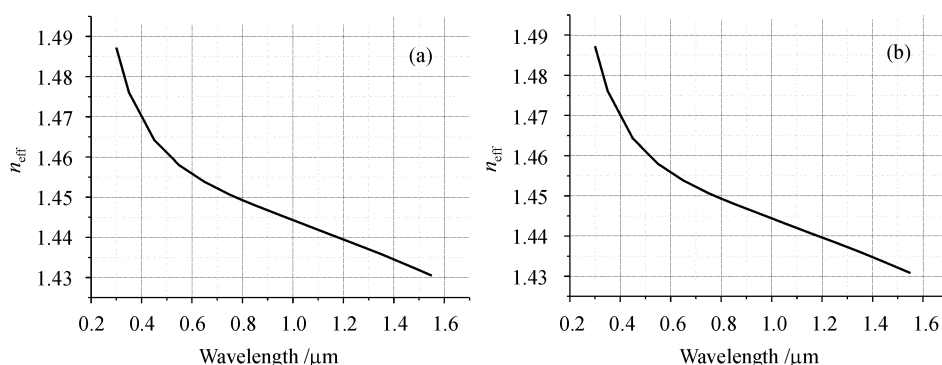


图 6 具有相近占空比的均匀微结构光纤(a)和非均匀微结构光纤(b)的有效折射率曲线

Fig. 6 Effective refractive index comparison between the periodical microstructure fiber (a) and the random distribution microstructure fiber (b) with similar air fraction

从而有效折射率的值就不同,所以空气孔对色散曲线的影响还是比较大的,尤其是对小芯径大空气孔的微结构光纤影响较大。这一点同文献[21]的结果是一致的。

6 结 论

利用有限元法对微结构光纤进行了模拟,取得了较为精确的解,并利用这种方法对自行拉制的非均匀微结构光纤进行分析,获得了较好的结果,为实验研究做好了理论上的准备。矢量有限元法是分析二维微结构光纤中光场分布的简单而又行之有效的办法。

参 考 文 献

- J. C. Knight, T. A. Birks, P. St. J. Russell *et al.*. All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding [J]. *Opt. Lett.*, 1996, **21**(19):1547~1549
- T. A. Birks, J. C. Knight, P. St. J. Russell. Endlessly single-mode photonic crystal fiber [J]. *Opt. Lett.*, 1997, **22**(13):961~963
- Ni Yi, Peng Jiangde, Ke Yajie *et al.*. Single-mode photonic crystal fiber with a large core [J]. *Chinese J. Lasers*, 2003, **30**(10):901~903
- 倪屹,彭江得,柯亚杰等. 大芯区的单模光子晶体光纤[J]. *中国激光*, 2003, **30**(10):901~903
- Jinendra K. Ranka, Robert S. Windeler, Andrew J. Stentz. Visible continuum generation in air silica microstructure optical fibers with anomalous dispersion at 800 nm [J]. *Opt. Lett.*, 2000, **25**(1):25~27
- D. Mogilevtsev, T. A. Birks, P. St. J. Russell. Group-velocity dispersion in photonic crystal fibers [J]. *Opt. Lett.*, 1998, **23**(21):1662~1664
- R. F. Cregan, B. J. Mangan, J. C. Knight *et al.*. Single-mode photonic band gap guidance of light in air [J]. *Science*, 1999, **285**(5433):1537~1539
- J. C. Knight, P. St. J. Russell. New ways to guide light [J]. *Science*, 2002, **296**(5566):276~277
- Alexander L. Gaeta. Nonlinear propagation and continuum generation in microstructured optical fibers [J]. *Opt. Lett.*, 2002, **27**(11):924~926
- N. G. R. Broderick, T. M. Monro, P. J. Bennett *et al.*. Nonlinearity in holey optical fibers: measurement and future opportunities [J]. *Opt. Lett.*, 1999, **24**(20):1395~1397
- Marco Fiorentino, Jay E. Sharping, Prem Kumar *et al.*. Soliton squeezing in microstructure fiber [J]. *Opt. Lett.*, 2002, **27**(8):649~652
- X. Liu, C. Xu, W. H. Knox *et al.*. Soliton self-frequency shift in a short tapered air-silica microstructure fiber [J]. *Opt. Lett.*, 2001, **26**(6):358~360
- Stéphane Coen, Alvin Hing Lun Chau, Rainer Leonhardt *et*

- al.*. White-light supercontinuum generation with 60-ps pump pulses in a photonic crystal fiber [J]. *Opt. Lett.*, 2001, **26**(17):1356~1358
- 13 T. A. Birks, W. J. Wadsworth, P. St. J. Russell. Supercontinuum generation in tapered fibers [J]. *Opt. Lett.*, 2000, **25**(19):1415~1417
- 14 A. Ferrando, E. Silvestre, J. J. Miret *et al.*. Full-vector analysis of a realistic photonic crystal fiber [J]. *Opt. Lett.*, 1999, **24**(5):276~278
- 15 D. Mogilevtsev, T. A. Birks, P. St. J. Russell. Localized function method for modeling defect modes in 2-D photonic crystals [J]. *J. Lightwave Technol.*, 1999, **17**(11):2078~2081
- 16 M. J. Steel, T. P. White, C. Martijn de Sterke *et al.*. Symmetry and degeneracy in microstructured optical fibers [J]. *Opt. Lett.*, 2001, **26**(8):488~490
- 17 G. E. Town, J. T. Lizier. Tapered holey fibers for spot-size and numerical-aperture conversion [J]. *Opt. Lett.*, 2001, **26**(14):1042~1044
- 18 F. Brechet, J. Marcou, D. Pagnoux *et al.*. Complete analysis of the characteristics of propagation into photonic crystal fibers, by the finite element method [J]. *Optical Fiber Technology*, 2000, **6**(2):181~191
- 19 M. Koshiba. Full vector analysis of photonic crystal fibers using the finite element method [J]. *IEICE Trans. Electron.*, 2002, **E85-C**(4):881~888
- 20 Hu Minglie, Wang Qingyue, Li Yanfeng *et al.*. Supercontinuum generation and transmission in a random distorted microstructure fiber [J]. *Chinese J. Lasers*, 2004, **31**(5):567~569
胡明列,王清月,栗岩峰等.非均匀微结构光纤中超连续光的产生和传输[J].*中国激光*,2004,**31**(5):567~569
- 21 Tanya M. Monro, P. J. Bennett, N. G. R. Broderick *et al.*. Holey fibers with random cladding distributions [J]. *Opt. Lett.*, 2000, **25**(4):206~208



(上接封四)

7. 图表 图要设计美观,大小适中,尺寸一般为 8cm×10cm 以内,线条均匀,主辅线分明,粗线一般为 0.25~0.5mm,细线一般为粗线的 1/2,图中主线用粗线,如函数曲线等,辅线用细线,如坐标轴线、指示线等;照片要求对比度高,层次清晰。推荐使用三线表。**图表文字:**图题、表题须中英文对照,图面、表面一律用英文。

8. 参考文献 应引用公开出版物,并仔细核对;欢迎作者充分引用本刊上同行的文献。每条文献应作相应的文献类型标识(见方括号内)。参考文献的原文献为英文,请用英文表示,如原文献为其他语种,请译成英文,在该文献最后用括号注明,如原为日文,则用(in Japanese),如原文献为中文,则给出中文和相应的英文译文。每条文献的顺序和标点如下:

专著[M]、学位论文[D]、报告[R]——著者(三名).文献题名.版本(专著用),出版地:出版者,出版年.起止页码;

期刊[J]——作者(三名).论文题目[J].刊名,出版年,卷(期):起止页码;

专利[P]——专利申请者.专利题目[P].专利国别,专利文献种类,专利号,出版日期;

文集[C]——作者(三名).论文题目[C].编者,论文集名,出版地:出版者,年.起止页码。

详细的论文排版格式请参见近期的《中国激光》。

9. 基金资助 论文如获省、部级以上的基金资助,须在首页的脚注位置注明基金资助单位全称及批准号。

10. 版面费 遵照中国科协和中国科学院有关文件精神,向录用稿作者收取适量版面费以聊补本刊的高额亏损。

11. 版权 录用稿件一经刊出,论文版权(含各种介质)均归编辑部所有。本刊向作者酌付稿酬及赠送该期期刊 1 册,抽印本 10 份。

12. 本刊已入编《中国学术期刊(光盘版)》和万方数据库,著作权使用费在奉寄作者稿酬中一次性支付。如有不同意将文章编入上述数据库者,请事先声明,本刊将作适当处理。

特别声明:凡在国内外正式出版的刊物上登载过的稿件,本刊一律不予刊登。若发现一稿多投者,本刊三年内不接受其稿件,并追补对本刊造成的损失。

凡本刊投稿者,均视作接受上述各项规定,本刊不再另行声明。

《中国激光》编辑部

2004 年 11 月