文章编号: 0258-7025(2004)01-0041-04

# 泰勒检偏棱镜透射比随旋转角 周期" 抖动 "的理论分析

### 朱化凤<sup>1</sup>,宋连科<sup>1</sup>,吴福全<sup>1</sup>,李国华<sup>1</sup>,左战春<sup>2</sup>,范树海<sup>1</sup>

(曲阜师范大学<sup>1</sup> 激光研究所,<sup>2</sup> 物理系,山东 曲阜 273165)

摘要 采用光束分割法及光的干涉原理,对线偏振激光通过泰勒(Taylor)偏光棱镜后的透射比变化情况进行了分析。通过分析入射光线、棱镜通光表面法线和胶合面的法线之间的相对位置,以及相应数学模型的建立,推导出分割后相邻光束元之间的位相差与仪器旋转角度之间的关系,成功地解释了Taylor棱镜激光透射比随其旋转角周期 "抖动"变化的成因。

关键词 物理光学;偏光棱镜;光束分割法;透射比;偏振光;相位差;毛刺 中图分类号 TH 744.2 文献标识码 A

## Cause of "Minute Fluctuation" on the Transmission Curve of Taylor Polarizing Prism

ZHU Hua-feng<sup>1</sup>, SONG Lian-ke<sup>1</sup>, WU Fu-quan<sup>1</sup>,

LI Guo-hua<sup>1</sup>, ZUO Zhan-chun<sup>2</sup>, FAN Shu-hai<sup>1</sup>

(<sup>1</sup>Laser Research Institute, <sup>2</sup>Department of Physics, Qufu Normal University, Qufu, Shandong 273165, China)

**Abstract** On the basis of the interference theory, by decomposing the single wave beam, the transmission of polarized light passing through a rotating Taylor analyzer is calculated. By transforming the comparative position of incident light, the normal direction of light transmission plane of the prism, and the normal direction of the glued plane into geometric model, the relationship of incident light and the rotating angle of analyzer is given, according to which it is succeed in explaining the cause of "minute fluctuation" appearing along with the transmission curve of polarizing prism.

Key words physical optics; polarizing prism; segmetation of light; transmittance; polarized light; phase difference; minute fluctuation

#### 1 引 言

由于光纤通讯、激光调制、光信息处理等现代光 学技术的发展,出现了多种类型的偏光器件:二元衍 射光栅式偏光器件<sup>[1]</sup>、单元式激光偏光棱镜<sup>[2]</sup>、单超 高透偏光棱镜<sup>[3]</sup>和组合式激光偏光棱镜等。其中组 合式激光棱镜以其制作较为简单、偏光性能稳定、使 用方便等特点,应用最为广泛。组合式偏光棱镜一 般分为两大类:胶合型和空气隙型<sup>[4,5]</sup>。当一束强 度为 *I*。的线偏振光通过一个偏光棱镜时,随着线偏 振光振动方向与偏光棱镜的透光方向之间夹角 θ 的 变化,透射光的强度 I 也随之发生变化,它们之间的 关系应该符合马吕斯定律,即

$$I = I_0 \cos^2 \theta \tag{1}$$

由此可得到出射光的透射比  $T = I/I_0 = \cos^2 \theta$ ,据此 所描述的  $T-\theta$  关系曲线应该为一光滑的余弦函数曲 线。但在应用 Taylor 结构的偏光棱镜时发现,虽然 曲线大体上是按照  $\cos^2 \theta$  变化的,但并不光滑,而是 有一些周期性"抖动"。这些"抖动"称之为"毛刺"

收稿日期:2002-06-04; 收到修改稿日期:2002-07-18

作者简介:朱化凤(1977—),女,曲阜师范大学激光研究所硕士研究生,主要从事偏光器件与偏光参数测试研究。E-mail: cathyfeng@可方.数据

现象。"毛刺"现象对精确测量工作产生极为不利的 后果。

为了研究分析产生这种现象的原因,建立了如 图 1 所示的基础实验光路系统。让激光依次通过起 偏器、检偏器、光探测器和光信息处理系统。起偏器 和检偏器选用高抗损伤阈值和高消光比的 Glan-Taylor 型棱镜,检偏器在步进电机控制下旋转,步 进角可调,即 θ 角度可以连续变化 360°。系统数据 的采集处理和步进电机的运转均由微机控制自动完 成。由光信息处理系统得到透射比随旋转角度的变 化曲线,看起来"毛刺"具有一定的周期性,并且强 度受到调制,如图 2 所示。经分析,产生上述现象的 主要原因在于检偏棱镜内空气隙间光的干涉。



图1 实验装置

Fig. 1 Setup of experiment





#### 2 理论模型

由于作为检偏器的 Taylor 偏光棱镜是由两半 晶体棱镜胶合而成,两个晶体胶合表面的光洁度相 当好,且两界面间留有空气隙,不可避免地在两表面 上发生反射,从而引起反射光束和透射光束的干涉。 我们认为这种胶合层间的干涉不同于传统意义上的 干涉,它是造成上述透射比曲线上出现"毛刺"的主 要因素。

图 3 是偏光棱镜胶合面间空气隙示意图,一般 光束的横截面尺寸较空气隙的厚度大得多,可以认 为在界面存克数据的部分光和在界面 a 上的透射光



图 3 缝隙间光的反射及干涉

Fig. 3 Reflection and interference of light in the gap



图 4 单色光束横截面的分解 Fig. 4 Decomposition of single wave beam

在空气隙中发生干涉。如图 3 和图 4 所示,将光束分 成若干小光束,每束小光束的反射光与相邻的另一 束小光束发生干涉,干涉后的光强满足

 $dI' = dI_n' + dI_{n-1}' + 2(dI_n' dI_{n-1}')^{1/2} \cos \delta$  (2)  $dI_n' 是光强为 dI_n 的小光束透过胶合面 a 后的透射$  $光强; dI_{n-1} 是光强为 dI_{n-1} 的小光束透过胶合面 a$  $后, 先后经界面 b 和界面 a 两次反射后的光强; <math>\delta$  为  $dI_n'$ 和  $dI_{n-1}'$ 之间的位相差, 且

$$\delta = 2\delta' - \delta_1 \tag{3}$$

其中  $\delta'$  是光强为  $dI_{n-1}$  的小光束透过胶合面 a 后到 达胶合面 b 时的相位变化值, $\delta_1$  是光强为  $dI_{n-1}$  与光 强为  $dI_n$  的小光束到达胶合面 a 时的位相差。下面我 们以横截面为圆形的光束为例,沿垂直于棱镜主截 面方向,将光束分割,如图 4 所示。设光束横截面的 半径为 R,分割的小光束的横向宽度为 dx,距中心 的距离为 x,光强的密度为  $\rho$ ,结合马吕斯定律,则有

 $dI_n = 2(R^2 - x^2)^{1/2} \cdot t \cdot \rho \cdot dx \cdot \cos^2 \theta$  (4) t 为界面光强透过率,其表达式为(1 - r)(r 为反射 率)。由于  $dI_n$  和  $dI_{n-1}$  相邻,由(4) 式,可近似认为  $dI_n = dI_{n-1} \cdot dI_{n-1}$  经过两次反射后得到的光强为:  $dI_{n-1} = r^2 dI_{n-1} \approx r^2 dI_n' = r^2 (1-r) dI_n$ ,将以上结果 代入(2) 式后可以求得从界面 b 出射的光束元的强 度

$$\mathrm{d}I = \mathrm{d}I'(1-r) =$$

 $(1-r)^{2}[(1+r^{2})dI_{n}+2rdI_{n}\cos\delta]$  (5) 将(4)式代入(5)式后进行定积分可得到出射的总光 强为

$$I = 2 \int_{-R}^{R} (1-r)^{2} (1+2r\cos\delta+r^{2}) \cdot 2(R^{2}-x^{2})^{1/2} \rho dx \cdot \cos^{2}\theta = \pi R^{2} \rho (1-r)^{2} (1+2r\cos\delta+r^{2})\cos^{2}\theta \quad (6)$$

原入射光束的光强可表示为  $I_0 = \pi R^2 \rho$ ,所以检偏器的透射比可表示为

$$T = I/I_0 = (1-r)^2 (1 + 2r\cos\delta + r^2)\cos^2\theta$$
(7)

由(7)式可以看出,随检偏棱镜的转动,线偏振光的 透射比 *T* 大体按  $\cos^2\theta$  的规律变化,但受到[(1 - r)<sup>2</sup>(1 +  $2r\cos\delta + r^2$ )]因子调制。

现在来看一下  $[(1-r)^2(1+2r\cos\delta+r^2)]$  对透 射比曲线的调制遵循什么样的规律。如图 3 所示,设 缝隙的宽度为 d,对于界面 a 来说,入射角和反射角 分别为 i 和 i',由折射定律可得

 $n_e'\sin i = n\sin i'$ 

则 
$$\cos i' = \left[1 - (n_e'^2/n^2) \sin^2 i\right]^{1/2}$$

*n*<sub>e</sub><sup>/</sup> 为棱镜晶体内非常光折射率,*n* 为缝隙间胶合介 质的折射率;由三角关系可得

$$L = d / [1 - (n_e'^2 / n^2) \sin^2 i]^{1/2}$$
  
$$L' = 2d \sin i = 2d \tan i' \sin i$$

所以

$$\delta' = 2\pi L n/\lambda = 2\pi n d/\{\lambda [1 - (n_e'^2/n^2)\sin^2 i]^{1/2}\}$$
(8)  
$$\delta_1 = 2\pi n_e' L'/\lambda = 4\pi n_e' d \cdot \tan i' \sin i = 4\pi n_e'^2 d \cdot \sin^2 i / [\lambda (n^2 - n_e'^2 \sin^2 i)^{1/2}]$$
(9)

所以  $\delta = 2\delta' - \delta_1 = 4\pi d \left[ (n^2 - n_e'^2 \sin^2 i)^{1/2} \right] / \lambda(10)$ 

在使用检偏棱镜时,很难保证入射光线与检偏 棱镜通光表面是垂直的,实际光线的入射方向总是 与棱镜通光表面法线有一定的偏离。设这个偏离角 为 $\beta$ ,棱镜通光表面法线与胶合界面法线夹角为 $\alpha$ , 如图 5 所示,当以棱镜表面中心法线为轴旋转棱镜 时,光束在胶合界面上的入射角*i*将是一个连续变 化量。建立图 6 所示的数学模型,在其所示的坐标系 中,棱镜通光表面法线方向与y轴重合,胶合界面法 线由 n 所示,OA 代表光入射的方向。经分析可得,平 面 AOC **和评理数概**"(主截面)之间的夹角  $\theta'$  与检偏 棱镜旋转角 $\theta$ 之间的关系满足 $\theta' = 180^{\circ} - 2\theta_{\circ}$ 令 *OA* = 1,由图 6 三角关系可以求得

 $\cos i = \cos_{\alpha} \cdot \cos_{\beta} + \sin_{\alpha} \cdot \sin_{\beta} \cdot \cos_{\theta}$  (11) 将(11)式代入(10)式可得

$$\delta = 4\pi d \left\{ n^2 - n_e'^2 \left[ 1 - (\cos\alpha \cdot \cos\beta + \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot \cos\beta')^2 \right] \right\}^{1/2} / \lambda$$
(12)

由于 $\beta$ 的范围一般很小( $\beta \leq 3^{\circ}$ ),在这个范围内可以 认为 $n_{e'} \approx n_{e_{\circ}}$ 这样(12) 式近似为

$$\sin\beta \cdot \sin\alpha \cdot \cos 2\theta)^2 \rfloor \}^{1/2} / \lambda \tag{13}$$

由(13) 式得到相位差 δ 与棱镜旋转角之间的关系。



图 5 线偏振光在晶体中的光路图





图 6 入射光线、棱镜通光表面的法线及胶合面法线 相对位置的几何模型

Fig. 6 Geometric modle of polarized light passing through a polarizer

#### 3 实验结果与理论分析

Taylor 棱镜的胶合层间的介质为空气,此时 (13)式简化为

$$\delta = 4\pi d \left\{ 1 - n_e^2 \left[ 1 - (\cos\alpha \cdot \cos\beta - \alpha) \right] \right\}$$

$$\sin\beta \cdot \sin\alpha \cdot \cos 2\theta)^2 \rfloor \}^{1/2} / \lambda \qquad (13)^2$$

 $- \theta r$ 的值很小,在  $\beta \leq 3^\circ$ 的范围内,可认为 r为定值,(7)式变为  $T = (1 + 2r\cos\delta + r^2)\cos^2\theta$ 。这 样,一旦将偏光棱镜置于光路中,(13)式中  $\alpha$ , $\beta$ , $\lambda$ 都 是常数, $\delta$ 就随着 $\theta$ 的变化而变化,并且 $\delta$ 的变化速率 比 $\theta$ 的变化要快得多,由此使得透射比 T 表达式中 的调制因子在 $\theta$  变化一个周期的范围内,将变化许 多个周期,造成 T- $\theta$  曲线在一个周期内呈现周期性



实验中所用的 Taylor 棱镜胶合界面间空气隙 厚度 d 约为 15  $\mu$ m,结构角  $\alpha$  为 38.78°,  $n_e = 1.438$ 。 实验激光波长 $\lambda$ 为 0.67  $\mu$ m,将上述参数代入(13) 式进行验证,由微机制图所得的结果见图 7。将理 论曲线与实验曲线进行比较可得:1) 实验曲线上的 "毛刺"较理论曲线上的要稠密。由式(13)可得, d 越大, $\delta$ 比 $\theta$ 变化得就越快。而胶合层的厚度,除了垫 片的原始厚度之外,还有胶的厚度以及垫片不平整 所引起的 d 明显增大,致使实验所得的"毛刺"比理 论所得的要稠密。2)理论曲线的透射比较大,这是 由于在理论计算的过程中,忽略了晶体对光的吸收 和光在通光面上的反射损失所致。3) 实验曲线上 的"毛刺"的周期性不如理论曲线明显,这与检偏棱 镜旋转的平稳性有关,但也不排除其他因素的影响。 4) 实验曲线上"毛刺"的振幅较理论曲线上的要小。 以上是我们在假设没有其他因素影响的情况下得出 的结果,实际上影响光束输出强度的还有其他因素, 如表面的平整度等,可能抵消一部分由于缝间干涉 所产生的影响。5) 实验曲线中的最小透射率不为 零,这是由于实际的 Taylor 棱镜的消光比不为零或 杂散光影响的缘故。6) 在理论推导过程中假设光 束横截面的光强密度均匀,而实际的光束光强分布 一般为高斯分布,这也对所得理论结果有一些影响, 特别使透射率的峰值处的结果与实验结果偏差较 大。7)此外,步进电机是跳跃式转动而不是连续转

动,这也影响透射率曲线的平滑程度。我们在空载 (使用平板玻璃代替检偏棱镜)的情况下进行测试, 得到平板玻璃的透射率曲线近乎平滑,但不完全平 滑,并且不同的步进速度对透射率的影响略有不同, 但相对于缝间干涉的影响要小得多。

#### 4 结 论

通过理论和实验分析可以得到:"毛刺"的产生 主要由两方面因素引起:一是使用不当造成的,由 (13)式可以看出,当偏离角 $\beta = 0$ 时, $\delta$ 和 $\theta$ 无关,此 时(7)式中调制因子(1+ $2r\cos\delta+r^2$ )为定值, $T-\theta$ 曲 线完全由 $\cos^2\theta$ 决定,此时曲线没有"毛刺"。在实际 调整过程中无论如何调整总不能使透射率曲线完全 平滑,这反映了步进电机的跳跃式转动的影响;另一 因素是棱镜制造工艺,当棱镜通光面法线与其外壳 中心轴线不平行时或空气隙厚度不合适时,容易出 现"毛刺"。

#### 参考文献

- Yang Lianchen, Li Guohua, Song Lianke *et al.*. Design of polarizing devices based on the binary-grating diffraction [J]. *Acta Photonica Sinica*, 1998, 27(9):833~836
   杨连臣,李国华,宋连科 等. 二元衍射光栅式偏光器件设计[J]. 光子学报, 1998, 27(9):833~836
- 2 Li Guohua, Zhao Mingshan, Di Zhenqiang. A new type singleelement polarization prism [J]. Journal of Qufu Normal Univ., 1991, 17(3):58~61 李国华,吴福全,狄振强. 新型单元式激光偏光棱镜[J]. 曲阜师 范大学学报, 1991, 17(3):58~61
- 3 Li Guohua, Wu Fuquan. Study and manufacture of the single super-high transmittance polarizer [J]. Journal of Qufu Normal Univ., 1988, 14(1):31~34

李国华,吴福全. 单式超高透偏光镜的研制[J]. 曲阜师范大学学报,1988,14(1):31~34

M. Born, E. Wolf. Principles of Optics [M]. Beijing: Science Press, 1985. 346
M. 玻恩, E. 沃耳夫. 光学原理[M]. 北京:科学出版社, 1985.

346
5 M. Born, E. Wolf. Principles of Optics [M]. Beijing: Science Press, 1985. 338
M. 玻恩, E. 沃耳夫. 光学原理[M]. 北京:科学出版社, 1985. 338

 6 Li Guohua. Optics [M]. Jinan: Shandong Educational Press, 1990. 272~279
 李国华. 光学[M]. 济南:山东教育出版社, 1990. 272~279