

文章编号: 0258-7025(2004)11-1317-06

# 用快速傅里叶变换法分析超高斯 反射镜腔的光场分布

王 宁, 陆雨田, 孔 勇

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

**摘要** 常规非稳腔由于输出耦合镜硬边光阑的衍射效应而影响了激光输出。使用非均匀反射镜,可以起到软边光阑的作用,改善了输出光束的光场分布特性。高斯分布反射镜已经被广泛应用,超高斯分布反射镜的提出是对非均匀反射腔的一大改进。快速傅里叶变换(FFT)方法是计算激光腔光场分布的一种方便快捷的方法,利用快速傅里叶变换方法分析了超高斯反射镜腔的腔内三维光场分布情况,并模拟了热透镜焦距变化时腔内光场分布的变化。然后分别在空腔和考虑热透镜效应的情况下对输出光束的光场分布进行了理论模拟,并讨论了热透镜效应对输出光场分布的影响。

**关键词** 信息光学;快速傅里叶变换;超高斯镜;热透镜;光强

**中图分类号** O 438.2;TN 248.1 **文献标识码** A

## Analysing the Light Intensity Distribution of Super-Gaussian Mirror Resonator by Fast Fourier-Transform

WANG Ning, LU Yu-tian, KONG Yong

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China)

**Abstract** For the conventional unstable resonator, the output laser is deteriorated by the hard-edge diaphragm diffraction. Using variable reflective mirror, as a soft-edge diaphragm, the intensity distributions of output laser are improved. Gaussian mirror has been used widely, and the super-Gaussian mirror is a development for variable reflective mirror. The fast Fourier-transform (FFT) algorithm is a convenient method for simulating the intensity distribution of resonator. In this paper, the three-dimensional intracavity distribution of super-Gaussian mirror resonator is analyzed, and the intensity distributions are simulated when the thermal focal length changes. Then the output intensity distributions are simulated with or without considering the thermal lens effect. And the influence of the thermal lens effect is discussed.

**Key words** information optics; fast Fourier-transform; super-Gaussian mirror; thermal lens; light intensity

## 1 引 言

激光非稳腔的主要缺点之一,是产生的环状输出光束包含有衍射环,其中心还会出现热斑<sup>[1]</sup>。为消除非稳腔输出耦合镜硬边光阑衍射的影响,可将非稳腔的反射镜用非均匀反射镜来代替,这就构成了非均匀反射镜腔。非均匀反射镜起软边光阑作用,能减小输出光束的近场波动,增加远场中心亮

度,改善输出光束的近场和远场特性。当反射镜呈高斯分布时,则成为高斯反射镜腔。早在 20 世纪 60 年代,这种设计由于在非稳腔中提供输出分布光滑的优点就得到了认可。现在,已经有很多方法可以产生不同反射率的分布。这当中有使用双折射元件<sup>[2~4]</sup>和径向反射率可变的法布里-珀罗干涉仪的<sup>[5]</sup>。不过,利用先进的薄膜生产技术,将不同厚度的介质膜涂敷在透明基体上,就能得到高斯型反射

收稿日期:2003-07-07;收到修改稿日期:2003-11-05

作者简介:王 宁(1977—),男,山东省莱芜市人,中国科学院上海光学精密机械研究所博士研究生,主要从事激光二极管抽运的固体激光器方面的研究。E-mail:qfwn@eyou.com

镜<sup>[6~14]</sup>。从非稳腔的实际应用来看,这是一种技术上的突破,很多市售的 Nd:YAG 激光器都安装了这种反射镜。其本征基模为高斯光束,但其高斯基模填充因子小,提取效率不高。超高斯分布反射镜的提出是对非均匀反射腔的一大改进,它能兼顾光束质量和提取效率,Silverstri 等曾采用衍射光学方法计算了超高斯镜谐振腔内光强分布的二维图形<sup>[15]</sup>。快速傅里叶变换(FFT)方法是计算激光腔光场分布的一种方便快捷的方法,E. A. Sziklas 和 A. E. Siegman 曾利用快速傅里叶变换方法成功地计算了气动激光器的谐振腔光场分布和位相分布<sup>[16]</sup>,国内也有利用快速傅里叶变换方法进行模场计算的文章<sup>[17]</sup>,但没有涉及超高斯镜腔。本文利用快速傅里叶变换方法计算了空腔情况下腔内光场分布和输出光场分布的三维图形,然后在考虑激光介质热透镜效应前提下,计算了超高斯镜腔的腔内光场分布和输出光场分布,并讨论了激光介质的热透镜效应对光场分布的影响。

## 2 超高斯反射镜腔

超高斯镜的反射率为<sup>[18]</sup>

$$R(r) = R(0)\exp[-2(r/\sigma)^n] \quad (1)$$

式中  $R(0)$  为中心( $r=0$ )反射率, $\sigma$ 为镜上膜斑尺寸, $n$ 为超高斯阶数。当  $n=2$  时为高斯分布,当  $n>2$  时为超高斯分布。

在几何光学近似下,光腔振荡模式满足自治场方程

$$\epsilon E(r) = \frac{1}{M} \sqrt{R\left(\frac{r}{M}\right)} \cdot E\left(\frac{r}{M}\right) \quad (2)$$

式中, $E(r)$ 为入射在超高斯镜上的场振幅, $\epsilon, M$ 分别为本征值和放大率。式(2)的基模解可表示为函数 $\sqrt{R\left(\frac{r}{M}\right)}$ 无穷乘积的形式

$$E_0(r) = A_0 \prod_{k=1}^{\infty} \sqrt{R\left(\frac{r}{M^k}\right)} \sqrt{R(0)} \quad (3)$$

式中  $A_0$  为任意常数。高阶模  $E_m(r)$  由

$$E_m(r) = E_0(r)r^m, m = (1, 2, \dots) \quad (4)$$

决定。 $m$ 阶模的本征值为

$$\epsilon = \sqrt{R(0)}M^{-(m+1)} \quad (5)$$

因此,往返一周损耗为

$$\delta = 1 - \epsilon^2 = 1 - R(0)M^{-2(m+1)} \quad (6)$$

对于超高斯反射镜腔,(3)式收敛于与反射率同阶的超高斯函数,故超高斯镜上的基模表示为

$$E_0(r) = A_0 \exp[-2(r/\omega_i)^n] \quad (7)$$

$$\omega_i = \sigma(M^n - 1)^{1/n} \quad (8)$$

因此,至少在几何光学近似下,基模场分布与镜面上反射率分布是相似的。对基模,往返一周损耗为

$$\delta_0 = 1 - \frac{R(0)}{M^2} \quad (9)$$

与超高斯阶数  $n$  无关。由式(5)知超高斯反射镜腔的模式鉴别力为  $1/M^2$ ,即使对中等放大率,其鉴别力也是相当高的。

从(1)式和(7)式得到输出基模光束的近场光强分布<sup>[18]</sup>

$$I(r) = |A_0|^2 \exp\left[-2\left(\frac{r}{\omega_i}\right)^n\right] \times \left\{1 - R(0)\exp\left[-2\left(\frac{r}{\sigma}\right)^n\right]\right\} \quad (10)$$

由(10)式可知,当  $R(0)M^n > 1$  时,近场光强中心将出现一个凹陷,随超高斯阶数  $n$  的增加,凹陷宽度和深度都会增加,其远场功率(能量)向旁瓣分散的越多。当

$$R(0)M^n = 1 \quad (11)$$

时,近场光强分布刚好平顶。因此,(11)式称为平顶条件,是设计超高斯镜腔的一个重要公式。

## 3 快速傅里叶变换方法

众所周知,对空域中的光场  $E(x, y)$ ,其傅里叶变换为

$$F\{E(x, y)\} = \iint E(x, y) e^{-i2\pi(f_x x + f_y y)} dx dy = G(f_x, f_y) \quad (12)$$

式中, $f_x, f_y$ 为空间频率; $G(f_x, f_y)$ 为  $E(x, y)$ 的傅里叶变换谱,其逆变换为

$$F^{-1}\{G(f_x, f_y)\} = \iint G(f_x, f_y) e^{i2\pi(f_x x + f_y y)} df_x df_y = E(x, y) \quad (13)$$

在频域中,菲涅耳-基尔霍夫衍射公式可表述为

$$G_2(f_x, f_y) = G_1(f_x, f_y) e^{i(2\pi/\lambda)z \sqrt{1 - (\lambda f_x)^2 - (\lambda f_y)^2}} \quad (14)$$

式中, $\lambda$ 为波长。

采用快速傅里叶变换方法计算谐振腔本征模式的场分布,其实质是将空域的衍射积分方程对应到频域,利用傅里叶变换以及频域的衍射公式,在自再现的条件下求得稳定的模式场分布。与一般光腔衍射积分数值迭代算法(典型例子为 Fox-Li<sup>[19]</sup>迭代法)相比较,快速傅里叶变换的主要优点是可大为节

约计算时间。对  $N \times N$  的光场取样点, 用 Fox-Li 迭代法每作一次衍射, 需进行  $N^4$  次复数乘法和  $N^4 - N^2$  复数加法, 而用 FFT, 一次傅里叶变换和逆变换需分别作  $N^2 \lg N$  次复数乘法和  $2N^2 \lg N$  次复数加法, 一次频域传输需作  $N^2$  次复数乘法, 计算量大为减少, 且随取样点的增加, FFT 法优点更为显著。

以图 1 所示的超高斯反射镜腔为例计算腔内外光场分布, SM 为球面镜,  $H$  为热透镜, VRM 为超高斯镜,  $L_1$  为球面镜到热透镜的距离,  $L_2$  为超高斯镜到热透镜的距离。如果形成稳定的激光振荡, 当光波在腔内经过足够多次的往返回到初始平面时, 必须自再现光波场的初始相位分布和振幅分布。可将自再现光波场表示为易于通过快速傅里叶变换迭

代求解的形式, 为简便起见, 暂不考虑介质的增益。

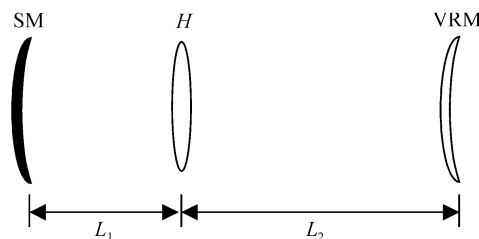


图 1 超高斯反射镜腔

SM: 球面镜; VRM: 超高斯镜;  $H$ : 热透镜

Fig. 1 Super-Gaussian mirror resonator

SM: convex mirror; VRM: super-Gaussian mirror;  
 $H$ : thermal lens

### 3.1 空腔情况下的形式

$$u_2(x_2, y_2) = F^{-1} \left\{ F \left\{ u_1(x_1, y_1) \exp \left[ -\frac{ik(x_1^2 + y_1^2)}{R} \right] \right\} \exp \left[ i \frac{2\pi(L_1 + L_2)}{\lambda} \sqrt{1 - (\lambda f_x)^2 - (\lambda f_y)^2} \right] \right\} \quad (15)$$

$$u_{21}(x_3, y_3) = F^{-1} \left\{ F \left\{ u_2(x_2, y_2) R(0) \exp \left[ -2 \left( \frac{r}{\sigma} \right)^n \right] \right\} \exp \left[ i \frac{2\pi(L_1 + L_2)}{\lambda} \sqrt{1 - (\lambda f_x)^2 - (\lambda f_y)^2} \right] \right\} \quad (16)$$

式中  $u_1(x_1, y_1)$ ,  $u_2(x_2, y_2)$  分别为光波在谐振腔内传播时到达球面镜和超高斯镜表面的光场,  $u_{21}(x_3, y_3)$  为  $u_1(x_1, y_1)$  的自再现光场。

### 3.2 考虑热透镜效应的形式

$$u_2(x_2, y_2) = F^{-1} \left\{ F \left\{ u_1(x_1, y_1) \exp \left[ -\frac{ik(x_1^2 + y_1^2)}{R} \right] \right\} \exp \left[ i \frac{2\pi L_1}{\lambda} \sqrt{1 - (\lambda f_x)^2 - (\lambda f_y)^2} \right] \right\} \quad (17)$$

$$u_3(x_3, y_3) = F^{-1} \left\{ F \left\{ u_2(x_2, y_2) \exp \left[ -\frac{i\pi(x_2^2 + y_2^2)}{2f\lambda} \right] \right\} \exp \left[ i \frac{2\pi L_2}{\lambda} \sqrt{1 - (\lambda f_x)^2 - (\lambda f_y)^2} \right] \right\} \quad (18)$$

$$u_4(x_4, y_4) = F^{-1} \left\{ F \left\{ u_3(x_3, y_3) R(0) \exp \left[ -2 \left( \frac{r}{\sigma} \right)^n \right] \right\} \exp \left[ i \frac{2\pi L_2}{\lambda} \sqrt{1 - (\lambda f_x)^2 - (\lambda f_y)^2} \right] \right\} \quad (19)$$

$$u_5(x_5, y_5) = F^{-1} \left\{ F \left\{ u_4(x_4, y_4) \exp \left[ -\frac{i\pi(x_4^2 + y_4^2)}{2f\lambda} \right] \right\} \exp \left[ i \frac{2\pi L_1}{\lambda} \sqrt{1 - (\lambda f_x)^2 - (\lambda f_y)^2} \right] \right\} \quad (20)$$

式中  $u_1(x_1, y_1)$ ,  $u_2(x_2, y_2)$  分别为光波在谐振腔内传播时到达球面镜表面和热透镜左表面的光场,  $u_3(x_3, y_3)$ ,  $u_4(x_4, y_4)$  分别为光波在谐振腔内传播时到达超高斯镜表面和热透镜右表面的光场,  $u_5(x_5, y_5)$  为  $u_1(x_1, y_1)$  的自再现光场,  $f$  为热透镜焦距。

如此往返循环迭代, 就可求出自再现光波场。

## 4 超高斯反射镜腔的光场分布

光腔由曲率半径为  $R = -5$  m 的全反射凸面镜和  $n = 9$ ,  $\sigma = 2.03$  mm,  $R(0) = 50\%$ ,  $M = 1.8$  的超高斯平面输出镜组成, 腔长 450 mm, 其中  $L_1 = 130$  mm,  $L_2 = 320$  mm。

### 4.1 空腔情况下凸面镜和超高斯镜表面的光场分布

根据以上给出的超高斯反射镜腔的参数, 代入 (15) 式和 (16) 式并进行迭代求解, 可以得出腔内全反射凸面镜上和超高斯镜上的三维光场分布情况, 如图 2, 3 所示。

从图 2, 3 中可以看出, 此时全反射凸面镜和超高斯镜上的光场分布是比较光滑的三维分布。全反射凸面镜上的光场分布中心出现凹陷, 这是由于所采用的参数没有满足平顶条件所致, 这种现象同样会在输出光强分布中看到。另外, 其周围的旁瓣是没考虑晶体棒的光阑效应所致。超高斯镜上的光场分布与文献[18]中描述的是一致的, 由于没有考虑

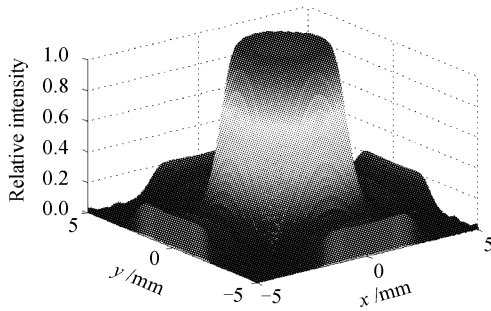


图 2 全反射凸面镜上的光场分布

Fig. 2 Light field distribution on the convex mirror

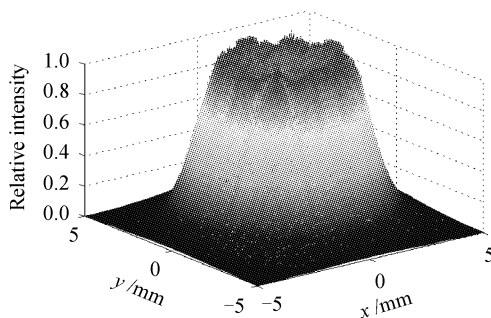
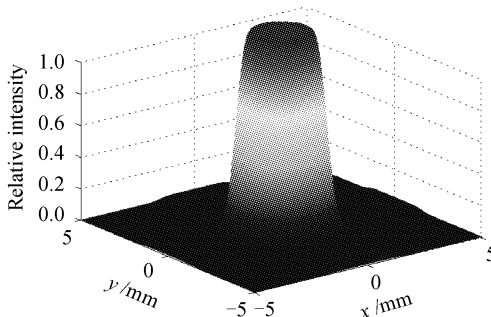


图 3 超高斯镜上的光场分布

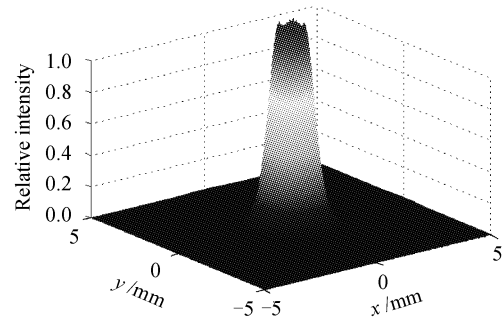
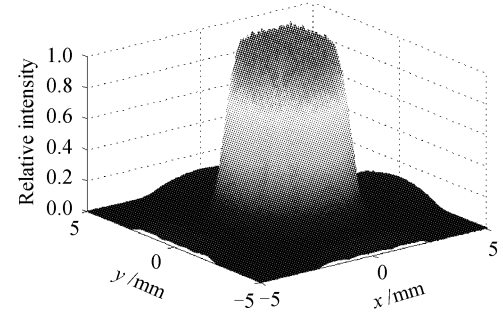
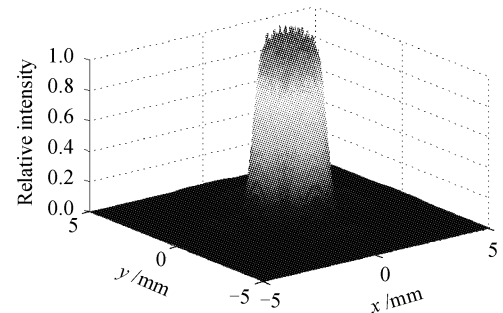
Fig. 3 Light field distribution on the super-Gaussian mirror

图 4 热透镜焦距  $f=0.5$  m 时凸面镜上的光场分布  
Fig. 4 Light field distribution on the convex mirror  
when  $f=0.5$  m

透镜会聚作用的结果。此时,全反射凸面镜上光场分布的中心仍然有凹陷,但凹陷部分光强分布仍然比较均匀,旁瓣已不太明显,超高斯镜上的光场分布中心也开始出现凹陷,但不太明显。

如果热透镜效应增强,如热透镜的焦距  $f=0.2$  m,则腔内光场分布如图 6,7 所示。

从图 6,7 中可以看出,随着热透镜效应的增强,热透镜对腔内模式的影响也越来越大。凸面镜和超高斯镜上的光场分布变得不太光滑,凸面镜上和超高斯镜上光场分布的中心区域已经不均匀。光斑尺

图 5 热透镜焦距  $f=0.5$  m 时超高斯镜上的光场分布Fig. 5 Light field distribution on the  
super-Gaussian mirror when  $f=0.5$  m图 6 热透镜焦距  $f=0.2$  m 时凸面镜上的光场分布  
Fig. 6 Light field distribution on the convex mirror  
when  $f=0.2$  m图 7 热透镜焦距  $f=0.2$  m 时超高斯镜上的光场分布  
Fig. 7 Light field distribution on the  
super-Gaussian mirror when  $f=0.2$  m

光阑效应,与几何光学的结果符合得比较好。

#### 4.2 考虑热透镜效应时凸面镜和超高斯镜表面的光场分布

若热透镜焦距  $f=0.5$  m,利用上面给出的参数代入(17)~(20)式循环往返迭代,则得到两腔镜表面的光场分布如图 4,5 所示。

从图 4,5 中可以看出,尽管此时热透镜效应比较小,但热透镜对腔内光场分布还是有影响的,很明显由于热透镜效应的存在使得全反射凸面镜和超高斯镜上的光斑尺寸变小了,能量向中心集中,这是热

寸虽然比空腔时小,但与  $f = 0.5 \text{ m}$  时的光斑尺寸相比增大了。通过以上分析可以看出,超高斯镜上光斑尺寸的变化并不是一直变小的,而是随着热透镜焦距的减小,光斑尺寸先缩小再增大。实际上,超高斯镜上的光斑大小的这种变化主要还是由于热透镜效应的增强引起的。热透镜焦距的减小引起超高斯镜一侧光束腰的位置和宽度的变化,而且光束发散角也改变了,而超高斯镜到热透镜的距离  $L_2 = 350 \text{ mm}$  是不变的,因此超高斯镜上的光斑尺寸也就随光束腰和光束发散角的变化而变化。利用高斯光束通过薄透镜的变换规律<sup>[18]</sup>可以解释超高斯镜

上光斑的这种变化现象,而凸面镜上光斑的变化也可以由高斯光束的反向变换<sup>[18]</sup>得出。

## 5 超高斯反射镜腔的输出光场

超高斯反射镜腔的输出光场(近场分布)如图 8,9 所示,图 8 为空腔情况下的输出光场,图 9 为热透镜焦距  $f = 0.2 \text{ m}$  时超高斯反射镜腔的输出光场。为了更能形象、直观地说明问题,同时给出了  $xoy$  平面的投影图形。

从图 8 中可以看出,空腔时的输出基模光束的

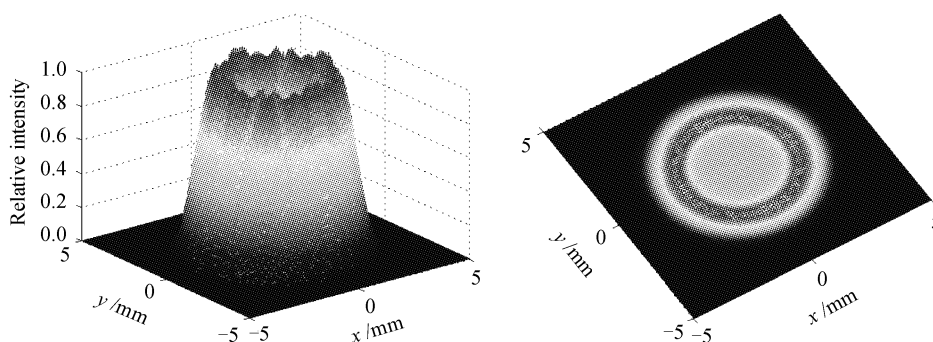


图 8 空腔时的输出光场分布

Fig. 8 Output light field, unconsidering thermal lens effects

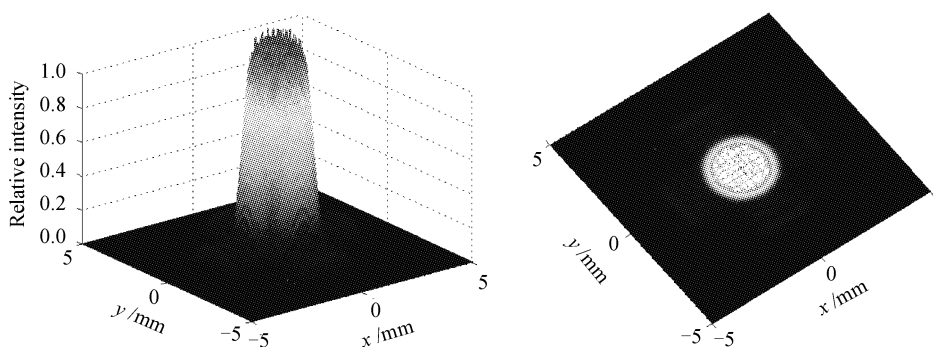


图 9 热透镜焦距  $f = 0.2 \text{ m}$  时的输出光场分布

Fig. 9 Output light field, the focal length of thermal lens of  $f = 0.2 \text{ m}$

近场光强基本上是比较光滑的空间三维分布,中心出现了一个凹陷,这是因为所采用的腔参数  $R(0)M^n > 1$  的缘故。这与 Siliverstri 等采用衍射光学方法计算的超高斯镜谐振腔内光强二维分布<sup>[15]</sup>情况是一致的。适当选取  $R(0)$  和  $M$  的值可以使近场光强分布刚好平顶,得到光滑的光场输出。如果考虑激光介质的热透镜效应,由图 9 可知,输出光束的光斑尺寸变小了,光强向中心集中。中心附近仍然存在凹陷,但是中心部分的光强分布已经变得不太均匀,出现了少许毛刺。而且随着热透镜效

应的增强,会更加明显。周围出现了少许旁瓣,这是由于热透镜效应的存在以及计算时没有考虑激光晶体的光阑效应共同引起的。从以上分析可以看出,激光介质的热透镜效应对输出光场的分布影响很大,实际上,热透镜效应对腔内、外模式和光束发散角都是有影响的,在进行激光器的腔体设计时要充分考虑到热透镜的影响。

## 6 结 论

快速傅里叶变换是一种非常好的分析激光谐振

腔模式和输出光场的方法。由该方法不仅分析了超高斯镜反射镜腔空腔情况下的腔内光场和输出光场的三维分布情况,而且研究了热透镜效应对腔内光场和输出光场的影响。根据文中给出的腔内光场和输出光场的三维分布情况,可以比较直观地了解超高斯镜反射镜腔的腔内模式和输出光场分布情况。通过考虑热透镜效应的腔内模式和输出光场的三维分布图,也可以很直观地看出热透镜效应对腔内光场和输出光场的影响,有必要在实际的应用中充分考虑热透镜效应的影响。通过以上分析,也可以对采用超高斯镜腔的激光器的设计提供一些比较直观的参考。

### 参 考 文 献

- W. Koechner, translated by Sun Wen, Jiang Zewen, Cheng Guoxiang. Solid-State Laser Engineering [M]. First ed., Beijing: Science Press, 2002. 243  
W. 克希耐尔 著,孙文,江泽文,程国祥译. 固体激光工程 [M]. 第一版,北京:科学出版社,2002. 243
- G. Giuliani, Y. K. Park, R. L. Byer. Radial birefringent element and its application to laser resonator design [J]. *Opt. Lett.*, 1980, **5**(11):491~493
- J. M. Eggleston, G. Giuliani, R. L. Byer. Radial intensity filters using radial birefringent elements [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1981, **71**(10):1264~1272
- D. J. Harter, J. C. Walling. Low-magnification unstable resonators used with ruby and alexandrite lasers [J]. *Opt. Lett.*, 1986, **11**(11):706~708
- S. De Silvestri, P. Laporta, V. Magni *et al.*. Radially variable reflectivity output coupler of novel design for unstable resonators [J]. *Opt. Lett.*, 1987, **12**(2):84~86
- N. McCarthy, P. Lavigne. Optical resonators with Gaussian reflectivity mirrors: misalignment sensitivity [J]. *Appl. Opt.*, 1983, **22**(17):2704~2708
- N. McCarthy, P. Lavigne. Optical resonators with Gaussian reflectivity mirrors: output beam characteristics [J]. *Appl. Opt.*, 1984, **23**(21):3845~3850
- D. M. Walsh, L. V. Knight. Transverse modes of a laser resonator with Gaussian mirrors [J]. *Appl. Opt.*, 1986, **25**(17):2947~2954
- A. Parent, N. McCarthy, P. Lavigne. Effects of hard apertures on mode properties of resonators with Gaussian reflectivity mirrors [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1987, **QE-23**(2):222~228
- P. Lavigne, N. McCarthy, J.-G. Demers. Design and characterization of complementary Gaussian reflectivity mirrors [J]. *Appl. Opt.*, 1985, **24**(16):2581~2586
- N. McCarthy, P. Lavigne. Large Gaussian mode in unstable resonators using Gaussian mirrors [J]. *Opt. Lett.*, 1985, **10**(11):553~555
- K. J. Snell, N. McCarthy, M. Piche. Single transverse mode oscillation from an unstable resonator Nd:YAG laser using a variable reflectivity mirror [J]. *Opt. Commun.*, 1988, **65**(5):377~382
- A. Parent, P. Lavigne. Variable reflectivity unstable resonators for coherent laser radar emitters [J]. *Appl. Opt.*, 1989, **28**(5):901~903
- G. Emiliani, A. Piegari, S. De Silvestri *et al.*. Optical coatings with variable reflectance for laser mirrors [J]. *Appl. Opt.*, 1989, **28**(14):2832~2837
- S. D. Siliverstri, V. Magni, O. Svelto *et al.*. Lasers with super-Gaussian mirrors [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1990, **26**(9):1500~1509
- E. A. Sziklas, A. E. Siegman. Mode calculations in unstable resonators with flowing saturable gain. 2: Fast Fourier transform method [J]. *Appl. Opt.*, 1975, **14**(8):1874~1889
- Wei Qing, Wei Zaifu, Wang Runwen. Mode calculations in annular output ring unstable resonators with 90° beam-rotation [J]. *Chinese J. Lasers*, 1999, **A26**(9):852~858  
魏青,魏在福,王润文. 环状耦合输出的90°束转非稳腔的模式计算[J]. *中国激光*, 1999, **A26**(9):852~858
- Lü Baida. Solid State Laser Device [M]. Beijing: Beijing University Press of Posts and Telecommunications, 2002. 89~94, 153~154  
吕百达著. 固体激光器件[M]. 北京:北京邮电大学出版社, 2002. 89~94, 153~154
- A. G. Fox, T. Li. Resonant modes in maser interferometer [J]. *Bell Syst. Technol. J.*, 1961, **40**(2):453~455