

文章编号: 0258-7025(2004)10-1257-04

光子晶体光纤色散的有限差分法研究

栗岩锋, 刘博文, 王子涵, 胡明列, 王 专, 王清月

(天津大学精密仪器与光电子工程学院光电信息技术科学教育部重点实验室, 天津 300072)

摘要 采用基于半矢量波动方程的有限差分法研究了光子晶体光纤(PCF)的色散特性。利用中心差分格式将半矢量波动方程转化为矩阵的特征值问题,进而得到光纤的模式特征和传播常数,并对计算结果进行了分析。数值计算结果表明,半矢量的有限差分法与全矢量的有限差分法和有限元方法求解的数值结果以及测量结果吻合得很好,而比基于标量方程的有效折射率模型得到的结果更为精确,为进一步设计具有适当色散特性的光子晶体光纤提供了理论计算工具。

关键词 光电子学;光子晶体光纤;有限差分法;色散

中图分类号 TN 253 **文献标识码** A

Finite Difference Analysis of Dispersion Properties of Photonic Crystal Fibers

LI Yan-feng, LIU Bo-wen, WANG Zi-han,

HU Ming-lie, WANG Zhuan, WANG Qing-yue

(Key Laboratory of Opto-electronics Information and Technical Science, Ministry of Education, Ultrafast Laser Laboratory, College of Precision Instrument and Optoelectronics Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract A finite difference scheme based on semi-vectorial wave equations is used to study the dispersion properties of photonic crystal fibers (PCF). Using a central difference scheme, the semi-vectorial wave equations are cast into algebraic eigenvalue problems, from which modal fields and propagation constants are obtained. The results obtained by the semi-vectorial finite difference method are coincided well with those by the full-vectorial finite difference method and the finite element method as well as experimental results, and are more accurate than those by the scalar effective index model. It can be shown that the semi-vectorial finite difference method is an effective numerical tool for the design of photonic crystal fibers with desirable dispersion.

Key words optoelectronics; photonic crystal fiber; finite difference method; dispersion

1 引 言

光子晶体光纤^[1] (photonic crystal fiber, PCF) 又称为多孔光纤 (holey fiber) 或微结构光纤 (microstructured optical fiber), 是一种由在二维方向上紧密排列(通常为周期性六角形)的波长量级的空气孔构成包层的新型光纤。

包层中由空气孔构成的微结构使得光子晶体光

纤能够呈现出在传统光纤中难以实现的特性,包括在极宽谱带内支持单模传输^[2]、强烈的非线性效应^[3]、在可见光和近红外波段具有反常色散^[4]、极强的双折射效应^[5]等。

光子晶体光纤又可以分为折射率引导型光子晶体光纤和带隙波导型光子晶体光纤^[6]。对于前者,仅研究由一根实芯的石英棒构成纤芯的折射率引导

收稿日期:2003-07-09; 收到修改稿日期:2003-10-15

基金项目:国家自然科学基金(编号:60278003),国家 973 计划(编号:2003CB314904)和国家 863 计划(编号:2003AA311010)资助课题。

作者简介:栗岩锋(1977—),男,河北人,天津大学精密仪器与光电子工程学院博士研究生,主要从事超快激光及其在信息科学中的应用方面的研究。E-mail:li-yanfeng@163.com

型光子晶体光纤。

对于包层空气孔分布规则的光子晶体光纤,有效折射率方法能够较为精确地研究其导波模式特性和色散特性^[2,7],而对如高双折射^[5]、包层空气孔分布不规则^[8]、具有平坦色散^[9]等复杂结构的光子晶体光纤,一般需要采用数值方法^[10~12]才能够有效地进行研究。

本文采用基于半矢量波动方程的有限差分法研究了光子晶体光纤的色散特性。数值计算结果表明,半矢量的差分法与全矢量的差分法和有限元方法求解的数值结果以及测量结果吻合得很好。

2 基于半矢量波动方程的有限差分法

光子晶体光纤的横截面结构和特征参数如图 1 所示。

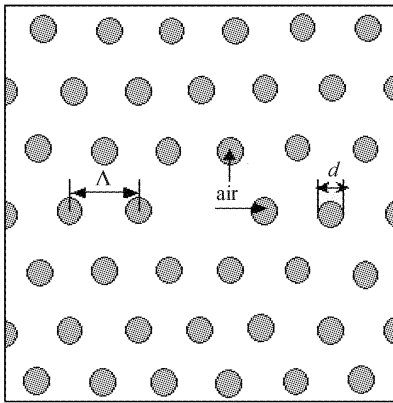


图 1 光子晶体光纤横截面结构及特征参数示意图
Fig. 1 Schematic diagram of the cross section of a PCF and its characteristic parameters

对结构如此复杂的光子晶体光纤,采用有限差分法加以研究。有限差分法是光波导分析中广为采用的数值方法之一^[13,14],它利用台劳展开用有限差分式代替波动方程中的微分式,得到关于场分量的有限差分方程。

在纵向(z 方向)均匀分布的光子晶体光纤中,电场的横向分量 E_x 和 E_y 满足如下耦合方程组

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\epsilon_r} \frac{\partial \epsilon_r}{\partial x} E_x \right) + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + (k_0^2 \epsilon_r - \beta^2) E_x + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\epsilon_r} \frac{\partial \epsilon_r}{\partial y} E_y \right) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\epsilon_r} \frac{\partial \epsilon_r}{\partial y} E_y \right) + \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + (k_0^2 \epsilon_r - \beta^2) E_y + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\epsilon_r} \frac{\partial \epsilon_r}{\partial x} E_x \right) = 0 \quad (2)$$

其中, E_x 和 E_y 为电场的两个偏振分量, ϵ_r 为相对介电常数, k_0 为真空中的波数, $\beta = k_0 n_{\text{eff}}$ 为传播常数, n_{eff} 为模式有效折射率。

在光子晶体光纤分析中,通常求解基模(类比于传统光纤,也称为 HE_{11} 模)的两个偏振分量。文献^[15]中已经证明了横向结构对称分布的光子晶体光纤基模的线偏振特性,因而(1),(2)式中的电场偏振分量 E_x 和 E_y 可以认为不再耦合,此时(1),(2)式将变为两个独立的分别关于两个偏振分量 E_x 和 E_y 的半矢量形式的波动方程

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\epsilon_r} \frac{\partial \epsilon_r}{\partial x} E_x \right) + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + (k_0^2 \epsilon_r - \beta^2) E_x = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\epsilon_r} \frac{\partial \epsilon_r}{\partial y} E_y \right) + \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + (k_0^2 \epsilon_r - \beta^2) E_y = 0 \quad (4)$$

(3),(4)式中保留左边的第二项对于研究空气填充率较高的光子晶体光纤是必要的,因为这时标量波动方程给出的解会产生较大的误差。

在 x, y 方向采用相同的网格间距 h , 利用五点差分格式可以建立基于半矢量波动方程(3),(4)的差分方程^[13]

$$\alpha_w E_{p-1,q} + \alpha_e E_{p+1,q} + \alpha_n E_{p,q-1} + \alpha_s E_{p,q+1} + (\alpha_x + \alpha_y) E_{p,q} + [k_0^2 \epsilon_r(p,q) - \beta^2] E_{p,q} = 0 \quad (5)$$

其中 E 为 E_x 或 E_y , p, q 为网格点编号。

对于 E_x , 各项系数分别为

$$\alpha_w = \frac{2}{h^2} \frac{\epsilon_r(p-1,q)}{\epsilon_r(p,q) + \epsilon_r(p-1,q)}$$

$$\alpha_e = \frac{2}{h^2} \frac{\epsilon_r(p+1,q)}{\epsilon_r(p,q) + \epsilon_r(p+1,q)}$$

$$\alpha_n = \frac{1}{h^2}, \quad \alpha_s = \frac{1}{h^2}$$

$$\alpha_x = -\frac{4}{h^2} + \alpha_e + \alpha_w, \quad \alpha_y = -\alpha_n - \alpha_s$$

对于 E_y , 各项系数分别为

$$\alpha_w = \frac{1}{h^2}, \quad \alpha_e = \frac{1}{h^2}$$

$$\alpha_n = \frac{2}{h^2} \frac{\epsilon_r(p,q-1)}{\epsilon_r(p,q) + \epsilon_r(p,q-1)}$$

$$\alpha_s = \frac{2}{h^2} \frac{\epsilon_r(p,q+1)}{\epsilon_r(p,q) + \epsilon_r(p,q+1)}$$

$$\alpha_x = -\alpha_e - \alpha_w, \quad \alpha_y = -\frac{4}{h^2} + \alpha_n + \alpha_s$$

(5)式可化为特征值方程

$$[A]\{E\} = \beta^2 \{E\} = k_0^2 n_{\text{eff}}^2 \{E\} \quad (6)$$

其中 A 为系数矩阵, E 为由各网格点构成的向量。

3 计算结果

为将基于半矢量波动方程的差分法得到的结果与文献[12]中全矢量方法得到的结果比较,取与文献[12]中相同的求解参数:光纤参数为空气孔间距 $\Lambda = 2.3 \mu\text{m}$,空气孔直径 $d = 1.0 \mu\text{m}$,整个求解区域取为 $6\Lambda \times 6\Lambda$,石英的折射率为 1.45,波长为 $1.5 \mu\text{m}$,采用电壁(electric wall)边界条件, x, y 方向格点数均为 240。基于半矢量波动方程的差分法得到结果为 $n_{\text{eff}} = 1.42806$,与文献[12]中给出的结果 1.42868 以及其他方法得到的结果较为接近。考虑到全矢量方法计算结果表明在求解某一偏振态时另一偏振分量并不为零,但相差几个数量级,而半矢量波动方程完全忽略了另一偏振分量的影响,以及网格剖分的方法不同,这一结果是较为精确的。

图 2 是波长分别为 $0.8 \mu\text{m}$ 和 $1.5 \mu\text{m}$ 时电场的等高线图。从图 2 中可以看出,在长波长时,有相当一部分电场分布在空气孔中,而在波长较短时,电场分量则更多分布在石英区域,这正符合 Birks 等对光子晶体光纤无截止单模特性的解释^[2]:在波长变短时,更多的电场分量分布在石英区域,结果使得包层有效折射率提高,芯层与包层折射率之差减小,抵消了波长变短的影响,使得归一化频率 V 趋于一定值。

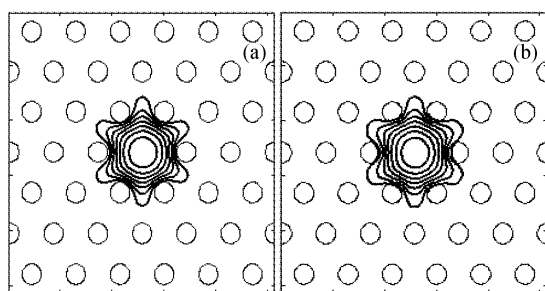


图 2 电场分布的等高线图

Fig. 2 Contour plots of the electric field distribution

(a) $\lambda = 0.8 \mu\text{m}$; (b) $\lambda = 1.5 \mu\text{m}$

4 光子晶体光纤的色散

求解(6)式得到基模有效折射率,并且由公式 $D = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n_{\text{eff}}}{d\lambda^2}$ 可以得到光子晶体光纤的色散。图 3 是在空气孔间距为 $\Lambda = 2.3 \mu\text{m}$,空气孔直径 d (单位为 μm)不同时得到的基模有效折射率,其中材料色散已经由 Sellmeier 公式加以考虑。从图 3 中可知,随着空气孔的增大,包层空气填充率变大,使得

模式折射率变小,曲线斜率变陡,因而光子晶体光纤的零色散点可以随着空气孔增大而向更短波长移动,如图 4 所示。这样,通过保持空气孔间距不变,仅改变空气孔的直径就可以调节零色散波长的位置。通过改变 Λ 和 d 两个参数以及采取更为复杂的结构,如文献[9]中那样使各层空气孔的大小不同,就能够得到具有平坦色散等适当色散特性的光子晶体光纤。

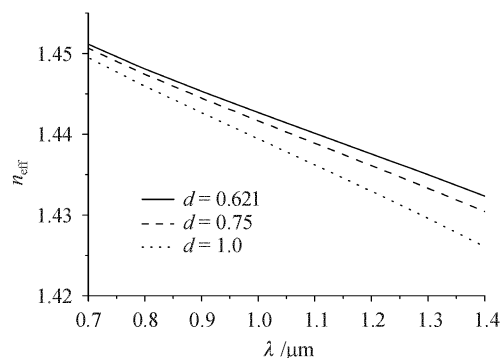


图 3 $\Lambda = 2.3 \mu\text{m}$,空气孔直径 d 不同的模式折射率
Fig. 3 Modal effective index for $\Lambda = 2.3 \mu\text{m}$ and different air hole diameters d

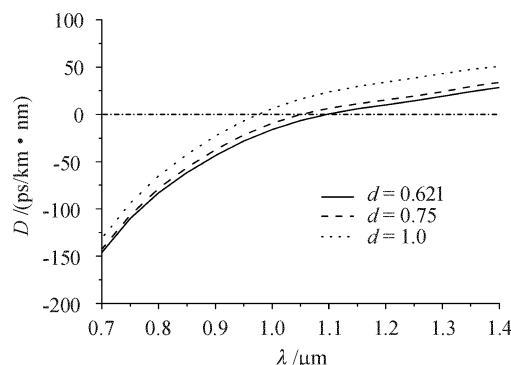


图 4 $\Lambda = 2.3 \mu\text{m}$,空气孔直径 d 不同的色散曲线
Fig. 4 Dispersion curves for $\Lambda = 2.3 \mu\text{m}$ and different air hole diameters d

文献[17]中对参数为 $\Lambda = 2.3 \mu\text{m}$, $d = 0.261 \mu\text{m}$ 的光子晶体光纤的色散进行了测量,在 $\lambda = 0.813 \mu\text{m}$ 处的测量值为 $-77.7 \text{ ps}/(\text{km} \cdot \text{nm})$,曲线斜率为 $0.464 \text{ ps}/(\text{km} \cdot \text{nm})/\text{nm}$,文献[10,11]中采用有限元方法得到的计算结果分别为和 $-77.3 \text{ ps}/(\text{km} \cdot \text{nm})$ 和 $-78.6 \text{ ps}/(\text{km} \cdot \text{nm})$, $0.450 \text{ ps}/(\text{km} \cdot \text{nm})/\text{nm}$,采用基于标量波动方程的有效折射率方法^[7]的计算结果为 $-83.8 \text{ ps}/(\text{km} \cdot \text{nm})$,我们采用的有限差分法的计算结果为 $-77.1 \text{ ps}/(\text{km} \cdot \text{nm})$,曲线斜率为 $0.453 \text{ ps}/(\text{km} \cdot \text{nm})/\text{nm}$ 。可见,有限差分法的计算结果与实验结果以及基于矢量方

程的有限元方法的计算结果很好地吻合,证明了此方法的准确性。

5 结 论

数值计算表明,基于半矢量波动方程的有限差分法能够较为准确地研究光子晶体光纤的色散特性,为进一步研究光子晶体光纤的模式特性和设计具有适当色散特性的光子晶体光纤提供了理论计算依据。

参 考 文 献

- 1 J. C. Knight, T. A. Birks, P. St. J. Russell *et al.*. All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding [J]. *Opt. Lett.*, 1996, **21**(19):1547~1549
- 2 T. A. Birks, J. C. Knight, P. St. J. Russell. Endlessly single-mode photonic crystal fiber [J]. *Opt. Lett.*, 1997, **22**(13):961~963
- 3 Yuping Zhang, Yi Zheng, Xiaojun Huang *et al.*. Supercontinuum generation with 15-fs pump pulses in microstructured fiber with combination core and random cladding [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2004, **2**(2):122~124
- 4 Li Yanfeng, Hu Minglie, Wang Qingyue. Calculation and design of photonic crystal fibers with zero-dispersion wavelength at 800 nm [J]. *Chinese J. Lasers*, 2003, **30**(5):427~430
栗岩峰,胡明列,王清月. 800 nm 处为零色散的光子晶体光纤的计算与设计[J]. *中国激光*, 2003, **30**(5):427~430
- 5 A. Ortigosa-Blanch, J. C. Knight, W. J. Wadsworth *et al.*. Highly birefringent photonic crystal fibers [J]. *Opt. Lett.*, 2000, **25**(18):1325~1327
- 6 P. Russell. Photonic crystal fibers [J]. *Science*, 2003, **299**(5605):358~362
- 7 Wang Zhi, Ren Guobin, Lou Shuqin *et al.*. The mode characteristics of the photonic crystal fibers [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(3):324~329
王 智,任国斌,娄淑琴等. 光子晶体光纤模式特征的研究[J]. *光学学报*, 2004, **24**(3):324~329
- 8 T. M. Monro, P. J. Bennett, N. G. R. Broderick *et al.*. Hole fibers with random cladding distributions [J]. *Opt. Lett.*, 2000, **25**(4):206~208
- 9 K. Saitoh, M. Koshiba, T. Hasegawa *et al.*. Chromatic dispersion control in photonic crystal fibers; application to ultra-flattened dispersion [J]. *Opt. Express*, 2003, **11**(8):843~852
- 10 M. Koshiba. Full-vector analysis of photonic crystal fibers using the finite element method [J]. *IEICE Trans. Electron.*, 2002, **E85-C**(4):881~888
- 11 F. Brechet, J. Marcou, D. Pagnoux *et al.*. Complete analysis of the characteristics of propagation into photonic crystal fibers, by the finite element method [J]. *Opt. Fiber Technol.*, 2000, **6**(2):181~191
- 12 Z. Zhu, T. G. Brown. Full-vectorial finite-difference analysis of microstructured optical fibers [J]. *Opt. Express*, 2002, **10**(17):853~864
- 13 K. Kawano, T. Kitoh. Introduction to Optical Waveguide Analysis; Solving Maxwell's Equations and the Schrödinger Equation [M]. New York: John Wiley & Sons, 2001. 117~164
- 14 C. A. De Francisco, B. V. Borges, M. A. Romero. A semivectorial method for the modeling of photonic crystal fibers [J]. *Microwave Opt. Technol. Lett.*, 2003, **38**(5):418~421
- 15 T. M. Monro, D. J. Richardson, N. G. R. Broderick *et al.*. Modeling large air fraction hole optical fibers [J]. *J. Lightwave Technol.*, 2000, **18**(1):50~56
- 16 G. P. Agrawal. Nonlinear Fiber Optics [M]. 2nd Edition, San Diego: Academic Press, 1995. 7~12
- 17 M. J. Gander, R. McBride, J. D. C. Jones *et al.*. Experimental measurement of group velocity dispersion in photonic crystal fibre [J]. *Electron. Lett.*, 1999, **35**(1):63~64