

文章编号: 0258-7025(2003)Supplement-0215-03

# 混浊介质 180°后向散射特性研究系统中的米勒矩阵

张大伟, 李国华

(曲阜师范大学激光研究所, 山东 曲阜, 273165)

**摘要** 根据“黑箱化”理论, 设计了研究混浊介质 180°后向散射特性的系统, 对该系统中两个重要的矩阵——混浊介质后向散射米勒矩阵和分束器的反射米勒矩阵的具体形式进行了推导, 这两个矩阵的推导使通过矩阵光学方法来研究混浊介质的 180°后向散射特性成为可能。

**关键词** 物理光学; 混浊介质; 后向散射; 米勒矩阵

**中图分类号** O436.2 **文献标识码** A

## The Mueller Matrixes of Turbid Media 180° Back Scattering Characteristic Study System

ZHANG Da-wei, LI Guo-hua

(Laser research institute of QuFu normal university, Qufu, Shandong 273165, China)

**Abstract** According the “black-box” theory, the study system of Turbid Media 180° Back Scattering Characteristic was designed. In this paper, two important Mueller matrixes—the back scattering of turbid media and reflection of beam splitter were deduced. So it was possible to study turbid media 180° back scattered characteristic using matrix optics way.

**Key words** physical optics; turbid media; back scattering; Mueller matrix

### 1 引言

大部分生物组织对于 600~1300nm 波段的光都是高散射低吸收的, 类似于混浊介质, 因此自 20 世纪 70 年代起, 混浊介质中散射问题的研究又成为生物光学和激光医学的热点<sup>[1]</sup>。开始时研究的重点是前向散射<sup>[2]</sup>, 但人们逐渐认识到研究后向散射的实用价值<sup>[3,4]</sup>。例如在对人体的医疗检测中, 容易得到的是后向散射光, 相对而言, 前向散射光则是很难探测到的。我们进行的混浊介质 180°后向散射光的探测研究, 较一般后向散射光更容易探测, 且该方向上的散射光具有较好的保偏能力等优点<sup>[5]</sup>。因此该课题的研究在生物医学方面具有重要的实用价值, 为了进一步研究该方向上的散射特性, 我们设计了测定混浊介质 180°后向散射特性参数的实验系统。本文拟推导在阐述该系统测试原理时所用到的两个重要的米勒矩阵。

### 2 两个重要的米勒矩阵

测定系统图、测定原理和系统的设计原理见文

献[6]。在该系统中, 入射光与系统中各器件作用时, 必须要知道各器件的米勒矩阵。系统中反射镜、检偏器器件的米勒矩阵容易查到, 而现有的文献中均没有混浊介质 180°散射时米勒矩阵以及分束器反射时的米勒矩阵。下面我们推导这两个重要米勒矩阵的形式。

#### 2.1 混浊介质的米勒矩阵

退偏器件<sup>[6]</sup>、旋光度为  $\alpha$  的旋光器、平面镜的反射米勒矩阵如下:

$$\begin{aligned}
 [\beta] &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta \end{bmatrix} \\
 [\alpha] &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\alpha & -\sin 2\alpha & 0 \\ 0 & \sin 2\alpha & \cos 2\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 [\gamma] &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \tag{1}
 \end{aligned}$$

式中  $\beta$  是保偏度, 表示线偏光经过该器件后的偏振

作者简介: 张大伟(1977-), 男, 山东济宁人, 2002年在曲阜师范大学激光研究所获硕士学位, 现在中国科学院上海光学精密机械研究所薄膜中心攻读博士学位。E-mail: dwzhang@eyou.com

保持率,它与退偏度  $p$  的关系是  $\beta=1-p$ 。

一般而言,矩阵作乘法时不满足交换律。旋光器、退偏器、平面镜三个米勒矩阵相乘时,可以有 6 种排列顺序,即混浊介质有以下 6 种方式①  $[\alpha][\beta][\gamma]$ ; ②  $[\beta][\alpha][\gamma]$ ; ③  $[\alpha][\gamma][\beta]$ ; ④  $[\beta][\gamma][\alpha]$ ; ⑤  $[\gamma][\alpha][\beta]$ ; ⑥  $[\gamma][\beta][\alpha]$ 。为确定是哪一种顺序,来看一下这 6 种排列顺序的关系。我们注意到

$$[\alpha][\beta]=[\beta][\alpha]=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta\cos 2\alpha & -\beta\sin 2\alpha & 0 \\ 0 & \beta\sin 2\alpha & \beta\cos 2\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta \end{bmatrix}$$

即旋光器与退偏器的矩阵位置可以互换而不影响结果。这样,排列①和②就归结为一种,此时混浊介质的米勒矩阵表示形式为

$$[\text{Sam}]_1=[\alpha][\beta][\gamma]=[\beta][\alpha][\gamma]=$$

$$\begin{bmatrix} \gamma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta\gamma\cos 2\alpha & \beta\gamma\sin 2\alpha & 0 \\ 0 & \beta\gamma\sin 2\alpha & -\beta\gamma\cos 2\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\beta\gamma \end{bmatrix}$$

同样,因为  $[\alpha][\beta]=[\beta][\alpha]$ ,排列⑤和排列⑥也可以归结为一种。此时混浊介质的米勒矩阵表示形式为

$$[\text{Sam}]_2=[\gamma][\beta][\alpha]=[\gamma][\alpha][\beta]=$$

$$M=\begin{bmatrix} J_{11}J_{11}+J_{12}J_{12}+J_{21}J_{21}+J_{22}J_{22} & J_{11}J_{11}-J_{12}J_{12}+J_{21}J_{21}-J_{22}J_{22} & J_{12}J_{11}+J_{11}J_{12}+J_{22}J_{21}+J_{21}J_{22} & J_{11}J_{12}-J_{12}J_{11}+J_{21}J_{22}-J_{22}J_{21} \\ J_{11}J_{11}+J_{12}J_{12}-J_{21}J_{21}-J_{22}J_{22} & J_{11}J_{11}-J_{12}J_{12}-J_{21}J_{21}+J_{22}J_{22} & J_{12}J_{11}+J_{11}J_{12}-J_{22}J_{21}-J_{21}J_{22} & J_{11}J_{12}-J_{12}J_{11}-J_{21}J_{22}+J_{22}J_{21} \\ J_{21}J_{11}+J_{22}J_{12}+J_{11}J_{21}+J_{12}J_{22} & J_{21}J_{11}-J_{22}J_{12}+J_{11}J_{21}-J_{12}J_{22} & J_{22}J_{11}+J_{21}J_{21}+J_{12}J_{21}+J_{11}J_{22} & J_{21}J_{11}-J_{22}J_{11}+J_{11}J_{22}-J_{12}J_{21} \\ J_{21}J_{11}+J_{22}J_{12}-J_{11}J_{21}-J_{12}J_{22} & J_{21}J_{11}-J_{22}J_{12}-J_{11}J_{21}+J_{12}J_{22} & J_{22}J_{11}+J_{21}J_{12}-J_{12}J_{21}-J_{11}J_{22} & J_{11}J_{22}-J_{12}J_{21}-J_{21}J_{12}+J_{22}J_{11} \end{bmatrix} \quad (3)$$

各向同性表面斜入射的琼斯矩阵是

$$R_J=\begin{bmatrix} -r_s & 0 \\ 0 & r_p \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中  $r_p$  是平行于入射面的电矢量在界面的反射比,  $r_s$  是垂直于入射面的电矢量在界面的反射比。根据菲涅耳公式

$$r_p=\tan(i_1-i_2)/\tan(i_1+i_2), \quad r_s=\sin(i_1-i_2)/\sin(i_1+i_2).$$

将(4)式代入(3)式可得

$$[R]=\begin{bmatrix} r_s^2+r_p^2 & r_s^2-r_p^2 & 0 & 0 \\ r_s^2-r_p^2 & r_s^2+r_p^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2r_p r_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2r_p r_s \end{bmatrix} \quad (5)$$

注意到

$$\left(\frac{r_s^2-r_p^2}{r_s^2+r_p^2}\right)^2+\left(\frac{2r_p r_s}{r_s^2+r_p^2}\right)^2=1$$

因此式子(5)可以写为

$$[R]=(r_s^2+r_p^2)\begin{bmatrix} 1 & \sin\phi & 0 & 0 \\ \sin\phi & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\cos\phi \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} \gamma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta\gamma\cos 2\alpha & \beta\gamma\sin(-2\alpha) & 0 \\ 0 & \beta\gamma\sin(-2\alpha) & -\beta\gamma\cos 2\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\beta\gamma \end{bmatrix} \quad (2)$$

对排列③和④计算,可以得到排列③和④分别属于  $[\text{Sam}]_1$  和  $[\text{Sam}]_2$ 。所以,混浊介质的 6 种米勒矩阵形式,其实只有两种:  $[\text{Sam}]_1$  和  $[\text{Sam}]_2$ , 并且  $[\text{Sam}]_2$  的形式和  $[\text{Sam}]_1$  是一样的,不同之处是  $\alpha$  前多了个负号。因此,可以采用混浊介质这两种米勒矩阵形式的任何一种来进行研究,最后所得到的  $\beta$  和  $\gamma$  的值是一样的,但  $\alpha$  值会差一个负号。在课题进行中,我们采取  $[\text{Sam}]_1$  即式子(2)作为混浊介质的米勒矩阵形式。

## 2.2 分束器的反射米勒矩阵

散射光在分束器表面上的反射可等效于斜入射光在各向同性介质表面上的反射,这种情况下的米勒矩阵形式,所查阅的资料中均没有具体的推导,只发现了最后的结果形式<sup>[5]</sup>。为了保证系统测试理论的正确,下面推导该情况下的米勒矩阵形式。对于一个光学系统,其米勒矩阵可以由琼斯矩阵推导出来。设该系统的琼斯矩阵是  $\begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix}$ , 那么相应的米勒矩阵可写为

## 3 小结

通过测试系统中混浊介质后向散射以及分束器反射米勒矩阵的推导,可以根据入射光的斯托克斯矢量,得到被一系列光学器件作用后由光电探测器所探测到的光的斯托克斯矢量,从而为我们利用该系统研究混浊介质  $180^\circ$  后向散射特性大大提供了方便。我们已经利用以上推导的矩阵和设计的实验系统,对混浊介质  $180^\circ$  后向散射特性进行了研究<sup>[6]</sup>。

## 参考文献

- 1 Wang Jiangang, Yang Lisong. Photon Migration and Imaging in a Scattering Medium [J]. *Laser and Optoelectronics Progress*, 2001, (1): 14
- 2 Christian J. M. Moes, Martin J. C. van Germert. Measurements and calculation of the energy fluence rate in a scattering and absorbing phantom at 633 nm[J]. *Appl. Opt.*, 1989, 28(12): 2292~2296

- 3 Andreas H. Hielscher, Judith R. Mourant, Irving J. Bigio. Influence of particle size and concentration on the diffuse backscattering of polarized light from tissue phantoms and biological cell suspensions[J] *Appl. Opt.*, 1997, **36**(1):125~135
- 4 K. M. Yoo, R. R. Alfano. Time resolved depolarization of multiple backscattered light from random media. *J. Phys. Lett. (A)*, 1989, **142**(8,9):531~535
- 5 Alex Vitkin, Byan C. N. Studinski. Methodology for examining polarized light interactions with tissues and tissuelike media in the exact backscattering direction[J]. *J. Biomedical Opt.*, 2000,**15**(3):330~337
- 6 Zhang Dawei, Li Guohua. Measurement about Turbid Media 180 Degree Back Scattering Characteristic Parameters for Linear-polarized Incident Light [J]. *Chinese J. Lasers*, 2002, **A29**(12):1113~1116

### Crescent Image Analyzing and Processing in Digital Photorefractor

LI ZHANG-MING, ZOU LAN-YU, CHEN JIA-BI, XU LANG-YUN

(College of Optics and Electronic, University of Shanghai for Science & Technology, Shanghai 200093, China)

**Abstract:** Digital photorefractor is an algorithm measuring system to measure the refractive error of eyes automatically by taking a photo of the pupil. The working principle of the system is described. The formation of pupil crescent image based on the light intensity is analyzed, which can give an outline of the intensity distribution of the pupil. The crescent image is then processed by computer according to the light distribution, which can increase the precision of the measuring system.

**Key words:** image processing; photorefractor; light intensity distribution

### 2 眼轴长度的测量

眼轴长度是眼科临床诊断和治疗的重要依据。传统的测量方法是使用 A 超或 B 超。随着激光技术的发展，激光干涉法测量眼轴长度成为一种新的测量方法。激光干涉法测量眼轴长度的原理是利用激光的干涉特性，通过测量激光在眼内往返的时间来计算眼轴长度。这种方法具有精度高、操作简便等优点。本文主要介绍激光干涉法测量眼轴长度的原理、方法和应用。

(1)

10(4+4)-3

### 1 引言

眼轴长度是眼科临床诊断和治疗的重要依据。传统的测量方法是使用 A 超或 B 超。随着激光技术的发展，激光干涉法测量眼轴长度成为一种新的测量方法。激光干涉法测量眼轴长度的原理是利用激光的干涉特性，通过测量激光在眼内往返的时间来计算眼轴长度。这种方法具有精度高、操作简便等优点。本文主要介绍激光干涉法测量眼轴长度的原理、方法和应用。

1

张大为(1970-)，男，安徽六安人，硕士，从事激光干涉法测量眼轴长度研究。

张大为(1970-)，男，安徽六安人，硕士，从事激光干涉法测量眼轴长度研究。