

文章编号: 0258-7025(2004)11-1332-05

光子晶体光纤的矢量有效折射率 分析方法

栗岩锋, 王清月, 胡明列

(天津大学精密仪器与光电子工程学院超快激光研究室, 光电信息技术科学教育部重点实验室, 天津 300072)

摘要 由于具有复杂的折射率分布, 光子晶体光纤一般需要采用数值方法进行研究。有效折射率方法最早用来研究光子晶体光纤的模式特征及其色散特性, 但是一般采用标量近似的方法。建立了研究光子晶体光纤的矢量有效折射率方法, 并用于计算光子晶体光纤的色散常数。类比于阶跃型折射率光纤, 只需将电磁场所满足的相应的贝塞尔函数代入阶跃型折射率光纤所满足的矢量特征方程即可求解光子晶体光纤包层的有效折射率。采用矢量有效折射率方法的计算结果与基于有限元方法求解的数值结果和测量结果吻合得更好。

关键词 光电子学; 光子晶体光纤; 有效折射率方法; 色散

中图分类号 TN 253 **文献标识码** A

Vectorial Effective Index Method for Photonic Crystal Fibers

LI Yan-feng, WANG Qing-yue, HU Ming-lie

(Ultrafast Laser Laboratory, College of Precision Instrument and Optoelectronics Engineering, Key Laboratory of Optoelectronics Information and Technical Science, Ministry of Education, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract The complex refractive index distribution of photonic crystal fibers makes a numerical algorithm necessary. An effective index method based on weak-guidance approximation is often used to study the modal properties of such fibers including their dispersion properties. In this paper, a fully vectorial effective index method is formulated for photonic crystal fibers based on the solution of the vectorial characteristic equation and is used to compute the dispersion parameters of photonic crystal fibers. In analogy with step-index fibers, the effective index of the photonic crystal fiber cladding can be calculated simply by substituting the appropriate Bessel functions of the electromagnetic field into the vectorial characteristic equation for step-index fibers. The result obtained by the vectorial effective index method is in better agreement with those by the finite element methods and measured data.

Key words optoelectronics; photonic crystal fiber; effective index method; dispersion

1 引言

光子晶体光纤^[1](PCF)是一种由在二维方向上紧密排列(通常为周期性六角形)、波长量级的空气孔构成包层的新型光纤,因而又被称为多孔光纤(holey fiber)或微结构光纤(microstructured optical fiber)。

包层中由空气孔构成的微结构使得光子晶体光纤能够呈现出在传统光纤中难以实现的特性,包括在极宽谱带内支持单模传输^[2]、强烈的非线性效应^[3]、在可见光和近红外波段具有反常色散^[4]、极强的双折射效应^[5]等。

光子晶体光纤包层空气孔的分布特点使得如何准确而有效地计算这种光纤的模式参数成为一个复

收稿日期:2003-09-02; 收到修改稿日期:2003-10-28

基金项目:国家自然科学基金(60278003)、国家 973 计划(2003CB314904)和国家 863 计划(2003AA311010)资助项目。

作者简介:栗岩锋(1977—),男,河北人,天津大学精密仪器与光电子工程学院博士研究生,主要从事超快激光及其在信息科学中的应用的研究。E-mail:li-yanfeng@163.com

杂的问题。目前的计算方法可以大致分为解析方法和数值方法,前者主要是有效折射率方法^[2,6~8],后者有 Hermite-Gauss 函数展开法^[9~11]、有限差分法^[12]、有限元法^[13,14]等。本文建立了基于求解光子晶体光纤矢量特征方程的矢量有效折射率方法。光子晶体光纤包层有效折射率的求解可以完全类比于阶跃型折射率光纤的求解,差别仅在于贝塞尔函数的形式不同。矢量有效折射率方法的计算结果与基于有限元方法求解的数值结果吻合得很好,而标量方法则有较大的误差,证明光子晶体光纤的芯层和包层折射率之差较大,因而矢量有效折射率方法能够得到更为精确的结果。

2 矢量有效折射率方法

有效折射率方法把光子晶体光纤等效为一阶跃型折射率光纤,求出包层的有效折射率后就可以用阶跃型折射率光纤的方法加以分析。有效折射率方法能够很好地解释光子晶体光纤在极宽谱带内支持单模传输等模式特征^[2,6,7],并且能较好地研究其色散特性^[8]。然而,这些计算中均采用标量近似的方法来计算包层的有效折射率以及求解等效的阶跃型折射率光纤的特征方程,其结果是会带来较大的误差,因为包层有效折射率的求解类似于求解一个纤芯和包层分别为石英和空气的阶跃型折射率光纤,而且包层有效折射率和石英纤芯的折射率之差也较大,这使得弱导近似的条件不再满足。

采用基于求解矢量特征方程的有效折射率方法研究光子晶体光纤。首先建立将光子晶体光纤等效为一阶跃型折射率光纤后的矢量特征方程,而后类比于此特征方程可以直接得到求解包层有效折射率的矢量特征方程,可以避免繁杂的推导过程。

2.1 等效的阶跃型折射率光纤的特征方程

表征光子晶体光纤的主要特征参数是空气孔间距 Λ 和空气孔直径 $d = 2a$,其中 a 为空气孔半径,如图 1 所示。假设光子晶体光纤包层的有效折射率 n_{clad} 已经求出,其纤芯半径取为 $r = \Lambda - a$ ^[8],那么等效的阶跃型折射率光纤所满足的特征方程就可以求出^[15]。

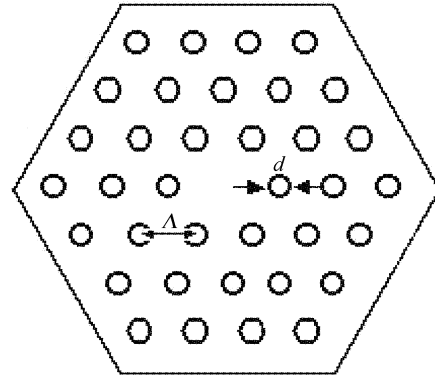


图 1 光子晶体光纤横截面结构及特征参数示意图
Fig. 1 Schematic of the cross section of a PCF and its parameters

在纵向 (z 向) 均匀分布的光纤中,柱坐标下的电场可以表示为 $\vec{E}(\vec{\rho}, t) = \vec{E}(\rho, \phi) \exp[i(\omega t - \beta z)]$,其中 ω 为角频率, β 为传播常数。磁场也有类似的表达式。那么电磁场的 z 分量满足波动方程

$$(\nabla^2 + k^2) \begin{pmatrix} E_z \\ H_z \end{pmatrix} = 0 \quad (1)$$

式中 $k^2 = \omega^2 n^2 / c^2$,其中 n 为折射率, c 为真空中的光速。 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ 为柱坐标下的拉普拉斯算符。

在光纤的芯层和包层,满足(1)式的解分别为

$$\begin{aligned} E_z(\vec{\rho}, t) &= A J_l(u \rho) \exp[i(\omega t + l \phi - \beta z)] \\ H_z(\vec{\rho}, t) &= B J_l(u \rho) \exp[i(\omega t + l \phi - \beta z)] \end{aligned} \quad \rho < r \quad (2)$$

$$\begin{aligned} E_z(\vec{\rho}, t) &= C K_l(w \rho) \exp[i(\omega t + l \phi - \beta z)] \\ H_z(\vec{\rho}, t) &= D K_l(w \rho) \exp[i(\omega t + l \phi - \beta z)] \end{aligned} \quad \rho > r \quad (3)$$

其中 J_l, K_l 分别为 l 阶的第一类贝塞尔函数和修正的第二类贝塞尔函数 $u^2 = n_{\text{core}}^2 k_0^2 - \beta^2, w^2 = \beta^2 - n_{\text{clad}}^2 k_0^2, k_0 = \omega/c, n_{\text{core}}$ 为光子晶体光纤纤芯的折射率。

利用电磁场横向分量与纵向分量的关系,可以得到电磁场横向分量的表达式,然后利用 E_ϕ, E_z, H_ϕ, H_z 在分界面 $\rho = r$ 处连续,可以得到矢量形式的特征方程

$$\left[\frac{J'_l(ur)}{ur J_l(ur)} + \frac{K'_l(wr)}{wr K_l(wr)} \right] \left[\frac{n_{\text{core}}^2 J'_l(ur)}{ur J_l(ur)} + \frac{n_{\text{clad}}^2 K'_l(wr)}{wr K_l(wr)} \right] = l^2 \left[\left(\frac{1}{ur} \right)^2 + \left(\frac{1}{wr} \right)^2 \right] \left(\frac{\beta}{k_0} \right)^2 \quad (4)$$

其中“ $'$ ”表示对括号内部的部分即 ur, wr 求导数。此式中取 $l = 1$ 可以得到光纤的基模 HE_{11} 模的传播常数。

2.2 包层有效折射率的求解

包层的有效折射率可以用数值方法求解^[16], 这里采用解析方法求解。如图 2 所示, 将分布规则的光子晶体光纤包层的六角形单元胞等效为与其面积相等的圆形单元胞^[2,7,8], 则此圆形单元胞的半径为 $R = \Delta[3^{1/2}/(2\pi)]^{1/2}$ 。由光子晶体光纤包层基模(称为 fundamental space-filling mode)的对称性得电场和磁场的分量在圆形单元胞边界上的 P 点满足^[17] $E_z(\rho = R) = H_z(\rho = R) = 0$ 。

包层基模仍满足(1)式, 因而在单元胞的空气孔内外的解分别为

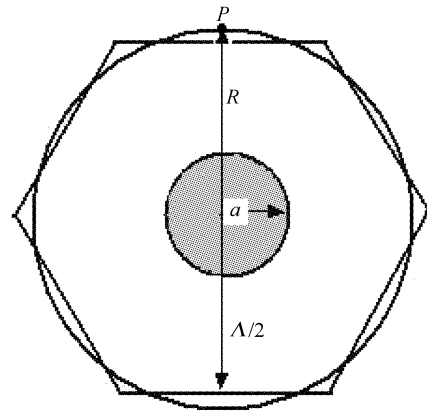


图 2 与六角形单元胞等价的圆形单元胞
Fig. 2 Equivalent circular unit cell of a hexagonal one

$$\begin{aligned} E_z(\vec{\rho}, t) &= CI_l(W\rho)\exp[i(\omega t + l\phi - \beta z)] \\ H_z(\vec{\rho}, t) &= DI_l(W\rho)\exp[i(\omega t + l\phi - \beta z)] \end{aligned} \quad \rho < a \quad (5)$$

$$\begin{aligned} E_z(\vec{\rho}, t) &= A[J_l(U\rho)Y_l(UR) - Y_l(U\rho)J_l(UR)]\exp[i(\omega t + l\phi - \beta z)] \\ H_z(\vec{\rho}, t) &= B[J_l(U\rho)Y_l(UR) - Y_l(U\rho)J_l(UR)]\exp[i(\omega t + l\phi - \beta z)] \end{aligned} \quad \rho > a \quad (6)$$

其中 Y_l, I_l 分别为 l 阶的第二类贝塞尔函数和修正的第一类贝塞尔函数, $U^2 = n_{\text{silica}}^2 k_0^2 - \beta^2, W^2 = \beta^2 - n_{\text{air}}^2 k_0^2$ 。

比较式(5), (6) 与式(2), (3) 可知包层基模的电磁场的贝塞尔函数不同, 但形式上一致, 因此将 $J_l(U\rho)Y_l(UR) - Y_l(U\rho)J_l(UR)$ 记为 P_l, P_l 就类似于(2) ~ (4) 式中的 J_l 的作用。类比于阶跃型光纤, 可以避免繁杂的推导过程, 直接得到包层基模满足的特征方程为

$$\left[\frac{P'_l(Ua)}{UaP_l(Ua)} + \frac{I'_l(Wa)}{WaI_l(Wa)} \right] \left[\frac{n_{\text{silica}}^2 P'_l(Ua)}{UaP_l(Ua)} + \frac{n_{\text{air}}^2 I'_l(Wa)}{WaI_l(Wa)} \right] = l^2 \left[\left(\frac{1}{Ua} \right)^2 + \left(\frac{1}{Wa} \right)^2 \right]^2 \left(\frac{\beta}{k_0} \right)^2 \quad (7)$$

其中 $P'_l = J'_l(Ua)Y_l(UR) - Y'_l(Ua)J_l(UR)$, 导数的意义同(4) 式。此式中取 $l = 1$ 可以得到光子晶体光纤包层的基模 EH_{11} 模^[17] 的传播常数, 从而得到包层有效折射率。

3 数值计算结果

首先, 对文献[8]中的一组参数 $\Delta = 1.8 \mu\text{m}, a = 0.4 \mu\text{m}$ 进行计算, 以比较矢量有效折射率方法和标量有效折射率方法的计算结果之间的差别。图 3 绘出了用两种有效折射率方法计算的包层基模的有效折射率和光子晶体光纤基模的模式折射率, 曲线 2, 3 分别表示用标量和矢量方法计算的基模的模式折射率, 曲线 4, 5 分别表示用标量和矢量方法计算的包层基模的有效折射率。其中, 材料折射率(曲线 1)^[18] 已经在计算中加以考虑。

从图 3 可见, 即使对于中等大小的空气孔, 矢量有效折射率方法和标量有效折射率方法的计算结果仍有一定的差别, 在长波长处差别更为显著, 这与文献[16]及采用其他数值方法的结论一致。由于计算包层基模有效折射率的方程(7)中的空气折射率为

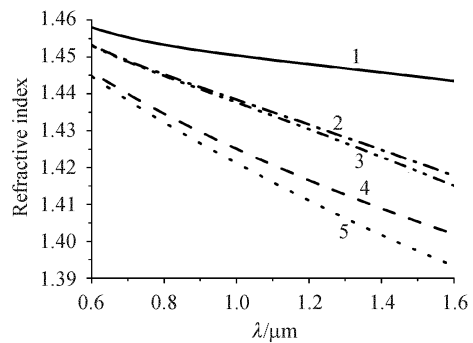


图 3 用两种有效折射率方法计算的折射率的比较
Fig. 3 Comparison of refractive indices calculated by the two effective index methods

1, 与材料折射率之差极大, 因而两种方法计算的折射率之差(曲线 4, 5)要比计算(4)式中光子晶体光纤基模的情况(曲线 2, 3)更为显著。

由于两种计算方法得到的光子晶体光纤基模的模式折射率有一定的差别, 其色散之差会更为明显, 因为色散参数^[18] $D = -\frac{\lambda}{c} \frac{\partial^2 n_{\text{eff}}}{\partial \lambda^2}$ 与模式折射率的二阶导数有关。图 4 给出了 $\Delta = 1.8 \mu\text{m}, a = 0.4 \mu\text{m}$

时两种计算方法得到的色散,其中实线和虚线分别为用矢量和标量有效折射率方法得到的计算结果。由于两种方法得到的模式折射率在长波长处差别较大,因而色散在长波长处也有较大差别,而且用矢量方法得到的包层基模等效折射率较小,因而波导色散增大,使得零色散点向更短波长方向移动。这可解释为什么用标量方法计算较大的空气孔时得到的零色散点与测量结果误差较大^[8]。

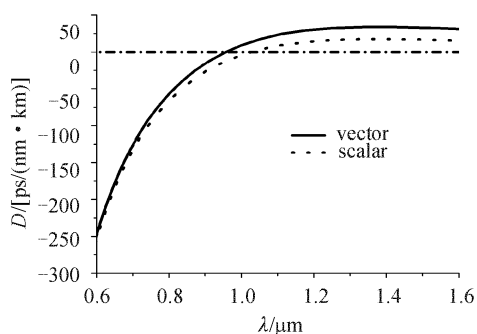


图4 用两种有效折射率方法计算的色散的比较
Fig. 4 Comparison of dispersion calculated by the two effective index methods

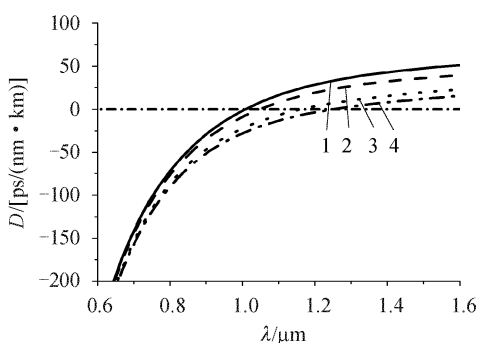


图5 用两种有效折射率方法计算的不同空气孔大小时的色散
Fig. 5 Dispersion calculated by the two effective index methods for two air hole sizes

对两组光纤参数 $\Lambda = 2.3 \mu\text{m}$, $d = 1 \mu\text{m}$ 和 $\Lambda = 2.3 \mu\text{m}$, $d = 0.621 \mu\text{m}$ 采用矢量有效折射率方法和标量有效折射率方法计算的光子晶体光纤基模的色散曲线如图5所示,其中曲线1,2分别为 $d = 1 \mu\text{m}$ 时采用矢量方法和标量方法的计算结果,曲线3,4分别为 $d = 0.621 \mu\text{m}$ 时采用矢量方法和标量方法的计算结果。文献[19]中对参数为 $\Lambda = 2.3 \mu\text{m}$, $d = 0.621 \mu\text{m}$ 的光子晶体光纤的色散曲线进行了测量,在 $\lambda = 0.813 \mu\text{m}$ 处的测量值为 $-77.7 \text{ ps}/(\text{nm} \cdot \text{km})$,文献[13,14]采用有限元方法的计算结果分别为 $-77.3 \text{ ps}/(\text{nm} \cdot \text{km})$ 和 $-78.6 \text{ ps}/$

$(\text{nm} \cdot \text{km})$,而采用矢量有效折射率方法和标量有效折射率方法计算的结果分别为 $-79.9 \text{ ps}/(\text{nm} \cdot \text{km})$ 和 $-83.8 \text{ ps}/(\text{nm} \cdot \text{km})$ 。可见,矢量有效折射率方法比标量有效折射率方法得到的结果更为精确,而与有限元方法得到的结果以及测量值仍有一定的误差,通过进一步优化矢量有效折射率方法中的参数,比如等效的圆形原胞半径 R 以及纤芯半径 r 的取值可以得到更为精确的结果。计算结果表明,标量有效折射率方法在空气孔填充率较小的情况下是一种较好的近似方法^[8],而在空气孔较大时则应采用矢量有效折射率方法。

4 结 论

类比于阶跃型折射率光纤可以得到光子晶体光纤包层有效折射率的矢量特征方程,从而建立了研究光子晶体光纤的矢量有效折射率方法。矢量有效折射率方法的计算结果与基于有限元方法求解的数值结果吻合得很好,而标量方法则有较大的误差,证明由于光子晶体光纤的芯层和包层折射率之差较大,因而矢量有效折射率方法能够得到比标量有效折射率方法更为精确的结果。

参 考 文 献

- 1 J. C. Knight, T. A. Birks, P. St. J. Russell *et al.*. All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding [J]. *Opt. Lett.*, 1996, **21**(19):1547~1549
- 2 T. A. Birks, J. C. Knight, P. St. J. Russell. Endlessly single-mode photonic crystal fiber [J]. *Opt. Lett.*, 1997, **22**(13):961~963
- 3 N. G. R. Broderick, T. M. Monro, P. J. Bennett *et al.*. Nonlinearity in holey optical fibers: measurement and future opportunities [J]. *Opt. Lett.*, 1999, **24**(20):1395~1397
- 4 J. C. Knight, J. Arriaga, T. A. Birks *et al.*. Anomalous dispersion in photonic crystal fiber [J]. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 2000, **12**(7):807~809
- 5 A. Ortigosa-Blanch, J. C. Knight, W. J. Wadsworth *et al.*. Highly birefringent photonic crystal fibers [J]. *Opt. Lett.*, 2000, **25**(18):1325~1327
- 6 J. C. Knight, T. A. Birks, P. St. J. Russell *et al.*. Properties of photonic crystal fiber and the effective index model [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1998, **15**(3):748~752
- 7 Wang Zhi, Ren Guobin, Lou Shuqin *et al.*. The mode characteristics of the photonic crystal fibers [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(3):324~329
- 8 王智,任国斌,娄淑琴等.光子晶体光纤模式特征的研究[J]. *光学学报*, 2004, **24**(3):324~329
- 9 Li Shuguang, Liu Xiaodong, Hou Lantian. The study of waveguide mode and dispersion property in photonic crystal fibers [J]. *Acta Physica Sinica*, 2003, **52**(11):2811~2817
- 10 李曙光,刘晓东,侯蓝田.光子晶体光纤的导波模式与色散特性[J]. *物理学报*, 2003, **52**(11):2811~2817
- 11 T. M. Monro, D. J. Richardson, N. G. R. Broderick *et al.*. Holey optical fibers: an efficient modal model [J]. *J.*

- Lightwave Technol.*, 1999, **17**(6):1093~1102
- 10 Yi Ni, Lei Zhang, Jiande Peng. Optimization of holey fiber for dispersion compensation [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2003, **1**(7): 385~387
- 11 Wang Zhi, Ren Guobin, Lou Shuqin *et al.*. Galerkin algorithm for investigating the photonic crystal fibers [J]. *Chinese J. Lasers*, 2004, **31**(5):604~608
王 智,任国斌,娄淑琴等. 光子晶体光纤的 Galerkin 算法[J]. *中国激光*, 2004, **31**(5):604~608
- 12 Z. Zhu, T. G. Brown. Full-vectorial finite-difference analysis of microstructured optical fibers [J]. *Opt. Express*, 2002, **10**(17):853~864
- 13 M. Koshiba. Full-vector analysis of photonic crystal fibers using the finite element method [J]. *IEICE Trans. Electron.*, 2002, **E85-C**(4):881~888
- 14 F. Brechet, J. Marcou, D. Pagnoux *et al.*. Complete analysis of the characteristics of propagation into photonic crystal fibers, by the finite element method [J]. *Opt. Fiber Technol.*, 2000, **6**(2):181~191
- 15 A. Yariv. *Optical Electronics in Modern Communications* [M]. Fifth Edition. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2002. 76~89
A. Yariv. 现代通信光电子学[M]. 第五版. 北京:电子工业出版社, 2002. 76~89
- 16 Z. Zhu, T. G. Brown. Analysis of the space filling modes of photonic crystal fibers [J]. *Opt. Express*, 2001, **8**(10):547~554
- 17 M. Midrio, M. P. Singh, C. G. Someda. The space filling mode of holey fibers; an analytical vectorial solution [J]. *J. Lightwave Technol.*, 2000, **18**(7):1031~1037
- 18 G. P. Agrawal. *Nonlinear Fiber Optics* [M]. Second Edition, San Diego: Academic Press, 1995. 7~12
- 19 M. J. Gander, R. McBride, J. D. C. Jones *et al.*. Experimental measurement of group velocity dispersion in photonic crystal fibre [J]. *Electron. Lett.*, 1999, **35**(1):63~64



欢迎订阅 2005 年《人工晶体学报》

《人工晶体学报》是由中国硅酸盐学会晶体生长与材料分会和中非人工晶体研究院联合主办,由《人工晶体学报》编辑委员会编辑,人工晶体学报社出版的国家级学术性期刊,是我国唯一专门刊登人工晶体材料这一高新技术研究领域成果的学术性刊物。它以论文和简报等形式报道我国在晶体材料:半导体材料、光电子材料、压电晶体材料、纳米材料、薄膜材料、超硬材料和高技术陶瓷等在理论研究、生长技术、性能、品质鉴定、原料制备,以及应用技术和加工等方面的最新科研成果,同时介绍国内外晶体材料的发展动态与学术交流会议及会议信息。刊户覆盖以上各行业的大专院校、科研院所、生产经营单位和省(市)图书馆、政府相关部门,本刊已在美、日、英、俄、德等国家和地区发行。

《人工晶体学报》为中文核心期刊,美国工程索引(EI)收录源期刊。全文在“万方数据数字化期刊群”及“中国期刊全文数据库”上网。2004年6月被《中国知识资源总库·科技精品期刊库》收入。

刊 号:ISSN 1000-985X CN 11-2637/O7 广告经营许可证:京朝工商广字 0016 号
主办单位:中国硅酸盐学会晶体生长与材料分会 中非人工晶体研究院
刊 期:双月刊 开 本:大十六开

2005 年《人工晶体学报》全年定价 240 元,可直接与编辑部联系订阅。

银行汇款方式:

收款单位:中非人工晶体研究院

开户银行:北京工商银行管庄分理处

帐 号:144330-01

电 话:(010)65492968

传 真:(010)65493320

邮局汇款方式:

邮 编:100018

北京 733 信箱《人工晶体学报》编辑部

网 址:www.jtxb.cn

E-mail:bjb@jtxb.cn