

文章编号: 0258-7025(2003)Supplement-0187-03

高斯光束的相移和光速特性

王绍民, 徐锦心, 赵道木, 毛海丹
(浙江大学物理系, 浙江 杭州 310028)

摘要 从相移出发计算了高阶高斯光束在真空中的相速度和群速度, 讨论了附加相移和这两个速度的关系; 同时比较分析了三种不同前提条件对群速度的影响, 确认了特定光束的束腰半径与波长的平方根成正比。结果表明, 相速度可以大于光速 c , 束宽双曲面是超光速和亚光速的分界面; 群速度在轴上恒等于 c , 轴外都小于 c 。

关键词 几何光学; 高斯光束; 相移; 相速度; 群速度

中图分类号 O431

文献标识码 A

Phase Shift and Velocity Properties of Gaussian Beams

WANG Shao-min, XU Jin-xin, ZHAO Dao-mu, MAO Hai-dan

(Department of Physics, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310028, China)

Abstract The phase and group velocities of high-order Gaussian beams in vacuum are deduced from the phase shift, and the relations between the two velocities and the additional phase shift is discussed. It is confirmed that the beam waist radius is proportional to the square root of wavelength by comparing the group velocities on three different premises. The phase velocity can be larger than c in vacuum, and the hyperbolic surface of the beam radius is just the boundary of the superluminality and subluminality. While the group velocity is equal to c along the beam axis and smaller than c off the axis on the rational premise.

Key words geometric optics; Gaussian beam; phase shift; phase velocity; group velocity

1 引言

高斯光束是激光物理中最基本、应用最广的一类光束, 大多数谐振腔产生的激光束都可用它作近似描述, 而且它具有很多完全不同于普通光束的特性^[1,2], 因此研究高斯光束的传输与变换一直是大家所感兴趣的问题之一。比较高斯光束和平面波、球面波的一般电场分布, 前者具有较为复杂的相移分布形式, 而且在自由空间传播时也存在附加相移, 这就导致了很不同的传输变换规律。相速度和群速度作为传播理论中的两个基本概念, 对它们的研究是很有必要也是很有意义的^[3,4]。

本文从相移出发计算了高斯光束的相速度和群速度, 并讨论了附加相移和这两个速度的关系。同时比较分析了文献[3, 4]中的结果, 确认了同一个光束的束腰半径与波长的关系。

2 高斯光束的相移

波长为 λ 的高斯光束在点 (r, z) 处相对于原点 $(0, 0)$ 的总相移为

$$\varphi(r, z) = kz + \frac{kr^2}{2\rho(z)} - \psi(z) \quad (1)$$

式中, kz 为几何相移, $kr^2/2\rho(z)$ 表示与横向有关的相移, $\psi(z) = \text{stan}^{-1}(z/z_r)$ 表示高斯光束在空间传播距离 z 时相对于几何相移的附加相移, 它的变化范围在 $[-s\pi/2, s\pi/2]$ 之间。 $\rho(z) = z_r(z/z_r + z_r/2)$ 是等相面的曲率半径, $z_r = \pi W_0^2/\lambda$ 表示瑞利距离, W_0 表示束腰半径, $\rho(z)$, z_r 和 W_0 这三个参数都是针对基模高斯光束定义的。根据二阶矩方法, 高阶高斯光束的光斑半径定义为 $W_s(z) = \sqrt{s} W(z)$, 其中 $W(z) = W_0[1 + (z/z_r)^2]^{1/2}$ 。 s 定义为模的总阶数, $s=1$ 表示基模, $s>1$ 表示高阶模。

基金项目: 国家自然科学基金(编号: 19974038 和 60276035)资助课题。

作者简介: 王绍民(1938.9-), 男, 浙江海宁人, 毕业于复旦大学, 浙江大学博士生导师。研究方向为光束变换和纳米光学。

E-mail: optics@zju.edu.cn

从(1)式可以看出不同阶高斯模的相移仅在附加相移部分不同,总阶数相同的模具有相同的总相移,也就具有了相同的速度传播规律。

3 高斯光束的相速度和群速度

3.1 相速度

根据一般定义,相速度就是等相面的传播速度,它是针对某一频率的单色波而言的,通常表示为^[6]

$$V_p = \omega / |\nabla \varphi(r, z)| \quad (2)$$

式中, $\omega = 2\pi c / \lambda$ 是单色波的角频率。

由(1)式和(2)式可以得到高斯光束的相速度为

$$V_p = \frac{2\pi^2 \sigma^2 (b^2 + 1) c}{\sqrt{4\pi^4 \sigma^4 (b^2 + 1)^2 + 4\pi^2 \sigma^2 (a^2 - s)(b^2 + 1) + [a^2 (b^2 - 1) + s]^2}} \quad (3)$$

式中, $\sigma = W_0 / \lambda$, $a = r / W(z)$, $b = z / z_r$ 。

图1和2分别表示当 $W_0 = 2\lambda$ 时,不同阶高斯光束的相速度在轴上和 $z=0$ 平面上的变化曲线。从(3)式和图中可以发现当 $s=0$ 即忽略附加相移时,相速度在轴上等于 c ,轴外小于 c ,而全面考虑总相移时,相速度可以超光速,在原点达到最大值,并且模的总阶数 s 越高,束腰与波长的比值 σ 越小,超光速越厉害。因此相速度的超光速从数学上来说是由附加相移导致的。

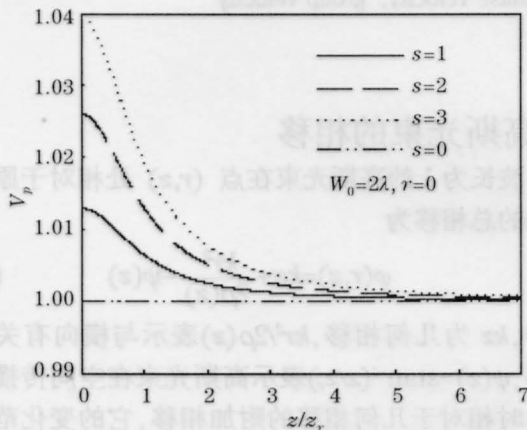


图1 不同阶高斯光束的相速度沿轴上的变化曲线

Fig.1 The phase velocity versus the propagating distance for different Gaussian beams

在(3)式中取 $a = \sqrt{s}$, 即 $r = W_s(z)$ 时,得到任意阶高斯光束在各自束宽双曲面上的相速度都接近于 c ,偏差随阶数 s 的升高,传播距离 z 的增大以及束腰与波长比值 σ 的减小而增大。我们知道高斯光束是亥姆霍兹方程在缓变振幅近似下的特解,当模的总阶数 s 越来越大或束腰与波长比值 σ 越来越小时,其精确程度越来越低,所以这两个参数是影响这个偏差的主要原因。

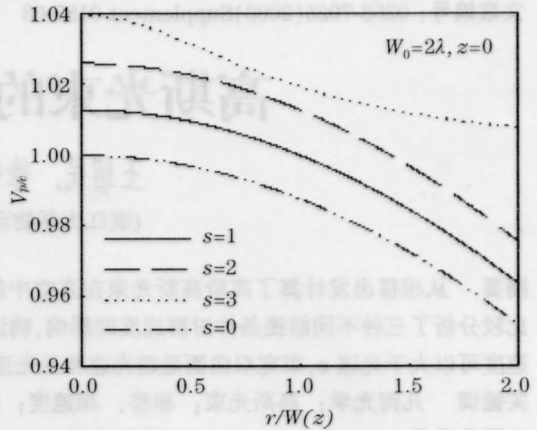


图2 不同阶高斯光束的相速度在 $z=0$ 平面上的变化曲线
Fig.2 The phase velocity varying transversely at the plane of $z=0$ for different Gaussian beams

3.2 群速度

群速度是具有一定频谱宽度的波群作为一个整体的传播速度,也即等幅平面的传播速度。如果平均角频率为 $\bar{\omega}$,则一般三维波群的群速度为^[6]

$$V_g = 1 / \left| \nabla \left[\frac{\partial \varphi(r, z)}{\partial \omega} \right]_{\bar{\omega}} \right| \quad (4)$$

从这个式子可以看出相移参数中束腰半径 W_0 和角频率(或波长)的不同关系将会导致不同形式的群速度。

文献[4]认为对于某个确定的光束,束腰半径是一个常数,在这种前提下,群速度在瑞利距离外可以超过光速 c (如图3中的点线)。然而这样计算出来的群速度在某些位置会趋于无穷大(如图4中的点线)。可以证明此种情况下,群速度基本上可以代表能量的传播速度,也就是说能量速度可以达到无限大。

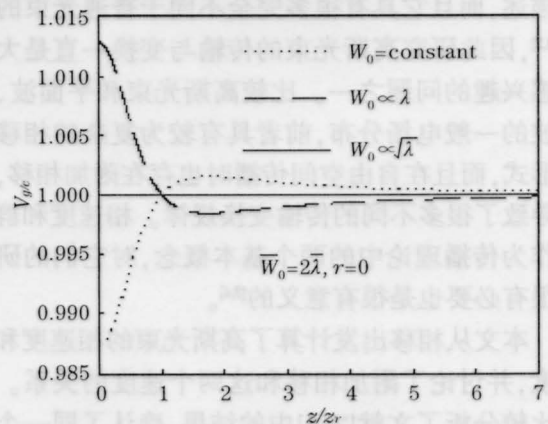


图3 不同前提下高斯光束的群速度沿轴上的变化曲线

Fig.3 The group velocity on the axis varying with the propagating distance for different premises

文献[3]则将高斯光束通过一个透镜变换,得到的束腰半径正比于波长,此时群速度在瑞利距离范

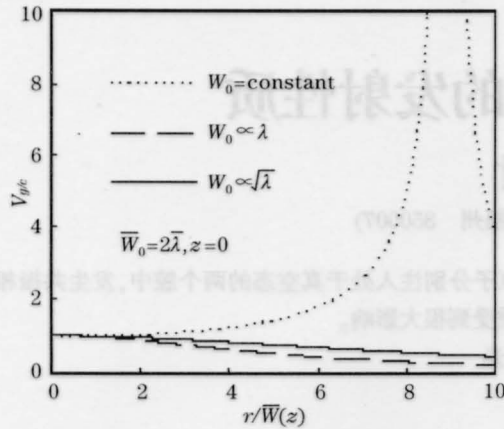


图4 不同前提条件下高斯光束的群速度在 $z=0$ 平面上的变化曲线

Fig.4 The group velocity varying transversely at the plane of $z=0$ for different premises

围内超光速(如图3中的划线)。在这个前提下,虽然不会出现奇点,然而却与相速度矛盾。根据(3)式,若束腰与波长的比值恒定,那么同一光束中各个频率的相速度在相同的相对位置上相等,即波包在传播过程中波形保持不变,则群速度应等于相速度。然而根据计算的结果,它们并不一致。

实际上,根据谐振腔的自洽条件^[2],高斯光束的束腰半径与波长的平方根成正比关系,此时,将(1)式代入(4)式可以求得群速度

$$V_g^{(3)} = \frac{2\pi^2\bar{\sigma}^2(\bar{b}^2+1)c}{\sqrt{4\pi^4\bar{\sigma}^4(\bar{b}^2+1)^2+4\pi^2\bar{\sigma}^2(\bar{b}^2+1)+\bar{a}^4(\bar{b}^2-1)^2}} \quad (5)$$

式中, $\bar{a}=r/\bar{W}(z)$, $\bar{b}=z/z_r$, $\bar{\sigma}=\bar{W}_0/\lambda_0$ 。

在这种情况下,附加相移跟频率没有关系,因此对群速度没有贡献,这就导致了任意阶高斯光束都具有相同的群速度,并且变化规律与忽略附加相移时的相速度完全相同,如图3和4中的实线所示。

这样求出的群速度不存在奇点和与相速度的不统一问题,而且高斯光束经过透镜变换后,束腰仍然正比于波长的平方根,即变换前后具有相同形式的群速度。所以与前两种条件相比,这种情况不仅有根据,也更加合理。

4 结论

从上面的解析计算和作图,得到了高斯光束的一般速度变化规律(如图5)。相速度可以大于光速 c ,在原点达到最大值,束宽双曲面是一个等光速 c 的曲面。高斯光束的相速度大于 c ,从数学上来说是从附加相移中算出来的,从物理上来说是由约束引起的,对同一高斯光束的约束越强,光束的束腰与波

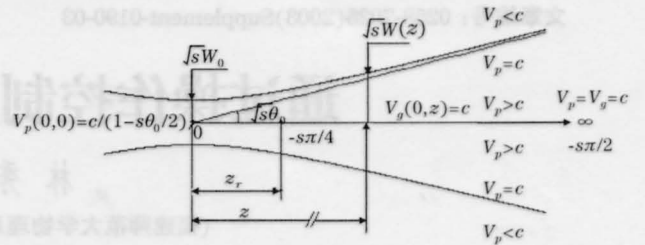


图5 束宽双曲面内外相速度和群速度的变化规律
Fig.5 Regularities of the phase and group velocities inside and outside the beam radius

长的比值就越小,原点的相速度就越快。另一方面,通过比较分析确认了同一高斯光束的束腰与波长的平方根成正比,此时附加相移对群速度没有贡献,所以在其他参数相同时任意高斯光束的群速度都相同,并且轴上都等于 c ,轴外都小于 c 。在无穷远处,这两个速度都为 c 。高斯光束的相速度和群速度随空间变化从本质上来说是由光束的非均匀性导致的。

本文用基本的原理、简单的方法分析了高斯光束的相速度和群速度的特性,发现光束的非均匀性导致了较为复杂的光速变化规律,这引发我们对非均匀光束的各种速度的内在联系及光子本性等问题进一步思考研究和探讨。另外可以将这些原理和方法推广,用来分析其他激光束的光速变化规律,如半导体激光器输出的光束^[6,7]已进入亚波长^[8],这可能会有本质变化,从而进一步加深对光速的认识。

参考文献

- 1 A. E. Siegman. Lasers [M]. Mill Valley, California: University Science Books, 1986
- 2 S. Wang, D. Zhao. Matrix Optics [M]. Beijing: CHEP-Springer, 2000
- 3 Z. L. Horváth, J. Vinkó, Zs. Bor *et al.*. Acceleration of femtosecond pulses to superluminal velocities by Gouy phase shift [J]. *Appl. Phys. B*, 1996, **63**: 481-484
- 4 M. A. Porrás, R. Borghi, M. Santarsiero. Superluminality in Gaussian beams [J]. *Opt. Comm.*, 2002, **203**(4-6): 183-189
- 5 M. Born, E. Wolf. Principles of Optics[M]. 7-th Edition. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1997
- 6 S. Wang, D. Zhao, Z. Lu *et al.*. Demonstrations for optical beam qualities of quantum well lasers [J]. *Opt. Comm.*, 2001, **194** (7): 425-428
- 7 G. Zhou, D. Zhao, S. Wang. The beam quality of GaAs/Al_xGa_{1-x}A₃ Strip buried heterostructure laser [J]. *Opt. Comm.*, 2002, **202**(1-3): 155-161
- 8 H. L. Lertzec, A. Degiron, E. Devaux *et al.*. Beaming light from a subwavelength aperture [J]. *Science*, 2002, **297**: 820-822